

О РЕЖИМЕ ВИБРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ

И. С. Боровков

(Москва)

Рассмотрим процесс вибрационного горения в трубе, сопровождающийся продольными акустическими колебаниями. Известно [1], что такой процесс характеризуется большим числом возможных механизмов обратной связи и большим числом «степеней свободы». С другой стороны, в данных конкретных условиях он сопровождается совершенно определенными колебаниями параметров потока перед и за зоной горения и совершенно определенными фазовыми сдвигами между указанными колебаниями.

Эти обстоятельства стимулировали появление гипотезы о максимуме акустической энергии, излучаемой зоной вибрационного горения [1].

В соответствии с гипотезой о максимуме акустической энергии в процессе развития вибрационного горения реализуется такой механизм возбуждения и такие амплитудно-фазовые соотношения, характеризующие сопутствующие ему колебания, которые в случае отсутствия потерь акустической энергии соответствуют максимальной акустической энергии E_z , излучаемой зоной горения.

Физические основания для формулировки этой гипотезы состоят в следующем. Как всякий автоколебательный процесс, процесс вибрационного горения должен возникать после потери устойчивости течения с теплоподводом по отношению к малым случайным возмущениям. Граница устойчивости течения с теплоподводом при отсутствии потерь акустической энергии определяется условием $E_z = 0$. При $E_z < 0$ малые случайные возмущения гасятся в области теплоподвода, а при $E_z > 0$, наоборот, усиливаются. В связи с этим тот механизм возбуждения колебаний, который характеризуется наибольшей величиной E_z , может обогнать в своем развитии остальные возможные механизмы и стать в конце концов решающим.

Цель настоящей работы — сформулировать более конструктивную, на наш взгляд, гипотезу о режиме вибрационного горения, основанную на одной из теорем термодинамики необратимых процессов — теореме Пригожина, согласно которой [2, 3], стационарным (независящим от времени) состоянием термодинамической системы, в которой происходят необратимые превращения, является состояние с минимально возможным при заданных условиях производством энтропии, т. е. с минимально возможной величиной энтропии, возникающей в самой системе за единицу времени.

Уместность использования теоремы Пригожина в рассматриваемом случае достаточно очевидна. Действительно, зона теплоподвода или горения является открытой и непрерывной термодинамической системой, в которой идут необратимые процессы. С момента возникновения неустойчивости течения в зоне горения по отношению к малым случайным возмущениям и до момента установления вибрационного горения состояние зоны горения нестационарное (колебания в ней развиваются во вре-

мени). И, наконец, установившихся режимов вибрационного горения с различными, очевидно, величинами производства энтропии может быть столь же много, как и механизмов обратной связи, необходимых для поддержания такого горения. (Даже при реализации какого-либо конкретного механизма обратной связи возможны различные амплитудно-фазовые соотношения, характеризующие колебания параметров потока и теплоподвода в зоне горения [1].) Однако использование теоремы Пригожина в рассматриваемом случае нуждается и в некоторых замечаниях, которые целесообразнее сделать несколько ниже.

С целью упрощения вывода выражения для изменения производства энтропии после установления вибрационного горения введем следующие обозначения параметров течения за зоной горения: M и s — массовый поток за единицу времени через единицу площади и энтропия единицы массы газа непосредственно перед возникновением вибрационного горения; δM и δs — изменения этих величин (являющиеся периодически функциями времени) после установления вибрационного горения. При изменении M и s на δM и δs поток энтропии Π в единицу времени через единицу площади за зоной горения будет составлять

$$\Pi = Ms + s\delta M + M\delta s + \delta M\delta s. \quad (1)$$

Первый член в правой части этого выражения — поток энтропии за зоной горения до возникновения вибрационного горения, второй — зависимость этого потока от M , и только третий и четвертый члены описывают изменение Π за счет изменения энтропии единицы массы газа s после возникновения вибрационного горения. В связи с этим, согласно определению, именно последние члены выражения (1) и определяют изменение производства энтропии P в зоне горения, приходящееся на единицу ее поперечной площади, при изменении M и s на δM и δs

$$\Delta P = M\delta s + \delta M\delta s.$$

Отсюда соответствующее изменение производства энтропии за время dt составляет $(M\delta s + \delta M\delta s)dt$, а среднее изменение $\Delta P_{\text{ср}}$ производства энтропии в течение периода τ вибрационного горения может быть определено выражением

$$\Delta P_{\text{ср}} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (M\delta s + \delta M\delta s) dt.$$

Независимо от знака $\Delta P_{\text{ср}}$ (а он может быть и положительным и отрицательным, так как при вибрационном горении теплоподвод к газу колеблется) производство энтропии в зоне вибрационного горения тем меньше, чем меньше $\Delta P_{\text{ср}}$. В связи с этим по аналогии с гипотезой о максимуме акустической энергии можно сформулировать следующую гипотезу: в процессе развития вибрационного горения реализуется такой механизм возбуждения и такие амплитудно-фазовые соотношения, характеризующие соответствующие ему колебания, которые соответствуют минимально возможной в данных конкретных условиях величине $\Delta P_{\text{ср}}$.

Если отметить индексом * режим вибрационного горения, а индексом min — минимально возможную величину (не обязательно, конечно, экстремальную), то сформулированное выше утверждение можно записать еще следующим образом:

$$\frac{\Delta P_{\text{ср}}^*}{M} = \left[\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (\delta s + \delta \bar{M}\delta s) dt \right]^* = \left[\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (\delta s + \delta \bar{M}\delta s) dt \right]_{\text{min}}, \quad (2)$$

где $\delta \bar{M} = \delta M/M$.

Гипотетичность этого утверждения определяется двумя обстоятельствами. Во-первых, тем, что в теореме Пригожина речь идет о стационарном состоянии термодинамической системы, не зависящем от времени, а в нашем случае это состояние установившееся, но зависящее от времени. И, во-вторых, тем, что теорема Пригожина доказана лишь для квазиравновесных состояний [2—4], к которым нельзя отнести состояние вибрационного горения. (Квазиравновесное состояние — состояние, при котором производство энтропии мало, в случае же вибрационного горения производство энтропии может характеризоваться вполне конечной величиной.) Прокомментировать первое из этих обстоятельств сейчас трудно, хотя представляется, что оно не очень принципиально. Что касается второго, то можно отметить, что существует, по-видимому, целый класс термодинамических систем и необратимых превращений в них, для которых теорема Пригожина выполняется и при установлении стационарных состояний, существенно отличных от квазиравновесных [5].¹ Более того, уже сейчас имеется опыт использования теоремы Пригожина при рассмотрении стационарных неравновесных состояний [6]. Таким образом, вопрос состоит в том, принадлежит ли к указанному классу зона вибрационного горения.

Если считать поток газа за зоной вибрационного горения потоком идеального газа, то энтропию s единицы массы его с точностью до постоянной можно определить одним из двух следующих выражений, которые используются в дальнейшем:

$$s = c_v \ln p - c_p \ln \rho = c_v (\ln p - \kappa \ln \rho),$$

$$s = c_v [\kappa \ln T - (\kappa - 1) \ln \rho],$$

где c_p и c_v — удельные теплоемкости, $\kappa = c_p/c_v$, а p , ρ и T — давление, плотность и температура газа. Если же принять неизменность удельных теплоемкостей до и после возникновения вибрационного горения и обозначить через δp , $\delta \rho$ и δT изменения давления, плотности и температуры при вибрационном горении, то нетрудно получить соответствующие выражения для δs

$$\delta s = c_v [\ln(1 + \delta \bar{p}) - \kappa \ln(1 + \delta \bar{\rho})], \quad (3)$$

$$\delta s = c_v [\kappa \ln(1 + \delta \bar{T}) - (\kappa - 1) \ln(1 + \delta \bar{\rho})]. \quad (4)$$

Здесь $\delta \bar{p} = \delta p/p$, $\delta \bar{\rho} = \delta \rho/\rho$, $\delta \bar{T} = \delta T/T$ — относительные изменения p , ρ и T после установления режима вибрационного горения, причем p , ρ и T — давление, плотность и температура за зоной горения непосредственно перед возникновением вибрационного горения.

С учетом выражений (3) и (4) условие (2) преобразуется к виду

$$A^* = A_{\min}, \quad (5)$$

где A определяется одним из следующих выражений:

$$A = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [\ln(1 + \delta \bar{p}) - \kappa \ln(1 + \delta \bar{\rho})] (1 + \delta \bar{M}) dt, \quad (6)$$

$$A = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [\kappa \ln(1 + \delta \bar{T}) - (\kappa - 1) \ln(1 + \delta \bar{\rho})] (1 + \delta \bar{M}) dt. \quad (7)$$

Теперь, естественно, возникает вопрос, можно ли проверить сформулированную выше гипотезу экспериментально.

¹ Здесь имеется в виду вторая часть работы [5], где рассматривается система из невзаимодействующих частиц, каждая из которых может находиться только в двух состояниях: с нулевой и с некоторой конечной энергией.

Чтобы ответить на него, рассмотрим величину A в форме (6). Постулируем, что колебания давления и плотности, а также скорости потока v за зоной вибрационного горения близки к гармоническим и малы

$$\begin{aligned}\delta\bar{p} &= |\delta\bar{p}| \sin \omega t, \quad |\delta\bar{p}| < 1, \\ \delta\bar{\rho} &= |\delta\bar{\rho}| \sin(\omega t + \varphi), \quad |\delta\bar{\rho}| < 1, \\ \delta\bar{v} &= |\delta\bar{v}| \sin(\omega t + \psi), \quad |\delta\bar{v}| < 1,\end{aligned}$$

где δv — изменение скорости потока за зоной горения после возникновения вибрационного горения, $\delta\bar{v} = \delta v/v$, $\omega = 2\pi/\tau$, а φ и ψ — фазовые сдвиги колебаний плотности и скорости относительно колебаний давления. Учтем, кроме того, что

$$\delta M = (\rho + \delta\rho)(v + \delta v) - \rho v$$

и

$$\delta\bar{M} = \delta\bar{\rho} + \delta\bar{v} + \delta\bar{\rho} \cdot \delta\bar{v}.$$

Тогда, разложив логарифмы в ряды и произведя интегрирование, получим, что с точностью до членов третьего порядка малости

$$\begin{aligned}A &= -1/4 |\delta\bar{p}|^2 - \kappa/4 |\delta\bar{\rho}|^2 + 1/2 |\delta\bar{p}| |\delta\bar{\rho}| \cos \varphi + \\ &+ 1/2 |\delta\bar{p}| |\delta\bar{v}| \cos \psi - \kappa/2 |\delta\bar{\rho}| |\delta\bar{v}| (\cos \varphi \cdot \cos \psi + \sin \varphi \cdot \sin \psi).\end{aligned}\quad (8)$$

Рассмотрим далее случай, когда труба, где возникает вибрационное горение, имеет абсолютно жесткие стенки, открыта с того конца, который расположен за зоной горения, и сообщается с неограниченным пространством. В выходном сечении такой трубы колебания давления в первом приближении отсутствуют ($|\delta\bar{p}| = 0$)¹ и поток акустической энергии

$$E = 1/2 |\delta\bar{p}| |\delta\bar{v}| \cos \psi = 0.$$

В силу этого, а также свойства сохранения E [1], $E = 0$ в любом сечении рассматриваемой трубы за зоной вибрационного горения. Отсюда, в свою очередь, следует, что в рассматриваемом случае $\cos \psi = 0$ или что колебания давления и скорости за зоной вибрационного горения должны быть сдвинуты по фазе на $\pi/2$ или $-\pi/2$.

При $\psi = \pi/2$ выражение (8) преобразуется к виду

$$A = -1/4 |\delta\bar{p}|^2 - \kappa/4 |\delta\bar{\rho}|^2 + 1/2 |\delta\bar{p}| |\delta\bar{\rho}| \cos \varphi - \kappa/2 |\delta\bar{\rho}| |\delta\bar{v}| \sin \varphi.\quad (9)$$

Как нетрудно видеть, минимальное значение A , определяемое выражением (9), зависит от $|\delta\bar{p}|$, $|\delta\bar{\rho}|$, $|\delta\bar{v}|$ и реализуется при

$$\sin \varphi = \frac{\kappa |\delta\bar{v}|}{\sqrt{|\delta\bar{\rho}|^2 + \kappa^2 |\delta\bar{v}|^2}},\quad (10)$$

когда угол φ лежит во второй четверти. Это значение составляет

$$A_{\min} = -1/2 |\delta\bar{p}|^2 - \kappa/2 |\delta\bar{\rho}|^2 - |\delta\bar{\rho}| \sqrt{|\delta\bar{p}|^2 + \kappa^2 |\delta\bar{v}|^2}\quad (11)$$

и тем меньше, чем больше $|\delta\bar{p}|$, $|\delta\bar{\rho}|$ и $|\delta\bar{v}|$.

При $\psi = -\pi/2$ минимальное значение A реализуется при

$$\sin \varphi = -\frac{\kappa |\delta\bar{v}|}{\sqrt{|\delta\bar{\rho}|^2 + \kappa^2 |\delta\bar{v}|^2}},\quad (12)$$

¹ Условие $|\delta\bar{p}| = 0$ на открытом конце трубы принимается обычно в акустике [7] и используется в теории вибрационного горения [1].

если угол φ лежит в третьей четверти, причем это значение не отличается от значения, определяемого выражением (11).

Из изложенного следует, что экспериментальную проверку сформулированной гипотезы (5) можно осуществить следующим образом: вызвать вибрационное горение в трубе с открытым выходным концом, сообщаящимся с атмосферой; определить колебания p , ρ и v в каком-то сечении трубы за зоной вибрационного горения; в случае, если эти колебания близки к гармоническим и малы, проверить выполнение соотношений (10) или (12), которые следуют из гипотезы (5) и связывают фазовый сдвиг колебаний ρ относительно p и амплитуды колебаний p и v в любом сечении трубы за зоной вибрационного горения. Если соотношения (10) или (12) будут в первом приближении выполняться, можно пойти дальше: отказавшись от условия $|\delta\bar{p}|=0$ на открытом конце трубы, получить соотношения, аналогичные (10) и (12), для $E \neq 0$, определить экспериментально величину E и т. д.

Здесь уместно заметить, что квазигармоничность и малость колебаний параметров потока за зоной вибрационного горения не является чем-то исключительным. В частности, колебания параметров потока за зоной вибрационного горения, как правило, настолько невелики, что могут быть описаны линеаризованными уравнениями гидромеханики [1].

Следующий вопрос, который напрашивается, — это вопрос о том, не является ли гипотеза (5) внутренне противоречивой, т. е. не реализуется ли минимально возможное значение A при отсутствии вообще каких-либо колебаний параметров потока за зоной вибрационного горения. Частичный ответ на этот вопрос получен выше: при $\cos \psi = 0$ минимальное значение A , определяемое выражением (11), тем меньше, чем больше амплитуды колебаний p , ρ и v . Однако для того, чтобы получить полный ответ на него, необходимо, очевидно, рассмотреть случай, когда на малые колебания за зоной горения не наложено вообще никаких ограничений. При этом, естественно, нужно иметь в виду, что рассмотрение такого случая не предполагает, что он достижим в действительности.

Чтобы ответить на поставленный вопрос, удобнее всего рассмотреть величину A в форме (7). Будем, как и раньше, считать, что все входящие в выражение для A изменяющиеся со временем величины — гармонические

$$\begin{aligned}\delta\bar{p} &= |\delta\bar{p}| \sin \omega t, \\ \delta\bar{T} &= |\delta\bar{T}| \sin(\omega t + \alpha), \\ \delta\bar{M} &= |\delta\bar{M}| \sin(\omega t + \beta).\end{aligned}$$

Тогда, разложив логарифмы в ряды и произведя интегрирование в правой части выражения (7), получим, что с точностью до тех же, что и выше, членов третьего порядка малости

$$\begin{aligned}A &= \frac{\kappa - 1}{4} |\delta\bar{p}|^2 - \frac{\kappa}{4} |\delta\bar{T}|^2 - \frac{\kappa - 1}{2} |\delta\bar{p}| |\delta\bar{M}| \cos \beta + \frac{\kappa}{2} |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}| \times \\ &\times (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta).\end{aligned}\quad (13)$$

Найдем минимальное значение A , определяемое выражением (13), считая $|\delta\bar{T}|$ и $|\delta\bar{M}|$ параметрами, так как с учетом обеих или какой-либо одной из этих величин A не имеет экстремально минимального значения. Для этого вычислим частные производные $\partial A / \partial |\delta\bar{p}|$, $\partial A / \partial \alpha$, $\partial A / \partial \beta$ и приравняем их нулю

$$\begin{aligned}|\delta\bar{p}| - |\delta\bar{M}| \cos \beta &= 0, \quad \sin(\beta - \alpha) = 0, \\ (\kappa - 1) |\delta\bar{p}| \sin \beta - \kappa |\delta\bar{T}| \sin(\beta - \alpha) &= 0.\end{aligned}\quad (14)$$

Решениями системы (14) являются:

$$|\delta\bar{p}| = |\delta\bar{M}|, \alpha=0, \beta=0 \quad (15)$$

и

$$|\delta\bar{p}| = |\delta\bar{M}|, \alpha=\pi, \beta=0. \quad (16)$$

Члены второго порядка малости в разложении Тейлора около решений (15) и (16) составляют соответственно следующие квадратичные формы:

$$B = \frac{\kappa |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}|}{4} \left[\frac{\kappa-1}{\kappa |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}|} x_1^2 - (x_2 - x_3)^2 + \frac{(\kappa-1) |\delta\bar{M}|}{\kappa |\delta\bar{T}|} x_3^2 \right],$$

$$C = \frac{\kappa |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}|}{4} \left[\frac{\kappa-1}{\kappa |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}|} x_1^2 + (x_2 - x_3)^2 + \frac{(\kappa-1) |\delta\bar{M}|}{\kappa |\delta\bar{T}|} x_3^2 \right],$$

где $x_1 = \Delta |\delta\bar{p}|$, $x_2 = \Delta\alpha$ и $x_3 = \Delta\beta$. Первая из этих квадратичных форм знакоопределенная, вторая же — положительно-определенная.

Отсюда следует, что минимальное значение A реализуется при $|\delta\bar{p}| = |\delta\bar{M}|$, $\alpha=\pi$, $\beta=0$ и равняется

$$A_{\min} = -1/4 [\kappa |\delta\bar{T}|^2 + (\kappa-1) |\delta\bar{M}|^2 + 2\kappa |\delta\bar{T}| |\delta\bar{M}|].$$

Найденное значение A_{\min} тем меньше, чем больше $|\delta\bar{T}|$ и $|\delta\bar{M}|$. (Именно поэтому эти величины рассматривались выше как параметры.)

Другими словами, мы показали, что даже в случае, когда на малые колебания за зоной горения не наложено никаких ограничений, минимальное значение A реализуется при значениях $|\delta\bar{p}|$, α и β , которые определяются выражениями (16), и при максимально возможных амплитудах колебаний T и M .

Таким образом, сформулированная выше гипотеза внутренне непротиворечива и может быть проверена экспериментально.

Результаты проверки сформулированной гипотезы интересны как для определения режима вибрационного горения, сопровождающегося продольными акустическими колебаниями, так и для исследования возможности использования теоремы Пригожина в реальных условиях (в данном случае в условиях установления периодически меняющегося со временем существенно неравновесного состояния термодинамической системы).

Последнее связано еще и с тем, что при рассмотрении неравновесных стационарных состояний вместо теоремы Пригожина в настоящее время используется критерий эволюции термодинамических систем [8]. Однако существование критерия эволюции является прямым следствием условия устойчивости локального равновесия и поэтому — косвенным следствием второго закона термодинамики [8]. В связи с этим теорема Пригожина существенно более информативна, чем критерий эволюции. Справедливость этого утверждения сразу следует из того, что теорема Пригожина получается из критерия эволюции в предположении верности законов переноса с постоянными коэффициентами и соотношений взаимности Онсагера [8].

В заключение автор выражает большую признательность члену-корреспонденту АН СССР Б. В. Раушенбаху за советы и поддержку, без которых выполнение этой работы было бы невозможным.

Поступила в редакцию
8/1 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Раушенбах. Вибрационное горение. М., ГИФМЛ, 1961.
2. С. де Гроот, П. Мазур. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
3. Р. Хаазе. Термодинамика необратимых процессов. М., «Мир», 1967.
4. Д. Н. Зубарев. Неравновесная статистическая термодинамика. М., «Наука», 1971.
5. М. Клейн. В сб. Термодинамика необратимых процессов. М., ИЛ, 1962.
6. И. С. Боровков. ИФЖ, 1974, XXVI, 4.
7. Дж. Рэлей. Теория звука. Т. II. М., ГИТТЛ, 1955.
8. П. Гленсдорф, И. Пригожин. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М., «Мир», 1973.

УДК 536.462

ОБ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ УГЛЕВОДОРОДНОГО ПЛАМЕНИ

Ю. С. Иващенко, Ю. Г. Коробченко, Т. С. Бондаренко
(Красноярск)

Вопрос об «отрыве» электронной температуры в зоне химических реакций углеводородного пламени постоянно привлекает внимание исследователей и является еще дискуссионным. В работах [1—3] и др. приведены результаты измерений электронной температуры, значение которой достигают 10 000—30 000 К. В то же время имеется ряд работ [4—8], в которых отрыв электронной температуры от газовой оценивается величиной не более 300—500 К. В связи с этим представляет интерес изучение электронной температуры углеводородного пламени с привлечением новых инструментальных средств.

В работе дан теоретический анализ условий отрыва электронной температуры пламени в случае стационарной химической ионизации и приведены результаты измерений температуры по тепловым шумам пламени с помощью емкостного преобразователя.

1. Основным источником нарушения термодинамического равновесия в углеводородных пламенах (в отсутствие электрического поля) является процесс химической ионизации, сопровождающийся появлением «горячих» электронов в зоне химических реакций. Зона реакций может быть локализована или распределена по объему газа за счет реакций дожигания.

Рассмотрим электронный газ, состоящий из двух групп электронов — термализованных электронов, образовавшихся в результате изотермических процессов ионизации (термическая ионизация, термоэлектронная эмиссия) и нетермализованных («горячих») электронов, появившихся в результате химических реакций.

Средняя энергия электронного газа равна

$$\varepsilon_e = \frac{n_+ \varepsilon_+ + n_x \varepsilon_x}{n_e}, \quad (1)$$

где n_+ , n_x , ε_+ и ε_x — концентрация и средние энергии термализованных и «горячих» электронов; $n_e = n_+ = (n_+ + n_x)$ — общая концентрация электронов, равная числу положительных ионов n_+ .

Уравнения рекомбинации и релаксации электронов в пламени имеют вид

$$dn_x/dt = -\alpha n_+ n_x \quad (2)$$

и

$$d\varepsilon/dt = -\beta(\varepsilon - \varepsilon_+), \quad (3)$$

где α и β — коэффициенты рекомбинации и релаксации.