

6. Johnston J. P., Hallen R. M., Lezius D. K. Effects of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow.— J. Fluid Mech., 1972, vol. 56, p. 533.
7. Launder B. E., Reece G. J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 68, p. 537.
8. So R. M. C. A turbulence velocity scale for curved shear flows.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 70, p. 37.
9. Gibson M. M. An algebraic stress and heat-flux model for turbulent shear flow with streamline curvature.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1978, vol. 21, p. 1609.
10. Рис В. В., Смирнов С. А. Влияние входных условий на развитие турбулентного потока во вращающемся канале.— В кн.: Структура турбулентных течений. Минск, 1982.
11. Lezius D. K., Johnston J. P. Roll-cell instabilities in rotating laminar and turbulent channel flows.— J. Fluid Mech., 1976, vol. 77, p. 153.
12. Hunt I. A., Joubert P. N. Effects of small streamline curvature on turbulent duct flow.— J. Fluid Mech., 1979, vol. 91, p. 633.
13. Щукин В. К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М.: Машиностроение, 1980.
14. Döbner E. Über den Strömungswiderstand in einem rotierenden Kanal. Diss., Technische Hochschule Darmstadt. Darmstadt, 1959.
15. Бравовер Г. Г., Цинобер А. Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970.

Поступила 2/II 1984 г.

УДК 532.517.4

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ ЛАМИНАРИЗАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ УСКОРЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ

В. Г. Зубков

(Москва)

1. Введение. В ряде экспериментальных данных по исследованиям турбулентных течений с ускорением отмечается существенное изменение характеристик теплообмена и трения относительно соответствующих значений, получаемых по соотношениям для турбулентных потоков [1, 2]. Чем больше величина ускорения потока, тем значительнее отклонение интегральных характеристик теплообмена и трения, а также профилей средней скорости и температуры от универсальных соотношений для турбулентного режима течения в сторону зависимостей, соответствующих ламинарному режиму. Это явление получило название ламинаризации турбулентных течений.

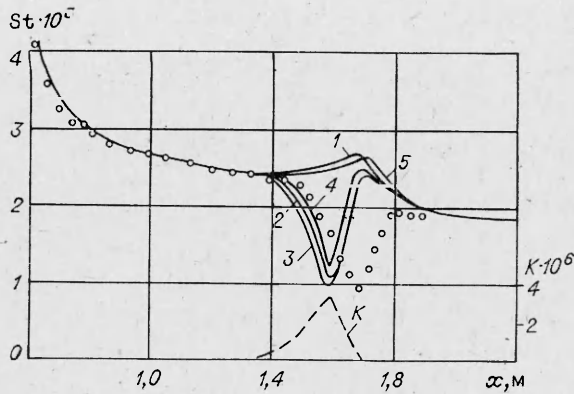
Оценить условия возникновения ламинаризации в первом приближении можно с помощью параметра ускорения $K = (v/U_\infty^2) dU_\infty/dx$, характеризующего степень ускорения потока. Установлено, что снижение параметров теплообмена начинает отмечаться в потоках при $K > 2 \cdot 10^{-6}$. Однако этот параметр не позволяет количественно оценить эффекты, вызываемые ламинаризацией.

Учет изменений в структуре турбулентных течений под действием ускорения потока позволит подойти более правильно к проектированию различных конструкций. Например, при внешнем обтекании, при течении газа между лопатками турбин и в сверхзвуковых соплах обратный переход течения может способствовать снижению интенсивности теплообмена между потоком горячего газа и поверхностью конструкции. В теплообменных же аппаратах, где интенсивность теплообмена должна быть наибольшей, подобный эффект приведет к нежелательным результатам. Это вызывает необходимость создания метода расчета, способного описывать изменения параметров течения под действием отрицательного градиента давления.

Следуя Буссинеску, касательное напряжение турбулентного трения в плоском течении определяем соотношением $-\rho \langle u'v' \rangle = \mu_T \partial U / \partial y$, где μ_T — коэффициент турбулентного обмена импульсом. Аналогичным образом определяется турбулентный перенос тепла $-C_p \rho \langle v'T' \rangle = \lambda_T \partial T / \partial y$, где λ_T — коэффициент турбулентной теплопроводности, связанный с μ_T через турбулентное число Прандтля $Pg_T = C_p \mu_T / \lambda_T$. Таким образом, все трудности в определении неизвестных пульсационных составляющих уравнений пограничного слоя перекладываются на отыскание коэффициента μ_T , для определения которого необходимо привлечение дополнительных гипотез.

2. Гипотезы длины пути смешения. Наиболее простой способ определения μ_T основан на использовании гипотезы длины пути смешения, предложенной Прандтлем:

$$(2.1) \quad \mu_T = \rho l^2 |\partial U / \partial y|.$$



Ф и г. 1

Во внешней области пограничного слоя длина пути смешения l пропорциональна толщине пограничного слоя $l = \beta \delta$. В непосредственной близости от обтекаемой поверхности l считается пропорциональной поперечной координате и с введением поправки Ван-Дриста [3] определяется формулой

$$(2.2) \quad l = ky \left[1 - \exp\left(-y_*/A_+\right) \right],$$

где $A_+^0 = 26$ — постоянная Ван-Дриста.

Замкнутая на основе гипотезы длины пути смешения система дифференциальных уравнений, описывающая турбулентный пограничный слой, в данной работе решалась методом конечных разностей. Применимость данной модели турбулентности при описании эффектов ламинаризации оценивалась сравнением расчета с экспериментальными данными [1] (фиг. 1, точки — эксперимент, кривая 1 — расчет). Из фиг. 1 следует, что в области ускорения потока рассчитанные значения числа Стантона значительно превышают экспериментальные.

Если параметр A_+ в формуле (2.2) интерпретировать как безразмерную толщину вязкого подслоя, то в зоне действия ускорения, где, согласно экспериментальным данным, относительная толщина вязкого подслоя увеличивается, величина параметра A_+ должна также возрастать. В данной работе анализировались следующие зависимости параметра A_+ от степени ускорения потока:

$$(2.3) \quad A_+ = A_+^0 \sqrt{\tau/\tau_{ст}} (1 + 11,8P^+)^{-1/2} \quad - [4];$$

$$(2.4) \quad A_+ = A_+^0 (1 + 30,18P^+)^{-1} \quad - [5];$$

$$(2.5) \quad A_+ = \begin{cases} A_+^0, & L_* \leq 1,9 \cdot 10^3, \\ 11 + 7,9 \cdot 10^3 L_*, & L_* > 1,9 \cdot 10^3 \end{cases} \quad - [6],$$

где $P^+ = -K(C_f/2)^{-3/2}$ — безразмерный градиент давления; $L_* = KC_f$ — параметр ламинаризации.

На начальной стадии ускорения потока результаты проведенных расчетов с использованием (2.3)—(2.5), кривые 2—4 на фиг. 1, совпадают с экспериментальными данными. Однако ниже по потоку, как следует из графиков, расхождение между расчетом и экспериментом в области ламинаризации увеличивается. Такому результату можно дать следующее объяснение. С прекращением действия ускорения потока, согласно формулам (2.3)—(2.5), параметр A_+ перестает изменяться и становится опять величиной постоянной. В то же время относительная толщина вязкого подслоя продолжает еще на некотором расстоянии вниз по потоку возрастать [7].

3. Модель турбулентности ϵ — ϵ . Более обоснованно установить закономерности, регулирующие механизм турбулентного переноса, позволяет идея о связи коэффициента турбулентного обмена μ_t с кинетической энергией турбулентного движения e и масштабом турбулентности L , впервые высказанная Колмогоровым [8] и независимо Прандтлем [9]:

$$(3.1) \quad \mu_t = \rho C_\mu^0 \sqrt{e} L.$$

Величина кинетической энергии турбулентного движения определяется в результате решения дифференциального уравнения интенсивности турбу-

лентности, которое для случая стационарного плоского течения запишется в виде

$$(3.2) \quad \rho U \frac{\partial e}{\partial x} + \rho V \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial e}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} [\langle v' (p' + \rho e) \rangle] - \\ - \rho \langle u' v' \rangle \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \varepsilon.$$

Однако с введением (3.1), (3.2) появляются новые неизвестные, которые для замыкания уравнений пограничного слоя следует определять из экспериментальных данных.

На основании гипотез подобия Колмогорова [10] может быть получена связь между величинами диссипации и интенсивности турбулентности для случая больших турбулентных чисел Рейнольдса:

$$(3.3) \quad \varepsilon = \psi e^{3/2} / L.$$

В случае течений с малыми числами Рейнольдса ($R_T = e^{2/\nu \varepsilon} < 10^3$) коэффициент ψ в формуле (3.3) не является величиной постоянной, а зависит от R_T . Подобная связь позволяет исключить из непосредственного рассмотрения интегральный масштаб турбулентности и определять коэффициент турбулентного обмена по формуле

$$(3.4) \quad \mu_T = C_\mu \mu R_T.$$

Дополнительное уравнение, описывающее изменение величины диссипации кинетической энергии пульсационного движения, получается для случая локально-изотропной турбулентности путем вывода из уравнений Навье — Стокса [11]. Неизвестные члены этого уравнения, содержащие корреляционные составляющие скоростей второго и выше порядков, из соображений размерности и на основании экспериментальных данных определяются через известные осредненные параметры течения, интенсивность турбулентности, диссипацию и замыкающие коэффициенты. Для случая плоского стационарного течения сжимаемой жидкости уравнение диссипации запишется в виде [12]

$$(3.5) \quad \rho U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_1 \mu_T \frac{\varepsilon}{e} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{e}.$$

Коэффициенты уравнения (3.5) и формулы (3.4) являются функциями турбулентного числа Рейнольдса. В настоящей работе они определены на основании обработки экспериментальных данных по измерениям структуры турбулентности в трубах [13] и пограничных слоях [14, 15]. В том числе использовались и экспериментальные данные исследований затухания однородной турбулентности за решеткой [16], когда турбулентное число Рейнольдса изменяется в широком диапазоне. Полученные данные для замыкающих коэффициентов C_1 , C_2 , C_μ , σ_ε полностью совпали с результатами [12].

Однако замкнутая с помощью этих коэффициентов модель $e - \varepsilon$ не позволяет рассчитывать параметры пограничного слоя вблизи обтекаемой поверхности. Профили средних и пульсационных характеристик течения, получаемые расчетом по этой модели, не соответствуют экспериментальным данным. Более того, расчет приводит к отрицательным значениям интенсивности турбулентности и диссипации при $y^+ < 3$. Причина отклонений в том, что уравнение (3.5) выведено в предположении существования условий локально-изотропной турбулентности, которые нарушаются в пристенной области, где турбулентные числа Рейнольдса малы, и, следовательно, не учитывает изменений пульсационного переноса импульса вблизи стенки.

Величину ε можно рассматривать как изотропную часть полной диссипации D . Из экспериментальных данных установлено [17], что полная диссипация на стенке не равна нулю. Учесть этот факт можно либо заданием соответствующих граничных условий для уравнения диссипации

(3.5) на стенке (при $y = 0$, $\varepsilon = 2\nu(\partial\sqrt{e}/\partial y)^2$ или $\partial\varepsilon/\partial y = 0$), либо введением дополнительного члена $-2\mu(\partial\sqrt{e}/\partial y)^2$ в правую часть уравнения интенсивности турбулентности (3.2), как это предложено в [12]. Однако использование ненулевых граничных условий для уравнения ε в виде (3.5) оказывается невозможным. При $\varepsilon_{ст} \neq 0$ последний член уравнения диссипации $C_2\rho\varepsilon^2/e$ в области стенки теряет физический смысл (при $y \rightarrow 0$ он стремится к бесконечности, так как $e_{ст} = 0$). Введение же дополнительного члена в уравнение интенсивности турбулентности изменяет само уравнение e и влияет на результаты решения, поэтому в [18] от этого способа предложено отказаться.

Более правомерными следует считать попытки учесть особенности распределения диссипации турбулентной энергии вблизи стенки путем модификации уравнения диссипации. Первый шаг в этом направлении предпринят в [18]. В последний член уравнения (3.5), определяющий степень уменьшения диссипации, вводится дополнительная функция, ограничивающая его возрастание в окрестности стенки, и он записывается в виде

$$C_2\rho\varepsilon[\varepsilon - 2\nu(\partial\sqrt{e}/\partial y)^2]/e,$$

а граничное условие для ε на стенке — в виде $\partial\varepsilon/\partial y = 0$. Однако подобная модификация оказывает влияние на результаты решения не только в пристенной области, но и во внешних областях пограничного слоя, где градиенты интенсивности турбулентности могут быть большими, особенно в переходных режимах течения.

Несмотря на отличия в формах уравнений интенсивности турбулентности и диссипации, расчеты профилей U и e по моделям [12] и [18] совпадают. При этом для правильного описания экспериментальных профилей e в пристенной области ($y_* < 15$) в уравнение диссипации вводится еще один дополнительный поправочный член $2\mu_T(\partial^2 U/\partial y^2)^2$, которому не было дано физического обоснования.

В предлагаемую в настоящей работе модель пограничного слоя уравнения интенсивности турбулентности и диссипации включены без введения дополнительных членов. Для учета особенностей турбулентного переноса в пристенной области течения, где турбулентность имеет анизотропный характер, в последний член уравнения (3.5) вводится поправочная функция f . Цель ее введения — ограничить возрастание члена деградации диссипации вблизи стенки. Следовательно, область изменения функции — от 0 до 1. Конкретный вид функции f определяется в результате численного эксперимента из условий наилучшего совпадения профилей скорости и интенсивности турбулентности с экспериментальными данными [13—16] и др. В этих работах содержится информация о распределении профилей средней скорости U , пульсационных составляющих скорости u' , v' , w' , турбулентного касательного напряжения $\langle u'v' \rangle$ в зависимости от поперечной координаты y . При введении этих исходных данных в уравнение интенсивности турбулентности, которое вблизи стенки существенным образом упрощается вследствие принятия допущения о малой величине конвективных членов уравнения по сравнению с остальными

$$\frac{d}{dy} \left[\left(\nu - \frac{\langle u'v' \rangle}{dU/dy} \right) \frac{de}{dy} \right] - \langle u'v' \rangle \frac{dU}{dy} = \varepsilon,$$

получается система уравнений относительно неизвестной функции $\varepsilon(y)$, которая выбирается в форме полинома третьей степени $\varepsilon(y) = a + by + cy^2 + dy^3$. В результате решения уравнений этой системы по методу наименьших квадратов для каждой серии экспериментов определяется значение диссипации в зависимости от координаты y . Найденные профили ε и экспериментальные данные по профилям U , u' , v' , w' , $\langle u'v' \rangle$ подставляются в уравнение диссипации (конвективные члены также отбрасываются)

$$\frac{d}{dy} \left[\left(\nu - \frac{\langle u'v' \rangle}{\sigma_\varepsilon dU/dy} \right) \frac{d\varepsilon}{dy} \right] - C_1 \langle u'v' \rangle \frac{\varepsilon}{e} \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 = C_2 f \varepsilon^2/e,$$

в результате решения которого определяется зависимость $f = \varphi(y_*)$:

$$f = -\exp(-10) + \exp\left(-\frac{250}{25 + y_*^3}\right).$$

Установить форму зависимости функции f от R_T в настоящей работе не удалось вследствие значительного разброса данных, полученных в результате обработки различных экспериментов.

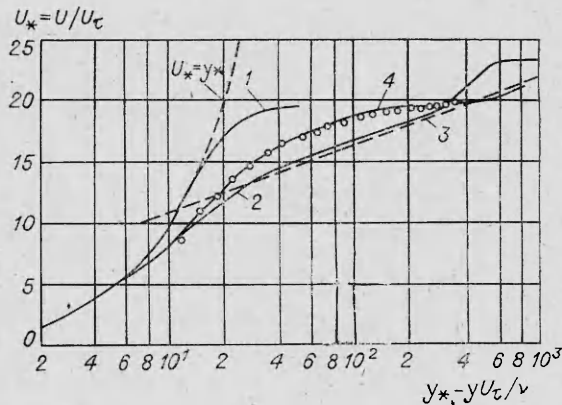
С целью оценки влияния формы граничных условий для диссипации на точность расчета применительно к предлагаемой модели турбулентности проводился численный эксперимент. Установлено, что при выбранной форме уравнений интенсивности турбулентности и диссипации, а также замыкающих соотношений вид граничных условий для ϵ на стенке не оказывает влияния на профили скорости, температуры и интенсивности турбулентности. Представленные на фиг. 2, 3 профили U и e получены расчетом по предложенной модели при использовании двух граничных условий $\epsilon_{ст} = 2\nu(\partial\sqrt{e}/\partial y)^2$ и $\epsilon_{ст} = 0$, при этом расчетные данные совпали друг с другом, поэтому они показаны одной сплошной линией. Расчетные профили диссипации для двух указанных случаев граничных условий отличаются лишь вблизи стенки $y_* < 3$. Если учесть, что в этой области течения коэффициент турбулентного обмена μ_T пренебрежимо мал, а влияние диссипации на средние характеристики течения в основном осуществляется именно через него, то становится понятным отсутствие существенного влияния граничных условий для ϵ на результаты расчета.

Выбор граничного условия для диссипации в виде $\epsilon_{ст} = 0$, а не $\epsilon_{ст} = 2\nu(\partial\sqrt{e}/\partial y)^2$ или $(\partial e/\partial y)_{ст} = 0$ обусловлен тем, что это однородное граничное условие обеспечивает наибольшую устойчивость решения при увеличении шагов разностной сетки.

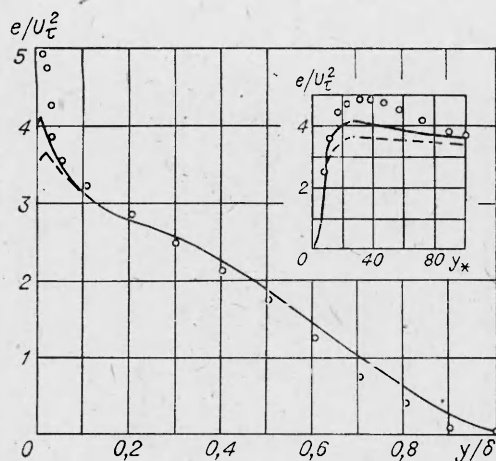
4. Математическая модель пограничного слоя. Система уравнений, описывающая турбулентный пограничный слой, совместно с замыкающими коэффициентами имеет вид

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} &= 0, \quad \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_T) \frac{\partial U}{\partial y} \right] - \frac{dp}{dx}, \\ C_p \rho U \frac{\partial T}{\partial x} + C_p \rho V \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + U \frac{dp}{dx} + \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \rho e, \\ \rho U \frac{\partial e}{\partial x} + \rho V \frac{\partial e}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[(\dot{\mu} + \dot{\mu}_T) \frac{\partial e}{\partial y} \right] + \dot{\mu}_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \rho e, \\ \rho U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + C_1 \mu_T \frac{\epsilon}{e} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_2 f \frac{\rho \epsilon^2}{e}, \\ C_1 &= 1,65, \quad C_2 = 2[1 - 0,3 \exp(-R_T^2)], \quad \sigma_\epsilon = 1,3, \\ C_\mu &= 0,09 \left[-\exp(-2,5) + \exp\left(-\frac{125}{50 + R_T}\right) \right], \quad f = -\exp(-10) + \\ &+ \exp\left(-\frac{250}{25 + y_*^3}\right), \end{aligned}$$

где x и y — прямоугольные координаты соответственно вдоль и поперек



Ф и г. 2



Фиг. 3

потока; U, V — компоненты средней скорости; $e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \langle (u_i')^2 \rangle$ — интенсивность турбулентности; T — средняя температура; u_i' — компоненты пульсационной скорости; $\epsilon = \nu \sum_{i,j=1}^3 \langle (\partial u_i' / \partial x_j)^2 \rangle$ — диссипация; $C_1, C_2, C_\mu, \sigma_\epsilon$ — эмпирические коэффициенты; $y_* = y \sqrt{\tau_{ст}/\rho} / \nu$ — безразмерная поперечная координата.

Соответствующие граничные условия принимаются в виде

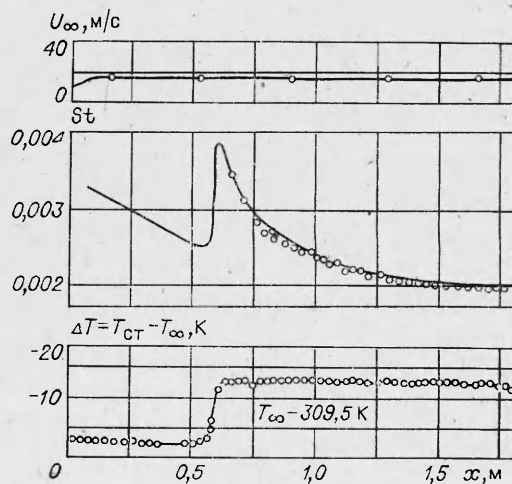
$$(4.2) \quad y = 0, U = V = e = \epsilon = 0, T = T_{ст}(x),$$

$$y \rightarrow \infty, \partial U / \partial y = \partial T / \partial y = \partial e / \partial y = \partial \epsilon / \partial y = 0.$$

Уравнения (4.1), (4.2) совместно с уравнением состояния и соотношениями $\mu = \mu(p, T), \lambda = \lambda(p, T), C_p = C_p(p, T), R = R(p, T)$ решались на ЭВМ. Исходные уравнения и граничные условия аппроксимировались с помощью конечно-разностных аналогов, записанных по неявной схеме. Начальные профили задавались по экспериментальным данным для ламинарного и турбулентного режимов течения [19]. Получаемая при этом система линейных уравнений решалась методом прогонки. Для ускорения процесса счета и обеспечения его точности вводилась модифицированная система координат, обеспечивающая «сжатие» поперечной координаты вблизи стенки. Удовлетворительная точность расчетов достигалась для безградиентных режимов течения при 40, а для ускоренных потоков при 100 точках поперек расчетной сетки.

5. Результаты расчета. С целью оценки справедливости предлагаемой математической модели пограничного слоя проведены расчеты профилей скорости для различных режимов течения. Решение осуществлялось, начиная с некоторой точки плоской пластины, в которой $Re_x \sim 10^4$, а относительная степень турбулентности набегающего потока не превышала 0,5%. В этих условиях пограничный слой носит ламинарный характер (кривая 1 на фиг. 2 получена при $Re_x = 10^5, K = 0$). С выходом на турбулентный режим течения расчетный профиль средней скорости перестраивается (кривая 2 на фиг. 2, $Re_x = 4 \cdot 10^5, K = 0$) и совпадает с логарифмическим законом распределения $U_* = 5,5 \lg y_* + 5,45$ (кривая 3). В зоне действия ускорения потока рассчитанный профиль скорости (кривая 4, $Re_x = 1,5 \cdot 10^6, K = 2,2 \cdot 10^{-6}$) отклоняется в сторону ламинарных профилей и согласуется с экспериментальными данными [12] при $K = 2,2 \cdot 10^{-6}$.

На фиг. 3 сопоставляются профили интенсивности турбулентности поперек пограничного слоя на плоской пластине, рассчитанные с помощью насто-



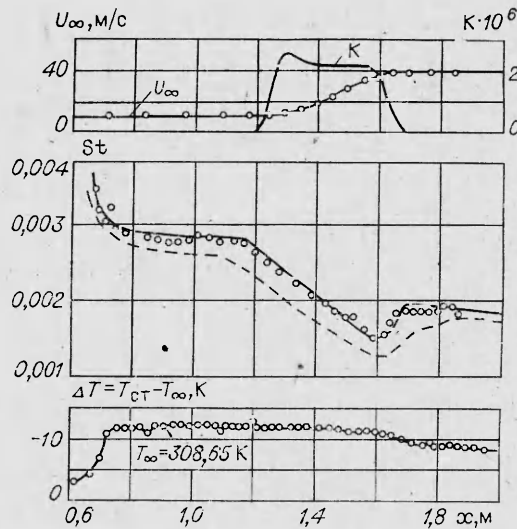
Фиг. 4

ящей модели (сплошная кривая) и с помощью модели [12] (штриховая кривая), с экспериментальными данными [14] при $Re_x = 4,2 \cdot 10^6$ (точки). В области стенки рассчитанные профили лежат ниже экспериментальных данных, но расчет по предложенной модели дает лучшее совпадение с опытом. При $y/\delta > 0,1$ рассчитанные профили полностью совпадают, поэтому на графике изображены одной сплошной линией.

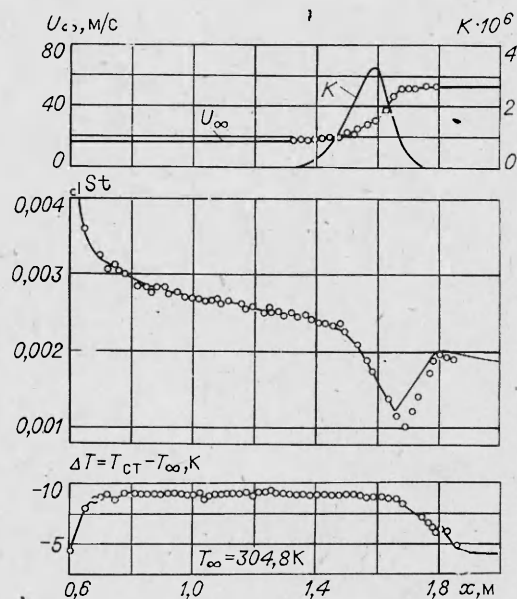
Возможности предложенной модели при описании теплообмена в турбулентном пограничном слое оценивались при сравнении с экспериментальными данными [1] (точки). В качестве граничных условий в расчет закладывались скорость набегающего потока, разность температур стенки и внешнего потока, полученные в экспериментах. Из фиг. 4 следует, что рассчитанное число Стантона для случая безградиентного режима течения ($K = 0$) совпадает с опытными данными.

В случае умеренных ускорений потока ($K_{max} = 2,52 \cdot 10^{-6}$), действующих на значительном расстоянии вдоль исследуемой поверхности, расчет точно описывает область снижения интенсивности теплообмена. На фиг. 5 сплошной и штриховой линиями показаны данные расчета по предложенной модели и модели [12] соответственно. Очевидно, что расчет по модели [12] дает значительно худшее совпадение с экспериментом.

Как следует из фиг. 6, когда ускорение потока носит кратковременный пиковый характер, точность расчета снижается, но модель позволяет правильно оценить область снижения интенсивности теплообмена.



Фиг. 5



Фиг. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Moretti P. M., Kays W. W. Heat transfer to a turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature — an experimental study.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1965, vol. 8, pt 9.
2. Badri Narayanan M. A. An experimental study of reverse transition in two-dimensional channel flow.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 31, pt 3.
3. Launder B. E., Spalding D. B. Mathematical models of turbulence. L.: Acad. Press, 1972.
4. Cebeci T., Smith A. M. O., Mosinskis G. J. Solution of the incompressible turbulent boundary layer equations with heat transfer.— J. Heat Transfer, 1970, vol. 92, p. 113.
5. Kays W. M. Heat transfer to the transpired turbulent boundary layer.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, pt 5.

6. Launder B. E., Jones W. P. Sink flow turbulent boundary layers.— J. Fluid Mech., 1969, vol. 38, pt 4.
7. Blackwelder R. F., Kovaszny L. S. G. Large-scale motion of a turbulent boundary layer during relaminarization.— J. Fluid Mech., 1972, vol. 53, pt 1.
8. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1942, т. 6, № 1—2.
9. Prandtl L. Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz.— Nachrichten von der Acad. der Wissenschaften in Göttingen, 1945, S. 6.
10. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса.— ДАН СССР, 1941, т. 30, № 4.
11. Давыдов Б. Н. К статистической динамике несжимаемой турбулентной жидкости.— ДАН СССР, 1961, т. 136, № 1.
12. Jones W. P., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, pt 2.
13. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. Rept/NACA, 1954, N 1174.
14. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. Rept/NACA, 1955, N 1247.
15. Bradshaw P. The turbulence structure of equilibrium boundary layers.— J. Fluid Mech., 1967, vol. 29, pt 4.
16. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: ИЛ, 1959.
17. Ротта И. К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1967.
18. Hanjalic K., Launder B. E. Contribution towards a Reynolds-stress closure for low-Reynolds-number turbulence.— J. Fluid Mech., 1976, vol. 74, pt 4.
19. Хицце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963.

Поступила 21/II 1984 г.

УДК 536.516

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ ЯЧЕЙКА, В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ

Ю. В. Саночкин
(Москва)

Задача о термокапиллярной конвекции, развивающейся в тонком слое неподвижной жидкости, локально нагреваемом сверху, рассмотрена в [1] в приближении постоянной толщины слоя. Полученное в [1] для больших чисел Марангони ($M \gg 1$) точное решение уравнений капиллярной конвекции позволило определить ее скорость и размер конвективной ячейки. В [2] решение [1], справедливое для жидкостей с числом Прандтля $Pr \geq 1$, обобщено на случай жидких металлов ($Pr < 1$). В [3] задача [1] рассмотрена в строгой постановке — с учетом кривизны свободной поверхности жидкости. Это позволило выявить влияние силы тяжести и деформации поверхности на структуру ячейки и определить область применимости простого аналитического решения [1, 2]. На основании результатов [1—3] в [4] предложена динамическая термокапиллярная модель катодного пятна вакуумной дуги, в которой удалось связать высокие скорости его перемещения по поверхности электрода с высокими скоростями конвективного переноса тепла.

Представляет интерес рассмотреть задачу о стационарной термокапиллярной конвекции в тонком горизонтальном слое движущейся жидкости при локальном нагреве ее сверху.

Как и в [1], ограничимся рассмотрением плоской модели для случая $M \gg 1$. Если жидкость неподвижна, то по разные стороны от линии нагрева образуются две симметричные термокапиллярные ячейки. Движение жидкости, инициируемое капиллярной силой, охватывает конечную длину — длину ячейки $l \approx hM^{1/2} \gg h$, где h — толщина слоя. Максимальная скорость течения развивается на поверхности и равна

$$v_e \approx (\alpha' \Delta T \chi / h \eta)^{1/2},$$

где $\alpha' = -d\alpha/dT$; α — коэффициент поверхностного натяжения; $\Delta T = T_0 - T_1$ — перепад температуры в начальном сечении; χ — температуропроводность; η — динамическая вязкость. Согласно [1], интенсивность вихря характеризуется следующим объемным (на единицу длины)