

УДК 532.542; 616.1

ОБ ЭНЕРГИИ ГИДРОУПРУГОЙ СИСТЕМЫ: ТЕЧЕНИЕ КРОВИ В АРТЕРИИ С ЦЕРЕБРАЛЬНОЙ АНЕВРИЗМОЙ

М. Ю. Маматюков^{*,**}, А. К. Хе^{*,**}, Д. В. Паршин^{*,**},
П. И. Плотников^{*,**}, А. П. Чупахин^{*,**}

* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

** Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия

E-mails: mamatyukov@yandex.ru, alekhe@hydro.nsc.ru, danilo.skiman@gmail.com,
plotnikov@hydro.nsc.ru, chupakhin@hydro.nsc.ru

Развивается энергетический подход к исследованию гидроупругой системы упругий кровеносный сосуд — поток вязкой жидкости — аномалия в виде аневризмы для оценки различных составляющих энергии системы: энергии вязкой диссипации потока, энергии растяжения и энергии изгибания стенки аневризмы. Для расчета полной энергии системы создан вычислительный комплекс, включающий коммерческое и свободно распространяемое программное обеспечение, а также самостоятельно разработанные модули. Работоспособность комплекса апробирована на модельных геометрических конфигурациях и конфигурациях, соответствующих кровеносным сосудам с церебральными аневризмами реальных пациентов и восстановленными по ангиографическим снимкам. Полученные расчетные значения функционала Уиллмора, характеризующие энергию изгибания оболочки, согласуются с данными теории.

Ключевые слова: функционал Уиллмора, кривизна поверхности, церебральные аневризмы, гидроупругость, численный расчет.

DOI: 10.15372/PMTF20190601

Введение. Церебральная аневризма (ЦА) представляет собой локальное выпячивание одного из слоев стенки (интимы) артерии. Поскольку стенка артерии имеет многослойную структуру, вследствие образования локального дефекта происходит разрушение внешних слоев и внутренний слой образует купол, пузырь, что ведет к нарушению нормального режима кровотока. При этом, как правило, течение крови порождает вихрь, что может привести к тромбообразованию. Перерожденный и растянутый слой интимы имеет меньшую прочность, чем стенка здоровой артерии, вследствие чего увеличивается риск разрыва [1]. Деформация стенки артерии при образовании аневризмы может быть достаточно большой: от нескольких миллиметров в случае фузиформных аневризм до нескольких сантиметров (нескольких диаметров артерии) при образовании гигантских аневризм. Реология стенки артерии и аневризмы достаточно сложна. Причем стенка аневризмы имеет более сложное строение, чем здоровая артерия, и содержит неупорядоченные соединения

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 17-11-01156).

© Маматюков М. Ю., Хе А. К., Паршин Д. В., Плотников П. И., Чупахин А. П., 2019

эластиновых, коллагеновых волокон и соединительной ткани, перемежающиеся слои здоровой и отмершей тканей. Результаты экспериментальных исследований свидетельствуют о возможности больших деформаций купола аневризмы, особенно в условиях прекондиционирования (многократного нагружения материала стенки с последующим увеличением нагрузки). Результаты экспериментальных исследований одноосного нагружения образцов ЦА на разрывной машине [2] показывают, что после серии нагружений происходит определенная релаксация материала купола аневризмы, который в дальнейшем может быть растянут до величины, превышающей начальный размер ЦА в 2–5 раз. Это свидетельствует о потенциале возможного роста ЦА. Разрыв аневризмы в значительной мере обусловлен неоднородностью ее стенок в области локального дефекта. Неоднородность, в свою очередь, является следствием увеличения толщины стенки под действием потока крови: различные материальные точки оболочки перемещаются с различной скоростью, вследствие чего появляются остаточные напряжения.

Исследование возникновения, роста и риска разрыва ЦА представляет собой сложную задачу гидроупругости, имеющую большое значение для медицинских приложений. Существуют различные подходы к оценке риска разрыва ЦА. Как правило, выделяется гидродинамическая составляющая, когда гемодинамика является основным фактором развития и эволюции аневризмы [3], а также механическая составляющая, когда динамика ЦА обусловлена механикой стенки аневризмы [2]. Подобные подходы используются в литературе, включая анализ простейших геометрических характеристик сосудистой сети [4] и анализ кривизн отдельных участков ЦА с использованием методов искусственного интеллекта [5].

В настоящей работе с использованием комплекса подходов впервые при моделировании механики стенки церебральной аневризмы оценивается функционал Уиллмора [6–8]. Важной составляющей данной проблемы является энергетическая оценка образовавшейся гидроупругой системы, состоящей из кровеносного сосуда с куполом аневризмы и потока вязкой жидкости. Подобные подходы использовались при моделировании липидных оболочек в биосистемах [9–11], впоследствии были обобщены для произвольных поверхностей [12] в пространстве \mathbb{R}^3 и для задач термоупругости [13]. Для оценки риска разрыва аневризм такой подход используется впервые.

1. Энергия гидроупругой системы. Настоящая работа посвящена оценке энергии гидроупругой системы кровеносный сосуд — аневризма — поток крови [14]. Дополнительная работа, осуществляемая потоком крови при возникновении ЦА, затрачивается на поддержку вихревого движения крови внутри аневризмы, удержание купола аневризмы и его изгибаний. Под изгибанием поверхности понимается такая ее деформация, при которой сохраняются расстояния между двумя любыми ее точками [15]. Таким образом, после образования аневризмы дополнительная энергия возникшей гидроупругой системы, более сложной по сравнению с потоком вязкой жидкости в круглой трубе, включает энергию диссипации E_v , обусловленную вихревым движением вязкой жидкости, и сумму упругой энергии растяжения E_e и энергии изгиба оболочки E_b :

$$\Delta E = \alpha_v E_v + \alpha_e E_e + \alpha_b E_b, \quad (1)$$

где α_v , α_e , α_b — размерные коэффициенты, характеризующие геометрические и прочностные параметры системы. Энергия, диссипируемая за единицу времени в объеме V , описывается формулой

$$E_v = 4\mu \int_V |\boldsymbol{\omega}|^2 dV, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{u}$; \mathbf{u} — скорость жидкости; μ — вязкость; интеграл берется по объему V аневризмы. В работе [3] выполнена оценка энергии диссипации (2) для конфигураций цере-

бральных сосудов реальных пациентов с множественными аневризмами с целью определения риска разрыва аневризм. Показано, что величина E_v/V может служить индикатором риска разрыва ЦА.

Выбор формулы для определения энергии растяжений E_e нелинейной гидроупругой оболочки является неоднозначным [16]. В приложениях наиболее часто плотность энергии растяжений полагается равной площади оболочки:

$$E_e = \int_S dS.$$

Плотность энергии изгибаний упругой оболочки можно представить в виде функционала (энергии) Уиллмора:

$$E_b = \int_S H^2 dS, \quad (3)$$

где H — средняя кривизна поверхности, задающей оболочку (купол аневризмы). Возможны более сложные формулы для представления E_b , учитывающие наличие края оболочки и остаточные напряжения, однако в данной работе ограничимся формулой (3), дающей основной вклад в энергию изгибаний.

Изучению функционала Уиллмора (3) посвящено большое количество работ, что обусловлено его исключительными геометрическими свойствами и возможностью приложения в теории оболочек, в том числе для живых систем (мембраны). Отметим его наиболее важные свойства. Функционал E_b является конформным инвариантом, т. е. интеграл (3) не меняется при растяжениях, вращениях, сдвигах и преобразовании инверсии при условии, что полюс инверсии не принадлежит поверхности. Для любой поверхности, гомеоморфной сфере, функционал Уиллмора ограничен снизу и равен 4π . Функционал Уиллмора определяет образование сингулярностей на поверхности S , которая остается регулярной при $E_b < E_b^* = 8\pi$. При превышении критического значения E_b^* на поверхности S возможно образование локальных особенностей. Эти свойства функционала Уиллмора E_b могут быть использованы для исследования энергии гидроупругих систем, представляющих собой модель кровеносного сосуда с аневризмой. В данной работе проведено вычисление компонент E_v , E_e , E_b энергии гидроупругой системы [17] для геометрических конфигураций, представляющих собой трехмерные модели кровеносных сосудов с аневризмами реальных пациентов Национального медицинского исследовательского центра им. Е. Н. Мешалкина (г. Новосибирск) и Федерального центра нейрохирургии (г. Новосибирск). Согласно локальному этическому протоколу медицинских учреждений данные пациентов анонимизированы.

2. Вычисление кривизны поверхности. Пусть поверхность S задана в виде $z = f(x, y)$, $(x, y) \in \Omega$, $f \in C^3(\Omega)$. Гауссова кривизна K поверхности вычисляется по формуле

$$K = \frac{f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2}{(1 + f_x^2 + f_y^2)^2},$$

средняя кривизна H на поверхности S равна

$$H = \left(\frac{f_x}{\sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}} \right)_x + \left(\frac{f_y}{\sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}} \right)_y,$$

где f_x, \dots, f_{yy} — частные производные f по соответствующим переменным [18]. Величины K и H можно выразить через главные кривизны \varkappa_1 и \varkappa_2 поверхности S :

$$K = \varkappa_1 \varkappa_2, \quad H = (\varkappa_1 + \varkappa_2)/2.$$

Иногда в качестве функционала, характеризующего энергию изгибаний, рассматривается интеграл Хелфриха [19]

$$E_H = \int_S (H^2 - 2K) dS.$$

Для компактных поверхностей, не имеющих края, интегралы Хелфриха, Уиллмора (3) и интеграл $E_L = \int_S (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) dS$ равны в силу теоремы Гаусса — Бонне [18].

Геометрия стенки сосуда сохраняется на каждом шаге гидродинамического расчета в виде триангулированной поверхности. Для нахождения кривизны поверхности стенки сосуда, входящей в выражение для энергии Уиллмора, применяются методы вычислительной геометрии. Для вычисления кривизны необходимо провести локальную аппроксимацию исследуемой поверхности поверхностью, задаваемой полиномом (обычно квадратичным), и рассчитать кривизну аппроксимирующей поверхности. Поскольку для нахождения кривизны необходимо вычислить вторые производные, численные алгоритмы часто имеют плохую сходимость.

В качестве одного из алгоритмов вычисления кривизны используется метод расширенной аппроксимации квадратичными поверхностями (Extended Quadric Fitting (EQF)) [20], заключающийся в нахождении в каждой вершине аппроксимационной поверхности, заданной в локальной системе координат (x, y, z) формулой

$$z = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + fy$$

(вершина находится в начале координат). С использованием полученных коэффициентов a, b, c, d, f главные кривизны κ_1 и κ_2 , гауссова кривизна K и средняя кривизна H в рассматриваемой вершине оцениваются по формулам

$$K = \frac{4ac - b^2}{(1 + d^2 + e^2)^2}, \quad H = \frac{a + c + ae^2 + cd^2 - bde}{(1 + d^2 + e^2)^{3/2}},$$

$$K = \kappa_1 \kappa_2, \quad H = (\kappa_1 + \kappa_2)/2.$$

Для вычисления этих коэффициентов используются координаты вершин, непосредственно примыкающих к данной. В случае если соседних вершин недостаточно, используются вершины, соседние к соседним.

Для численного нахождения геометрических характеристик поверхностей, заданных треугольниками, имеются как коммерческие, так и свободно распространяемые программные продукты. Проведено сравнение вычислительных возможностей пробной версии коммерческого пакета Amira for Life and Biomedical Sciences и программы с открытым исходным кодом MeshLab. Построение сеток для поверхностей проводилось с помощью свободно распространяемой программы Gmsh [21].

Тестовые расчеты проведены для поверхностей, заданных аналитически: сферы, катеноида, геликоида, тора, эллипсоида, овоида (“яйцо”, поверхность вращения третьего порядка), трубы с локальным расширением, а также для составных поверхностей, гладко склеенных друг с другом: сферы с катеноидом, сферы с цилиндром, овоида с катеноидом (рис. 1). Кривизны таких поверхностей вычисляются аналитически. Заметим, что средняя кривизна и функционал Уиллмора минимальных поверхностей катеноида и геликоида равны нулю. Результаты расчетов функционала Уиллмора и средней кривизны, осредненной по поверхности, приведены в табл. 1, 2, в которых параметры поверхностей соответствуют параметрам [22]. Также в табл. 1, 2 приведены значения функционала Уиллмора и средней кривизны, вычисленные по аналитическим формулам, и отклонение численного

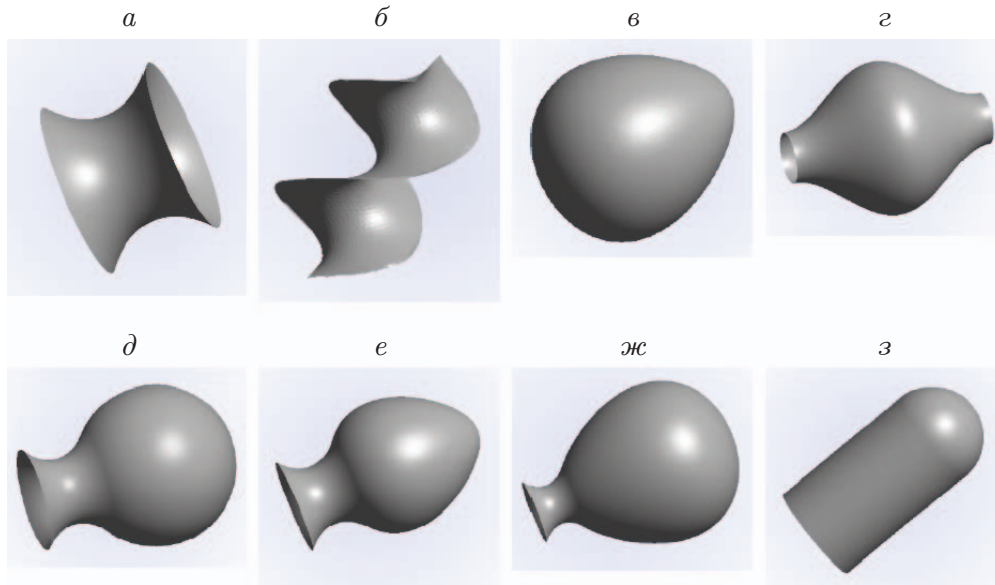


Рис. 1. Формы поверхностей, заданных аналитически и используемых для тестовых расчетов:

a — катеноид, *б* — геликоид, *в* — овоид, *г* — труба с расширением, *д* — сфера с катеноидом, *е, ж* — варианты овоида с катеноидом, *з* — сфера с цилиндром

Таблица 1
Значения функционала Уиллмора E_b для поверхностей, заданных аналитически

Тип поверхности	E_b			
	Аналитические формулы	MeshLab (PQF)	Amira (node:10,5)	Amira (face:10,5)
Сфера	$4\pi \approx 12,566$	12,58 (+0,1 %)	12,64 (+0,6 %)	12,57 (+0,03 %)
Катеноид	0	$7,57 \cdot 10^{-5}$	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$3,35 \cdot 10^{-5}$
Геликоид	0	$1,58 \cdot 10^{-3}$	$9,36 \cdot 10^{-4}$	$2,10 \cdot 10^{-4}$
Тор	22,7930	22,87 (+0,34 %)	22,74 (-0,23 %)	22,79 (-0,01 %)
Эллипсоид	16,9020	16,95 (+0,28 %)	16,90 (-0,01 %)	16,82 (-0,49 %)
Овоид	13,1790	13,20 (+0,16 %)	13,34 (1,22 %)	13,18 (+0,008 %)
Труба с расширением	10,0376	10,05 (+0,12 %)	9,615 (-4,21 %)	10,03 (-0,08 %)
Сфера, склеенная с катеноидом	11,0680	11,04 (-0,25 %)	10,89 (-1,61 %)	10,95 (-1,07 %)
Сфера, склеенная с цилиндром	10,9960	10,99 (-0,05 %)	10,90 (-0,87 %)	10,95 (-0,4 %)
Овоид, склеенный с катеноидом тупым концом	11,6733	11,65 (-0,20 %)	10,17 (-12,88 %)	11,54 (-1,14 %)
Овоид, склеенный с катеноидом острым концом	11,6191	11,61 (-0,08 %)	10,72 (-7,74 %)	11,54 (-0,68 %)

Таблица 2

Значения осредненной средней кривизны H для поверхностей, заданных аналитически

Тип поверхности	H			
	Аналитические формулы	MeshLab (PQF)	Amira (node:10,5)	Amira (face:10,5)
Сфера	0,5000	0,5003 (+0,06 %)	0,5014 (+0,28 %)	10,5002 (+0,04 %)
Катеноид	0	$1,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,28 \cdot 10^{-3}$	$-7,77 \cdot 10^{-5}$
Геликоид	0	$-1,03 \cdot 10^{-5}$	$-1,44 \cdot 10^{-5}$	$-1,49 \cdot 10^{-5}$
Тор	0,5000	0,5009 (+0,18 %)	0,4994 (-0,12 %)	0,5004 (+0,08 %)
Эллипсоид	0,6192	0,6201 (+0,15 %)	0,6206 (+0,23 %)	0,6196 (+0,06 %)
Овоид	2,2320	2,2330 (+0,04 %)	2,2450 (+0,60 %)	2,2330 (+0,04 %)
Труба с расширением	0,2789	0,2791 (+0,07 %)	0,2733 (-2,00 %)	0,2791 (+0,07 %)
Сфера, склеенная с катеноидом	0,1638	0,1639 (+0,01 %)	0,1631 (-0,43 %)	0,1639 (+0,01 %)
Сфера, склеенная с цилиндром	0,3125	0,3128 (+0,10 %)	0,3119 (-0,19 %)	0,3127 (+0,06 %)
Овоид, склеенный с катеноидом тупым концом	1,7053	1,7080 (+0,16 %)	1,5080 (-11,57 %)	1,7070 (+0,10 %)
Овоид, склеенный с катеноидом острым концом	1,9870	1,9900 (+0,15 %)	1,8650 (-6,14 %)	1,9890 (+0,10 %)

результата от аналитического, выраженное в процентах. Размер сеток подбирался таким образом, чтобы отношение площади поверхности к максимальной площади ячейки было приблизительно одинаковым, в рассматриваемом случае — порядка 23 000.

Для вычисления кривизны в программе MeshLab аппроксимирующая поверхность находится путем вычисления псевдообратной матрицы (pseudoinverse quadric fitting). В программе Amira кривизна вычисляется либо для вершин (node), либо для граней (face) по n элементам и проводится осреднение по k проходам. Функционал Уиллмора вычисляется по формуле $E_b = \sum_i H_i^2 S_i$ (H_i — средняя кривизна i -го элемента (вершины или грани); S_i — площадь элемента).

Алгоритм программы Amira, основанный на вычислении кривизн для граней, дает меньшую погрешность, чем алгоритм для вершин, и сопоставим по точности с алгоритмом, реализованным в программе MeshLab. Однако в силу открытости исходного кода программы MeshLab и наличия программного интерфейса для реализации собственных автоматизированных модулей выбор MeshLab более предпочтителен.

3. Реконструкция сосудов по клиническим данным. Для восстановления области сосуда с аневризмой использовались данные ротационной трехмерной и компьютерно-томографической ангиографии. Массив DICOM-изображений с разрешением 250×250 пикселей, шагом между пикселями 0,5 мм, размерами пикселя $0,465 \times 0,465$ мм обрабатывался с помощью комплекса программ ITK-SNAP [23]. Обработка изображений проводилась с использованием гауссова фильтра (рис. 2). Методы, используемые при реконструкции медицинских изображений, описаны в [24].

4. Эндоваскулярный мониторинг. В настоящей работе для задания граничных условий в численных расчетах используются клинические данные эндоваскулярных (внутрисосудистых) измерений, выполненных во время нейрохирургических операций [25, 26]. В ходе операции проводились инвазивные измерения давления и скорости кровотока в

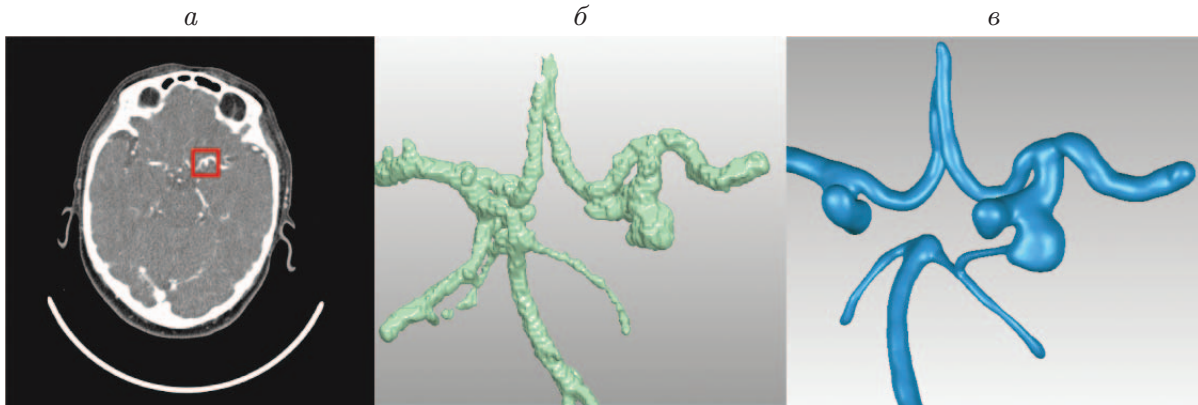


Рис. 2. Этапы обработки DICOM-изображений:

a — DICOM-файл, *б* — результат сегментации, *в* — сглаженная трехмерная модель

сосудах головного мозга с помощью прибора ComboMap (Volcano Corporation, США). Наличие в данном приборе комбинированного внутрисосудистого датчика ComboWire, состоящего из датчика давления и ультразвукового доплеровского датчика скорости (частота 12 МГц), позволяет проводить синхронное измерение давления и скорости кровотока в сосуде. Датчик, имеющий диаметр 0,36 мм, размещается на низкопрофильной гибкой системе доставки, что дает возможность корректно и безопасно проводить измерения в сосудах диаметром более 1,5 мм.

Внутрисосудистый проводник с датчиком ComboWire устанавливается в просвет артерии через микрокатетер с внутренним диаметром не менее 0,43 мм (0,17 in). Непосредственно перед проведением операции и в ходе ее с помощью аппарата ComboMap проводится внутрисосудистая доплерография с фиксацией скорости и давления в подводящей артерии или дренирующей вене вблизи области патологии на уровне дистального конца внутрисосудистого проводника ComboWire и в лучевой артерии. Показания скорости кровотока и давления в сосуде вблизи области патологии и показания давления в лучевой артерии снимаются с прибора ComboMap с помощью аналого-цифрового преобразователя и с использованием соответствующей программы обрабатываются для получения гемодинамических величин в кровеносном сосуде — давления p и скорости v , объемного кровотока — расхода $Q = \int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS$ и потока энергии $E_{S_{total}} = \int_S Q(\rho v^2/2 + p) dS$ (S — площадь сечения сосуда). Соотношения между v и p , Q и $E_{S_{total}}$ строятся в виде диаграмм скорость — давление и расход — поток энергии в режиме реального времени в ходе операции. Данные диаграммы являются дополнительной характеристикой для оценки результата проведенной операции [27]. Такой мониторинг кровотока является уникальным и позволяет получить информацию об успешности нейрохирургической операции. Результаты некоторых измерений приведены на рис. 3, диаграммы скорость — давление и расход — поток энергии, полученные в ходе нейрохирургической операции, — на рис. 4.

5. Анализ геометрии в задачах гидроупругости. Проведены расчеты энергетических характеристик гидроупругих систем, соответствующих ЦА трех реальных пациентов и четырьмя модельными конфигурациями (рис. 5). Две аневризмы являлись мешотчатыми и находились в области бифуркации подводящей артерии. В случае пациента R (см. рис. 5, *a*) аневризма имела гигантские размеры (диаметр $5 \div 6$ см), у пациента S (см. рис. 5, *б*) аневризма была обычных размеров с широкой шейкой (диаметр — приблизительно 1,3 см), аневризма пациента U (см. рис. 5, *в*) была фузиформной (длина — приблизи-

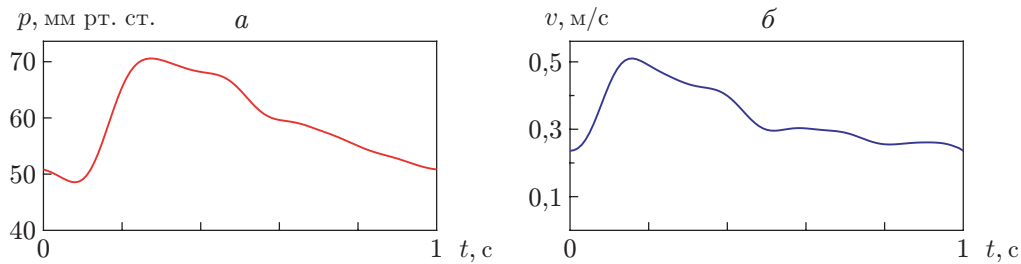


Рис. 3. Кривые давления (а) и скорости кровотока (б), измеренных с помощью внутрисосудистого датчика ComboWire в течение одного сердечного цикла

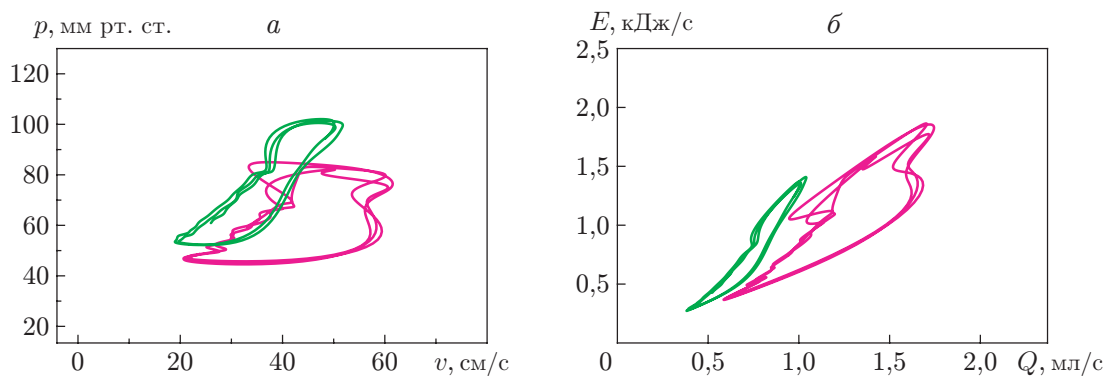


Рис. 4. Диаграммы скорость — давление (а) и расход — поток энергии (б) в течение нескольких сердечных циклов

тельно 9 мм, диаметр в наиболее широкой части — приблизительно 4 мм). Модельные конфигурации состояли из сферы и гладко сопряженных с ней круговых цилиндров, расположенных под различными углами β (см. рис. 5, *г-ж*).

Для проведения расчетов использовался набор программ и собственных вычислительных модулей, объединенных в вычислительную цепочку, показанную на рис. 6.

Начальная конфигурация представляет собой трехмерную модель сосудов, реконструированную по ангиографическим снимкам в случае реальных моделей или построенную в программе ANSYS SpaceClaim для искусственной модели. Граница области течения (за исключением входов и выходов) соответствует стенке сосуда и аневризмы. На входном участке течения задавался расход, соответствующий клиническим данным, на выходе — постоянное давление. Такие граничные условия типичны для расчетов в комплексе ANSYS.

Расчеты проводились в гидроупругой постановке. Поток крови моделировался с помощью уравнений Навье — Стокса для вязкой несжимаемой жидкости с плотностью $\rho = 997 \text{ кг/м}^3$, вязкостью $\mu = 4 \text{ мПа} \cdot \text{с}$. Стенка сосуда моделировалась изотропным упругим материалом, описываемым законом Гука. Прочностные параметры стенки выбирались в физиологическом диапазоне: для модельных конфигураций модуль Юнга $E = 7 \text{ МПа}$, для пациента U $E = 1 \text{ МПа}$ для стенки сосуда и $E = 1,1725 \text{ МПа}$ для стенки аневризмы; для пациента R $E = 7 \text{ МПа}$ для стенки сосуда и $E = 8,2075 \text{ МПа}$ для стенки аневризмы; для пациента S $E = 3 \text{ МПа}$ для стенки сосуда и аневризмы; коэффициент Пуассона $\nu = 0,49$. Расчеты проводились в нестационарной постановке с использованием клинических данных в программном комплексе ANSYS, в котором применялись решатели CFX для течения жидкости и Mechanical для стенки сосуда. Сопряжение работы решателей реализовано с помощью режима Multi-field Simulation. В этом режиме решение задачи гидроупругости на

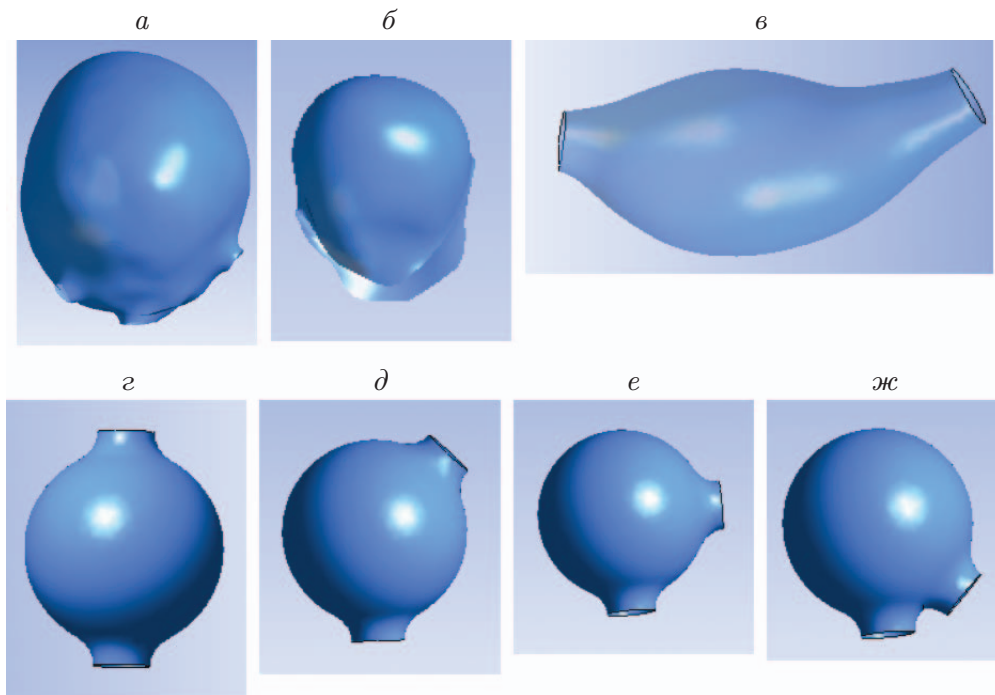


Рис. 5. Геометрия поверхностей куполов аневризм реальных пациентов (*а–в*) и модельные конфигурации, состоящие из сферы и кругового цилиндра, расположенного под различными углами (*г–ж*):
а — пациент R, *б* — пациент S, *в* — пациент U, *г* — $\beta = 180^\circ$, *д* — $\beta = 135^\circ$, *е* — $\beta = 90^\circ$, *ж* — $\beta = 45^\circ$

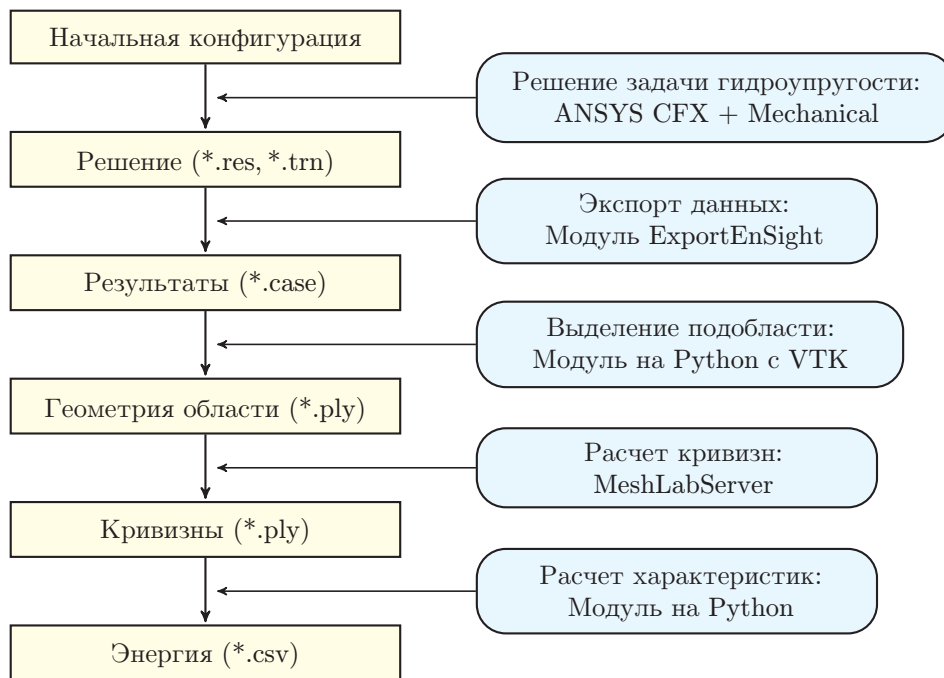


Рис. 6. Схема расчета функционала Уиллмора, площади и осредненной кривизны

каждом шаге по времени находится с помощью внутренних итераций, во время которых из гидродинамического решателя CFX в решатель теории упругости Mechanical передаются значения напряжения на стенке сосуда, а из Mechanical в CFX — значения перемещения стенки. Внутренние итерации повторяются до установления локального равновесия. Расчет проводился для трех временных периодов и в качестве решения принимались результаты расчета за последний период. В [28] показано, что решение быстро сходится к периодическому и дальнейшие расчеты не приводят к значительному изменению решения. Период, соответствующий одному сердечному циклу, полагался равным 1 с.

Далее на созданную поверхность натягивалась сетка, как поверхностная (соответствующая стенке сосуда и аневризмы для расчета в Mechanical), так и объемная (соответствующая области течения жидкости для расчета в CFX). Также областям модели, требующим дальнейших расчетов кривизн и энергий, присваивались имена, по которым в дальнейшем выделялась необходимая область расчета. Все характеристики (параметры сосудов, крови, начального потока и граничные условия) задавались с учетом реальных параметров, полученных в результате сбора данных в ходе и после операций. Программа ANSYS после завершения расчета выдает res-файлы, в которых хранится вся информация о модели: физические параметры, именованные поверхности, число расчетных шагов, путь к файлу проведенного расчета для данного временного шага (trn-файл) и др.

Для получения необходимой поверхностной сетки аневризмы из res-файла использовались следующие критерии: 1) возможность простого извлечения данных из файла для последующего расчета по именованной области; 2) простая интеграция в модуль на языке Python; 3) возможность чтения файлов на языке Python.

В программе ANSYS существует несколько модулей для экспорта сеток: CGNS, Patran, Filedview, EnSight. Единственным экспортером, удовлетворяющим всем критериям, является EnSight версии Gold, который выдает case-файлы (модуль ExportEnSight для ANSYS с необходимыми ключами) и модуль VTK на языке Python, способный читать данный формат. Case-файл содержит именованные области, координаты и индексы вершин, формирующих ячейки сеток, с использованием модуля VTK проводится преобразование необходимой именованной поверхности в ply-формат, так как с ним наиболее эффективно работает MeshLab. Ply-формат позволяет сохранить данные и индексы вершин, формирующих ячейки сетки, а также для каждой вершины добавлять такие поля, как координаты радиус-вектора нормали, значение величины, рассчитанной в данной вершине (например, кривизны). Далее с использованием MeshLabServer и фильтров для вычисления кривизн (создаются с помощью GUI) проводятся чтение ply-файла, расчет кривизн по полученной сетке и сохранение вновь в ply-формат с добавлением значения кривизны для каждой вершины.

После получения файла с кривизнами проводятся его чтение, вычисление исследуемых величин (функционала Уиллмора, осредненной средней и гауссовой кривизн, суммы квадратов главных кривизн, площади, размера сетки) и формирование csv-файла для последующей обработки и построения графиков в Excel.

Приведенные модули, кроме ANSYS CFX + Mechanical, удобны тем, что поддерживают работу с командной строкой, а значит, позволяют выполнить всю оставшуюся цепочку, используя единственный скрипт, написанный на языке Python. Результаты расчетов для модельных конфигураций аневризмы приведены на рис. 7.

Изменение во времени всех энергетических характеристик зависит от расхода втекающей жидкости, задаваемого на входе. При увеличении расхода диссипируемая энергия жидкости E_v и упругая энергия оболочки E_e увеличиваются, энергии Уиллмора E_b и Хеллфриха E_H уменьшаются.

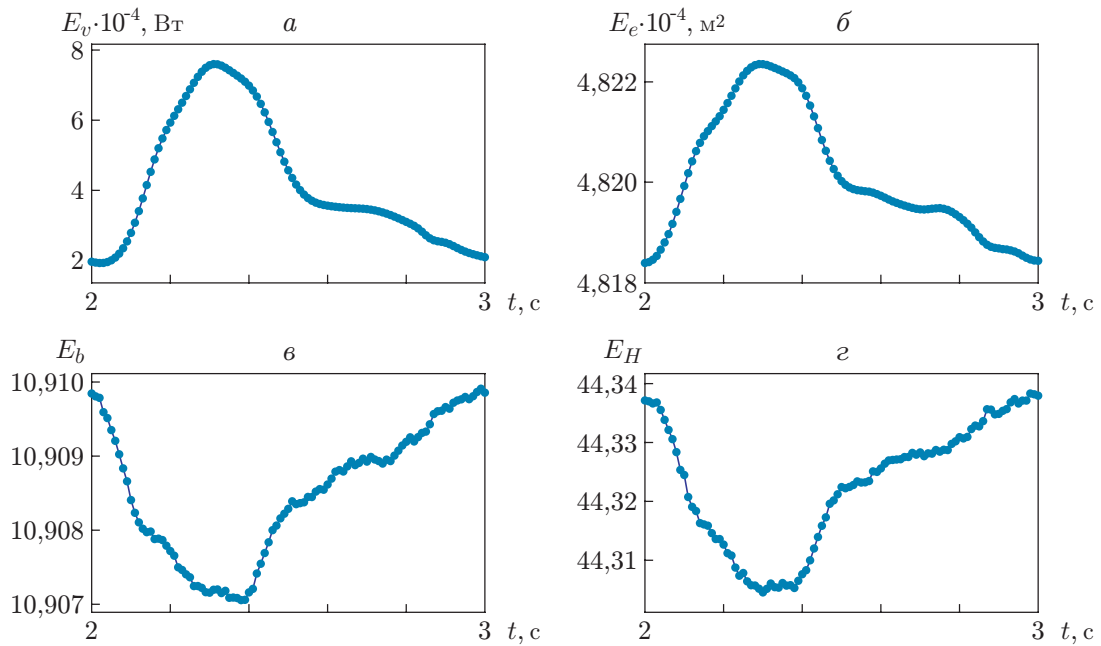


Рис. 7. Расчетные кривые энергии для модельной аневризмы с углом сопряжения 90° (см. рис. 5,е):
a — диссипируемая энергия жидкости, *б* — упругая энергия оболочки, *в* — энергия Уиллмора, *г* — энергия Хелфриха

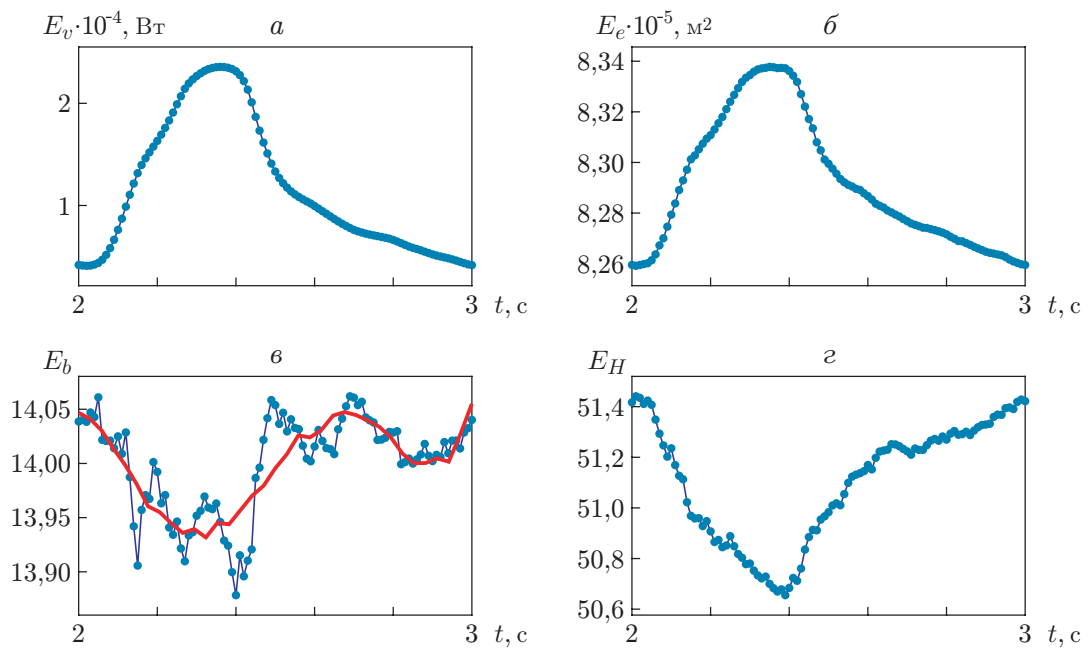


Рис. 8. Расчетные кривые для аневризмы реального пациента U (см. рис. 5,б):
a — диссипируемая энергия жидкости, *б* — упругая энергия оболочки, *в* — энергия Уиллмора (жирная линия — осредненное значение), *г* — энергия Хелфриха

Таблица 3

Средние значения характеристик для различных аневризм
и максимальные и минимальные отклонения от среднего значения

Конфигурация аневризмы	S , см ²	E_b	E_v , мВт	E_{total} , мДж	E_H
Фузиформная (пациент U)	0,84 +0,005 -0,003	14,00 +0,06 -0,12	0,12 +0,12 -0,08	0,58 +0,07 -0,05	51,10 +0,34 -0,45
Мешотчатая (пациент S)	5,47 +0,03 -0,01	13,29 +0,09 -0,22	7,20 +10,7 -4,3	11,3 +5,2 -2,6	45,50 +0,4 -1,1
Гигантская (пациент R)	68,9 +0,02 -0,01	15,82 +0,01 -0,01	0,21 +0,12 -0,09	364 +35 -12	60,76 +0,06 -0,08
Сфера с круговым цилиндром (угол сопряжения $\beta = 45^\circ$)	4,82 +0,002 -0,002	11,49 +0,002 -0,002	0,44 +0,36 -0,24	7,27 +0,31 -0,23	46,50 +0,02 -0,02
Сфера с круговым цилиндром (угол сопряжения $\beta = 90^\circ$)	4,82 +0,002 -0,002	10,91 +0,001 -0,001	0,42 +0,34 -0,23	7,25 +0,29 -0,22	44,32 +0,02 -0,02
Сфера с круговым цилиндром (угол сопряжения $\beta = 135^\circ$)	4,82 +0,002 -0,002	10,91 +0,001 -0,001	0,36 +0,32 -0,20	7,21 +0,26 -0,20	44,22 +0,01 -0,02
Сфера с круговым цилиндром (угол сопряжения 180°)	4,82 +0,002 -0,001	10,93 +0,001 -0,002	0,42 +0,34 -0,23	7,25 +0,29 -0,22	44,31 +0,01 -0,02

На рис. 8 показаны результаты расчетов для аневризмы пациента U. Поведение расчетных кривых для реальных конфигураций соответствует результатам расчетов для модельных аневризм, отклонения наблюдаются при вычислении энергии Уиллмора E_b . Это обусловлено тем, что реконструируемая поверхность сосуда имеет локальные неоднородности, деформирующиеся различными способами при воздействии нестационарного течения внутри аневризмы.

В табл. 3 представлены результаты расчетов для аневризм реальных пациентов и модельных конфигураций, а также указано значение полной энергии E_{total} жидкости в объеме аневризмы, вычисляемой по формуле $E_{total} = \int_V (\rho|\mathbf{u}|^2/2 + p) dV$. Приведены средние значения за один временной период, максимальные и минимальные отклонения от среднего значения.

Заключение. В работе с использованием коммерческого и свободнораспространяемого программного обеспечения, а также самостоятельно разработанных модулей создан вычислительный комплекс для расчета энергетических характеристик гидроупругих систем.

Работоспособность комплекса апробирована на модельных конфигурациях и восстановленных по ангиографическим снимкам конфигурациях аневризм реальных пациентов. Получены адекватные значения функционала Уиллмора, согласующиеся с теоретическими значениями.

Авторы выражают благодарность А. В. Дубовому (Федеральный центр нейрохирургии (г. Новосибирск)) и К. Ю. Орлову (Национальный медицинский исследовательский центр им. Е. Н. Мешалкина (г. Новосибирск)) за предоставленные DICOM-изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Scott S., Ferguson G. G., Roach M. R.** Comparison of the elastic properties of human intracranial arteries and aneurysms // *Canad. J. Physiol. Pharmacol.* 1972. V. 50, N 4. P. 328–332.
2. **Parshin D. V., Lipovka A. I., Yunoshev A. S., et al.** On the optimal choice of a hyperelastic model of ruptured and unruptured cerebral aneurysm // *Sci. Rep.* 2019. V. 9. 15865. DOI: 10.1038/s41598-019-52229-4.
3. **Khe A. K., Chupakhin A. P., Cherevko A. A., et al.** Viscous dissipation energy as a risk factor in multiple cerebral aneurysms // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model.* 2015. V. 30, N 5. P. 277–287.
4. **Wright S. N., Kochunov P., Mut F., et al.** Digital reconstruction and morphometric analysis of human brain arterial vasculature from magnetic resonance angiography // *NeuroImage.* 2013. V. 82. P. 170–181.
5. **Zhao X., Gold N., Fang Y., et al.** Vertebral artery fusiform aneurysm geometry in predicting rupture risk // *Roy. Soc. Open Sci.* 2018. V. 5, N 10. 180780.
6. **Willmore T. J.** Total curvature in Riemannian geometry. Somerset: John Wiley and Sons, Inc., 1982.
7. **Helfrich W.** Lipid bilayer spheres: Deformation and birefringence in magnetic fields // *Phys. Lett. A.* 1973. V. 43, N 5. P. 409–410.
8. **Blaschke W.** Vorlesungen Uber Differentialgeometrie. Berlin; Heidelberg: Springer, 1924.
9. **Evans E. A.** Bending resistance and chemically induced moments in membrane bilayers // *Biophys. J.* 1974. V. 14, N 12. P. 923–931.
10. **Canham P. B.** The minimum energy of bending as a possible explanation of the biconcave shape of the human red blood cell // *J. Theor. Biology.* 1970. V. 26, N 1. P. 61–81.
11. **Capovilla R., Guven J.** Stresses in lipid membranes // *J. Phys. A: Math. General.* 2002. V. 35, N 30. P. 6233–6247.
12. **Landolfi G.** New results on the Canham — Helfrich membrane model via the generalized Weierstrass representation // *J. Phys. A: Math. General.* 2003. V. 36, N 48. P. 11937–11954.
13. **Tu Z. C., Ou-Yang Z. C.** A geometric theory on the elasticity of bio-membranes // *J. Phys. A: Math. General.* 2004. V. 37, N 47. P. 11407–11429.
14. **Ильгамов М. А.** Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991.
15. **Погорелов А. В.** Геометрические методы в нелинейной теории упругих оболочек. М.: Наука, 1967.
16. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика: В 10 т. Т. 7. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Физматлит, 2007.
17. **Antman S. S.** Nonlinear problems of elasticity. N. Y.: Springer, 2005.
18. **Дубровин Б. А.** Современная геометрия: Методы и приложения / Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко. М.: Наука, 1979.
19. **Velimirović L. S., Ćirić M. S., Velimirović N. M.** On the Willmore energy of shells under infinitesimal deformations // *Comput. Math. Appl.* 2011. V. 61, N 11. P. 3181–3190.
20. **Curvature estimation for unstructured triangulations of surfaces: Tech. Rep.** / Los Alamos Nat. Lab.; Executors R. V. Garimella, B. K. Swartz. N LA-UR-03-8240. Los Alamos, 2003.
21. **Geuzaine C., Remacle J.-F.** Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // *Intern. J. Numer. Methods Engng.* 2009. V. 79, N 11. P. 1309–1331.
22. **Кривошапко С. Н.** Энциклопедия аналитических поверхностей / С. Н. Кривошапко, В. Н. Иванов. М.: Кн. дом “Либроком”, 2010.

23. **Yushkevich P. A., Piven J., Hazlett H. C., et al.** User-guided 3D active contour segmentation of anatomical structures: Significantly improved efficiency and reliability // *NeuroImage*. 2006. V. 31, N 3. P. 1116–1128.
24. **Wu J., Hu Q., Ma X.** Comparative study of surface modeling methods for vascular structures // *Comput. Med. Imag. Graphics*. 2013. V. 37, N 1. P. 4–14.
25. **Чупахин А. П., Черевко А. А., Хе А. К. и др.** Измерения и анализ локальной церебральной гемодинамики у больных с сосудистыми мальформациями головного мозга // *Патология кровообращения и кардиохирургия*. 2012. Т. 16, № 4. С. 27–31.
26. **Хе А. К., Черевко А. А., Чупахин А. П. и др.** Мониторинг гемодинамики сосудов головного мозга // *ПМТФ*. 2017. Т. 58, № 5. С. 7–16.
27. **Кривошапкин А. Л., Панарин В. А., Орлов К. Ю. и др.** Алгоритм предупреждения гемодинамических кровоизлияний при эмболизации церебральных артериовенозных мальформаций // *Бюл. СО РАМН*. 2013. Т. 33, № 6. С. 65–73.
28. **Yanchenko A. A., Cherevko A. A., Chupakhin A. P., et al.** Nonstationary hemodynamics modelling in a cerebral aneurysm of a blood vessel // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model*. 2014. V. 29, N 5. P. 307–317.

*Поступила в редакцию 29/IV 2019 г.,
после доработки — 29/IV 2019 г.
Принята к публикации 29/IV 2019 г.*
