УДК 532.5, 616.61

# ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЭЛЛИСА В ПОЧЕЧНЫХ КАНАЛЬЦАХ

М. Саджид, М. Руман, Н. Али, М. Н. Садик

Международный исламский университет, 4400 Исламабад, Пакистан
E-mails: muhammad.sajid@iiu.edu.pk, roomankhan31@gmail.com,
nasir.ali@iiu.edu.pk, noveelsheikh@gmail.com

Исследовано течение жидкости Эллиса в почечных канальцах. Степень поглощения жидкости стенкой зависит от градиента давления и проницаемости стенки. Система уравнений задачи существенно упрощена с использованием предположения, что радиус трубки значительно меньше ее длины. Задача решена численно при различных значениях параметров задачи. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с известными данными.

Ключевые слова: жидкость Эллиса, почечные канальцы, ползущее течение, осесимметричное течение.

DOI: 10.15372/PMTF20210213

**Введение.** Потоки жидкости в проницаемых трубках встречаются во многих промышленных и физиологических процессах, в частности в процессах фильтрации и массообмена (опреснение с помощью обратного осмоса, кровообращение через искусственную почку (при гемодиализе), лимфатическое течение через систему лимфатических капилляров, очищение крови через почечные канальцы нефрона в почках). Прохождение жидкости в почках по почечным канальцам является важным физиологическим процессом. Функционирование нефрона в почках существенно зависит от потока жидкости через почечные канальцы, который переносит конечные продукты метаболизма. Это позволяет поддерживать необходимый объем жидкости в организме. Течение жидкости в канальцах происходит вследствие падения давления. Поэтому исследование гидродинамики течения жидкости в канальцах позволит более точно определить функции нефрона. При математической постановке задачи в качестве модели почечного канальца рассматривается проницаемый канал, через стенки которого протекает жидкость. При изучении полей скорости и давления в таких каналах использование закона Пуазейля нецелесообразно вследствие повторного поглощения жидкости стенками трубок.

Впервые исследование течения в почечных канальцах проведено в работах [1, 2]. При изучении ползущего течения вязкой жидкости через узкие трубки установлено, что по мере продвижения жидкости в трубке скорость течения уменьшается по экспоненциальному закону. В работе [3] исследовалось течение через пористые стенки трубки при малых числах Рейнольдса. В [4] изучалось течение в трубке с переменной площадью поперечного сечения. Точное решение задачи о ползущем течении вязкой жидкости в канале с проницаемыми стенками без учета инерционных членов получено в [5]. В [6] изучено движение вязкой жидкости по проницаемой трубке в предположении, что количество жидкости, просачивающейся через стенки трубки, является линейной функцией градиента давления, направленного по нормали к стенке трубки. Ползущее течение вязкой жидкости в трубке с переменной проницаемостью стенки исследовано в работе [7]. В [8] изучено течение жидкости в почечных канальцах при наличии внешнего магнитного поля, в [9] — обратное микрополярное течение и утечка жидкости в почечных канальцах.

Большинство исследований течения жидкости в почечных канальцах проводилось в предположении, что жидкость является ньютоновской. Однако в большинстве физиологических и промышленных процессов жидкость является неньютоновской. С использованием экспериментальных данных разработаны различные модели жидкостей с кажущейся вязкостью, называемых обобщенными ньютоновскими жидкостями. В таких жидкостях реакция на касательные напряжения не зависит от истории процесса. Модели обобщенных ньютоновских жидкостей широко используются при изучении перистальтических течений [10, 11] и течений крови [12, 13].

В данной работе при изучении течения в почечных канальцах используется модель жидкости Эллиса, преимущество которой заключается в том, что она включает модель жидкости Ньютона и модель жидкости Оствальда — де Виля. В работе [14] при изучении течения жидкости Эллиса в режиме прессования использована приближенная теория смазки. В [15] исследованы коэффициенты сопротивления жидкости Эллиса при медленном движении в ней сферы. В [16] экспериментально исследовано медленное движение шара в жидкости Эллиса.

В данной работе при изучении течения в трубках приведены определяющие соотношения модели жидкости Эллиса. Предложен алгоритм численного решения уравнений Навье — Стокса с учетом того, что жидкость просачивается через стенки при ее движении вдоль трубки. Кроме того, построена простая модельная система и сформулированы условия для определения дробной реабсорбции входящего потока. Теоретически исследованы обратное течение и утечка жидкости в почечных канальцах.

**1. Математическая постановка задачи.** Рассматривается осесимметричное ползущее течение жидкости Эллиса в длинной трубе радиусом $a$ и длиной $L$. Вследствие действия градиента давления течение является медленным. Ось $z$ направлена вдоль трубы. В цилиндрической системе координат система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{1}{\tilde r}\,\frac{\partial}{\partial \tilde r}\,(\tilde r\tilde v) + \frac{\partial \tilde u}{\partial \tilde z} = 0,\\ \frac{\partial \tilde p}{\partial \tilde r} = \frac{1}{\tilde r}\,\frac{\partial}{\partial \tilde r}\,(\tilde r\tilde\tau_{rr}) + \frac{1}{\tilde r}\,\frac{\partial \tilde\tau_{r\theta}}{\partial\tilde\theta} + \frac{\partial\tilde\tau_{rz}}{\partial\tilde z} - \frac{\tilde\tau_{\theta\theta}}{\tilde r},\\ \frac{\partial \tilde p}{\partial \tilde z} = \frac{1}{\tilde r}\,\frac{\partial}{\partial \tilde r}\,(\tilde r\tilde\tau_{rz}) + \frac{1}{\tilde r}\,\frac{\partial \tilde\tau_{\theta z}}{\partial\tilde\theta} + \frac{\partial\tilde\tau_{zz}}{\partial\tilde z},\end{gathered} \tag{1}$$

где $\tilde u(\tilde r,\tilde z)$, $\tilde v(\tilde r,\ \tilde z)$ — осевая и радиальная компоненты вектора скорости соответственно; $\tilde p(\tilde r,\tilde z)$ — давление жидкости. Краевые условия записываются следующим образом:

$$\begin{gathered}\tilde v(0,\tilde z) = 0, \qquad \frac{\partial \tilde u(0,\tilde z)}{\partial\tilde r} = 0,\\ \tilde v(a,\tilde z) = L_p[\tilde p(a,\tilde z) - p_m], \qquad \tilde u(a,\tilde z) = 0,\\ \tilde p(\tilde r,0) = \tilde p_0, \qquad \tilde p_0 = \mathrm{const}, \qquad \tilde Q_0 = 2\pi\int\limits_0^a \tilde r\tilde u(\tilde r,0)\,d\tilde r.\end{gathered}$$

Здесь $L_p$ — гидродинамический коэффициент проницаемости стенки трубки; $p_m = p_e - \pi_e$; $p_e$ — гидростатическое давление; $\pi_e$ — осмотическое давление вне канальца; $\tilde Q_0$ — расход жидкости в канальце в точке $\tilde z = 0$.

В уравнениях (1) компоненты тензора сверхнапряжений $\tau$ удовлетворяют определяющему соотношению жидкости Эллиса:

$$\tilde{\tau}_{rr} = 4\mu_0 \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} \Big/ \Big[1 + \Big(\frac{1}{\tau_0^2} \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_{rr}^2 + 2\tilde{\tau}_{rz}^2 + \tilde{\tau}_{\theta\theta}^2 + \tilde{\tau}_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tilde{\tau}_{rz} = 2\mu_0 \Big(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}}\Big) \Big/ \Big[1 + \Big(\frac{1}{\tau_0^2} \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_{rr}^2 + 2\tilde{\tau}_{rz}^2 + \tilde{\tau}_{\theta\theta}^2 + \tilde{\tau}_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tilde{\tau}_{\theta\theta} = 4\mu_0 \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \Big/ \Big[1 + \Big(\frac{1}{\tau_0^2} \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_{rr}^2 + 2\tilde{\tau}_{rz}^2 + \tilde{\tau}_{\theta\theta}^2 + \tilde{\tau}_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tilde{\tau}_{zz} = 4\mu_0 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \Big/ \Big[1 + \Big(\frac{1}{\tau_0^2} \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_{rr}^2 + 2\tilde{\tau}_{rz}^2 + \tilde{\tau}_{\theta\theta}^2 + \tilde{\tau}_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big].$$

Здесь $\mu_0$ — вязкость при нулевой скорости сдвига; $\tau_0$ — материальная константа; $\alpha$ — материальный параметр жидкости Эллиса (значение $\alpha = 1$ соответствует ньютоновской жидкости).

В безразмерных переменных

$$r = \frac{\tilde{r}}{a}, \qquad z = \frac{\tilde{z}}{L}, \qquad u(r,z) = \frac{\pi a^2 \tilde{u}}{\tilde{Q}_0}, \qquad v(r,z) = \frac{\pi a^2 L \tilde{v}}{\tilde{Q}_0}, \qquad A = \frac{a}{L},$$

$$p(r,z) = \frac{[\tilde{p}(\tilde{r},\tilde{z}) - p_m]\pi a^4}{\mu_0 L \tilde{Q}_0}, \qquad K = \frac{L_p \mu_0 L}{a^2 A}, \qquad Q(z) = \frac{\tilde{Q}(z)}{\tilde{Q}_0}, \qquad \tau_{ij} = \frac{\pi a^3 \tilde{\tau}_{ij}}{\mu_0 \tilde{Q}_0}$$

система дифференциальных уравнений и определяющие соотношения записываются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{\partial}{\partial z}(ru) = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = A\Big(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rr}) + A\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r}\Big); \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + A\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}; \tag{4}$$

$$v(0,z) = 0; \tag{5}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(0,z) = 0; \tag{6}$$

$$v(1,z) = Kp(1,z); \tag{7}$$

$$u(1,z) = 0; \tag{8}$$

$$p(r,0) = p_0, \qquad p_0 = c/(2K); \tag{9}$$

$$2\int_0^1 ru(r,0)\,dr = 1; \tag{10}$$

$$\tau_{rr} = 4A\frac{\partial v}{\partial r} \Big/ \Big[1 + \Big(\frac{\mu_0 \tilde{Q}_0}{\pi a^3 \tau_0^2} \sqrt{\frac{\tau_{rr}^2 + 2\tau_{rz}^2 + \tau_{\theta\theta}^2 + \tau_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tau_{rz} = 2\Big(\frac{\partial u}{\partial r} + A^2\,\frac{\partial v}{\partial z}\Big)\ \Big/\ \Big[1 + \Big(\frac{\mu_0\tilde{Q}_0}{\pi a^3\tau_0^2}\sqrt{\frac{\tau_{rr}^2 + 2\tau_{rz}^2 + \tau_{\theta\theta}^2 + \tau_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tau_{\theta\theta} = 4A\,\frac{v}{r}\ \Big/\ \Big[1 + \Big(\frac{\mu_0\tilde{Q}_0}{\pi a^3\tau_0^2}\sqrt{\frac{\tau_{rr}^2 + 2\tau_{rz}^2 + \tau_{\theta\theta}^2 + \tau_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big],$$

$$\tau_{zz} = 4A\,\frac{\partial u}{\partial z}\ \Big/\ \Big[1 + \Big(\frac{\mu_0\tilde{Q}_0}{\pi a^3\tau_0^2}\sqrt{\frac{\tau_{rr}^2 + 2\tau_{rz}^2 + \tau_{\theta\theta}^2 + \tau_{zz}^2}{2}}\Big)^{\alpha-1}\Big].$$

Примем допущения, соответствующие течениям в биологических канальцах, и предположим, что через стенки канальцев теряется незначительное количество жидкости. В этом случае $A \ll 1$, $V_w \ll U_m$ ($A$ — отношение радиуса канальца к его длине; $V_w$ — радиальная скорость жидкости на стенке; $U_m$ — средняя осевая скорость жидкости) и уравнения задачи принимают вид

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \tag{11}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,(r\tau_{rz}); \tag{12}$$

$$\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta} = \tau_{zz} = 0; \tag{13}$$

$$\tau_{rz} = \frac{2}{1 + (\beta\tau_{rz})^{\alpha-1}}\,\frac{\partial u}{\partial r}, \tag{14}$$

где $\beta = \mu_0\tilde{Q}_0/(\pi a^2\tau_0^2)$ — параметр жидкости Эллиса. Из уравнения (11) следует, что $p = p(z)$. Исключая $\tau_{rz}$ из уравнений (12), (14), получаем

$$2u_r = \frac{r}{2}\,\frac{dp}{dz} + \beta^{\alpha-1}\Big(\frac{r}{2}\,\frac{dp}{dz}\Big)^{\alpha}. \tag{15}$$

Проинтегрировав уравнение (15) по $r$ с учетом условия (8), имеем

$$u(r,z) = \frac{1}{8}\frac{dp}{dz}\,(r^2 - 1) + \frac{\beta^{\alpha-1}}{2(\alpha+1)}\Big(\frac{1}{2}\,\frac{dp}{dz}\Big)^{\alpha}(r^{\alpha+1} - 1).$$

Компоненту скорости $v$ можно вычислить из уравнения неразрывности:

$$v(r,z) = -\frac{1}{32}\,\frac{d^2p}{dz^2}\,(r^3 - 2r) - \frac{\alpha\beta^{\alpha-1}}{8(\alpha+1)(\alpha+3)}\Big(\frac{1}{2}\,\frac{dp}{dz}\Big)^{\alpha-1}\,\frac{d^2p}{dz^2}\,(2r^{\alpha+2} - (\alpha+3)r).$$

Интегрируя уравнение (2) от $r = 0$ до $r = 1$ и используя краевые условия (5), (7), получаем

$$\frac{d^2p}{dz^2} = 32Kp(z)\ \Big/\ \Big[1 + \frac{4\alpha}{\alpha+3}\Big(\frac{\beta}{2}\,\frac{dp}{dz}\Big)^{\alpha-1}\Big]. \tag{16}$$

Дробная реабсорбция представляет собой количество жидкости, реабсорбирующейся через стенки канала, и определяется соотношением

$$R_f = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0},$$

где

$$Q(z) = \int\limits_0^1 2ru(r,z)\,dr.$$

Экспериментальные данные для нормальных гидропонных крыс [6]

| $p_a$, мм рт. ст. | $\tilde{p}_0$, см вод. ст. | $p_e$, см вод. ст. | $\pi_e$, см вод. ст. | $\tilde{Q}_0$, см$^3$/с |
|---|---|---|---|---|
| 122 | 14,7 | 9,8 | 17,3 | 44,7 |
| 100 | 14,4 | 10,3 | 16,5 | 40,2 |
| 79 | 14,0 | 9,1 | 14,9 | 31,0 |
| 55 | 11,4 | 8,0 | 12,9 | 15,0 |

Примечание. $p_a$ — артериальное давление.

Уравнение (16) с краевыми условиями (9), (10) решалось с использованием функции NDSolve пакета Mathematica. Задача решалась численно при следующих значениях параметров проксимального извитого канальца крысы: $a = 1{,}08 \cdot 10^{-3}$ см, $L = 0{,}67$ см, $L_p = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ м$^2$, $\tilde{p}_0 = 14{,}4$ см вод. ст., $p_e = 10{,}3$ см вод. ст., $\pi_e = 16{,}5$ см вод. ст., $\tilde{Q}_0 = 40{,}2 \cdot 10^{-8}$ см$^3$ вод. ст., $\mu_0 = 7{,}37 \cdot 10^{-6}$ кг/(м · с) [6]. При решении задачи использовались экспериментальные данные для нормальных гидропонных крыс (см. таблицу).

**2. Результаты исследования и их обсуждение.** Проведен анализ влияния параметров жидкости Эллиса на скорость жидкости, давление, градиент давления, напряжения сдвига в стенке канальца, падение давления, а также на дробную реабсорбцию. Зависимости расхода $Q$ для ньютоновской жидкости и жидкости Эллиса от координаты $z$ при $\beta = 2$ и различных значениях параметров $c$, $\alpha$ приведены на рис. 1. В зависимости от значения параметра $c$ как для ньютоновской жидкости, так и для жидкости Эллиса можно выделить три области. Области I для ньютоновской жидкости соответствуют значения $0 < c < 1$, для жидкости Эллиса — $0 < c < 0{,}7$. В этой области величина $Q$ уменьшается от значения $Q = 1$ при $z = 0$ до минимального значения, а затем монотонно возрастает, стремясь к $+\infty$ при $z \to \infty$. В области II для ньютоновской жидкости и жидкости Эллиса $c = 1$ и $c = 0{,}7$ соответственно. В этой области величина $Q$ монотонно убывает от значе-

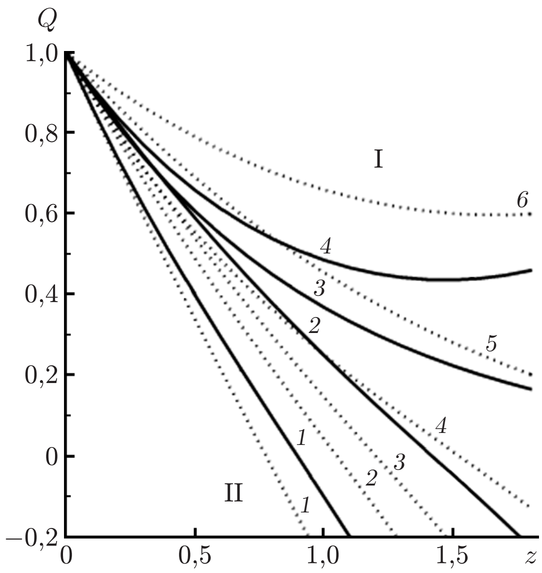


Рис. 1. Зависимость расхода жидкости $Q$ от координаты $z$ при $\beta = 2$ и различных значениях $c$, $\alpha$:

сплошные линии — $\alpha = 1$, пунктирные — $\alpha = 3$; *1* — $c = 1{,}4$, *2* — $c = 1{,}1$, *3* — $c = 1{,}0$, *4* — $c = 0{,}9$, *5* — $c = 0{,}7$, *6* — $c = 0{,}5$; I — область всасывания, II — область обратного течения

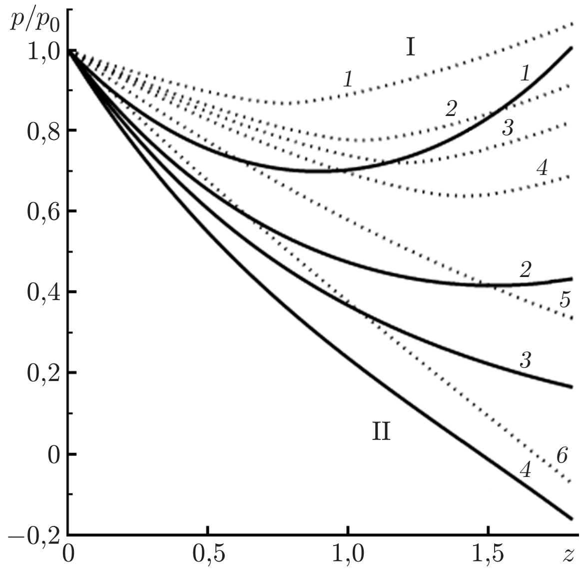


Рис. 2. Зависимость давления $p/p_0$ от координаты $z$ при $\beta = 2$ и различных значениях $c$:

сплошные линии — $\alpha = 1$, пунктирные — $\alpha = 3$; *1* — $c = 1{,}4$, *2* — $c = 1{,}1$, *3* — $c = 1{,}0$, *4* — $c = 0{,}9$, *5* — $c = 0{,}7$, *6* — $c = 0{,}5$; I — область, в которой давление в обратном течении возрастает, II — область, в которой давление в обратном течении убывает

ния $Q = 1$ при $z = 0$ и при $z \to \infty$ $Q \to 0$. В области III для ньютоновской жидкости $1 < c < \infty$, для жидкости Эллиса $0{,}7 < c < \infty$. В этой области расход жидкости монотонно убывает, стремясь к $-\infty$ при больших значениях $z$. В области III имеет место обратное течение, которое недопустимо во многих реальных физических процессах. Из зависимостей, приведенных на рис. 1, следует, что расход жидкости уменьшается с увеличением параметров $c$, $\alpha$.

Зависимости давления $p/p_0$ от координаты $z$ при различных значениях параметров $c$, $\alpha$ приведены на рис. 2. Давление в ньютоновской жидкости уменьшается и достигает минимального значения при $c < 1{,}0$. В жидкости Эллиса при $\alpha = 3$ и наличии обратного течения давление увеличивается даже при $c < 1{,}0$.

На рис. 3,*а* приведены зависимости радиальной компоненты скорости $v$ от координаты $r$ при $z = 0{,}1$, $p_0 = 43$, $\beta = 2$, $K = 0{,}001$ и различных значениях $\alpha$. Видно, что для жидкости Эллиса радиальная скорость больше, чем для ньютоновской жидкости.

На рис. 3,*б* показаны зависимости радиальной компоненты скорости $v$ от координаты $r$ при $z = 0{,}1$, $p_0 = 43$, $\beta = 2$, $\alpha = 3$ и различных значениях коэффициента проницаемости $K$.

Радиальная скорость является возрастающей функцией проницаемости. Зависимости осевой скорости $u$ от координаты $r$ при различных значениях параметров $\alpha$, $K$ приведены на рис. 4. Видно, что осевая скорость $u$ уменьшается с увеличением как параметра $\alpha$, так и параметра $K$. На рис. 5 представлены зависимости напряжения сдвига $\tau_w$ от координаты $z$ при различных значениях параметров $\alpha$, $K$. Напряжение сдвига $\tau_w$ уменьшается с увеличением параметра $K$ и увеличивается с увеличением параметра $\alpha$. Зависимости дробной реабсорбции $R_f$ от начального давления $p_0$ при различных значениях параметров $\alpha$, $K$ приведены на рис. 6. Видно, что дробная реабсорбция увеличивается с увеличением параметров $K$, $\alpha$.

**Заключение.** В работе изучено течение неньютоновской жидкости Эллиса в трубках малого диаметра с проницаемыми стенками. Такое течение имеет место в почечных

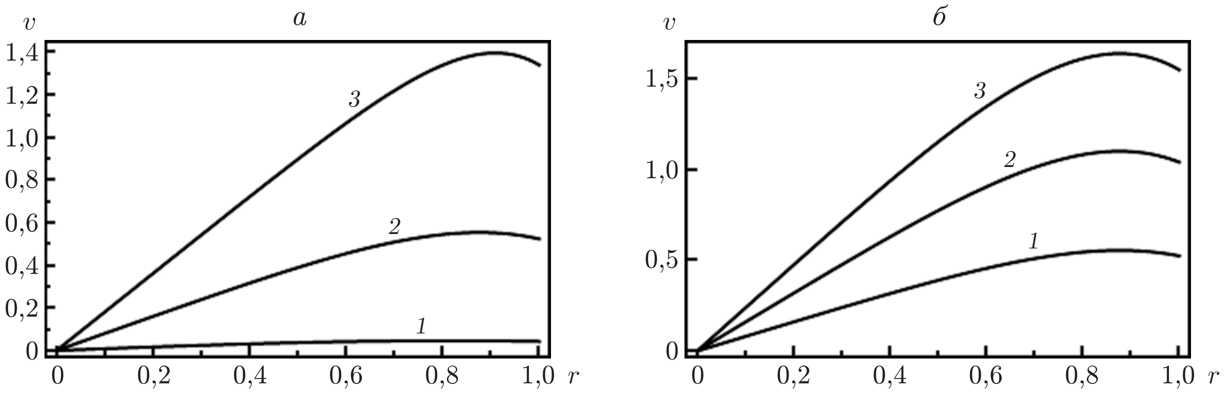


Рис. 3. Зависимость радиальной компоненты скорости $v$ от координаты $r$ при $z = 0{,}1$, $p_0 = 43$, $\beta = 2$ и различных значениях $K$, $\alpha$:
*а* — $K = 0{,}001$ (*1* — $\alpha = 1$, *2* — $\alpha = 3$, *3* — $\alpha = 5$), *б* — $\alpha = 3$ (*1* — $K = 0{,}001$, *2* — $K = 0{,}002$, *3* — $K = 0{,}003$)

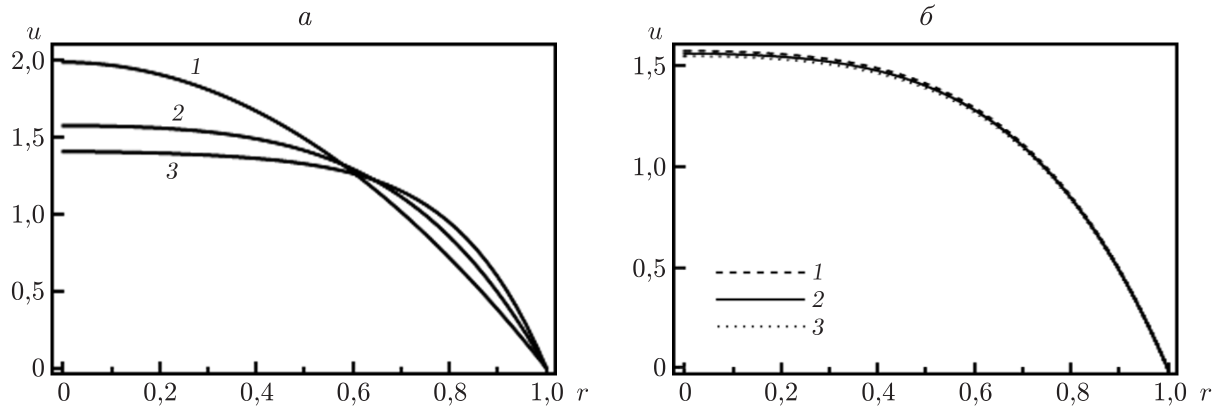


Рис. 4. Зависимости величины $u$ от координаты $r$ при $p_0 = 43$, $z = 0{,}1$, $\beta = 2$ и различных значениях $K$, $\alpha$:
*а* — $K = 0{,}001$ (*1* — $\alpha = 1$, *2* — $\alpha = 3$, *3* — $\alpha = 5$), *б* — $\alpha = 3$ (*1* — $K = 0{,}001$, *2* — $K = 0{,}002$, *3* — $K = 0{,}003$)

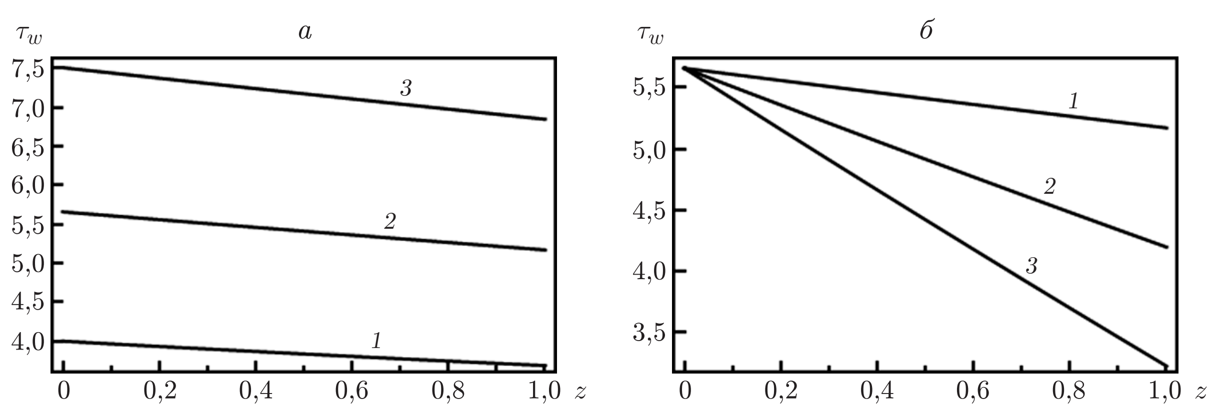


Рис. 5. Зависимости напряжений сдвига в стенке от координаты $z$ при $p_0 = 43$, $\beta = 2$ и различных значениях $K$, $\alpha$:
*а* — $K = 0{,}001$ (*1* — $\alpha = 1$, *2* — $\alpha = 3$, *3* — $\alpha = 5$), *б* — $\alpha = 3$ (*1* — $K = 0{,}001$, *2* — $K = 0{,}003$, *3* — $K = 0{,}005$)

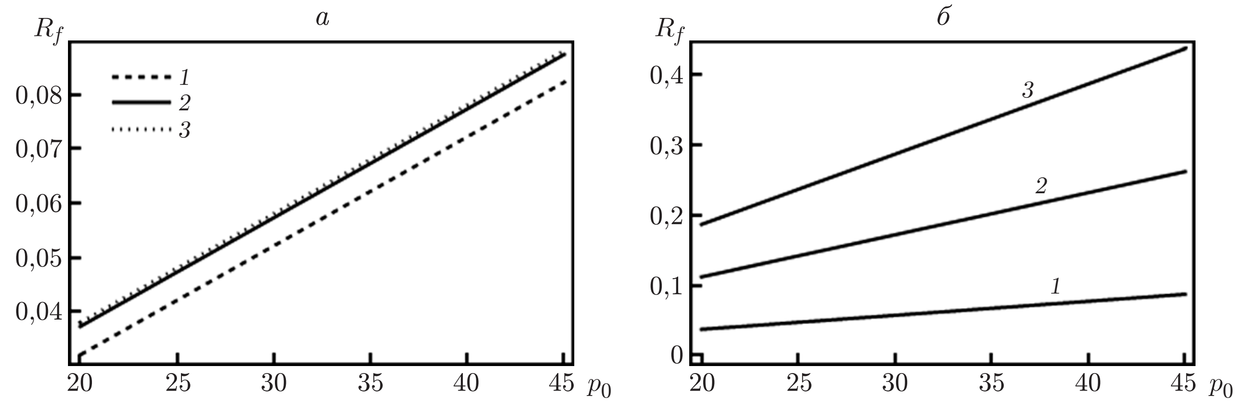


Рис. 6. Зависимости дробной реабсорбции $R_f$ от начального давления $p_0$ при $\beta = 2$ и различных значениях $K$, $\alpha$:
*а* — $K = 0{,}001$ (*1* — $\alpha = 0{,}001$, *2* — $\alpha = 0{,}003$, *3* — $\alpha = 0{,}005$), *б* — $\alpha = 3$ (*1* — $K = 0{,}001$, *2* — $K = 0{,}003$, *3* — $K = 0{,}005$)

канальцах. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Расход жидкости, давление, утечку жидкости и обратное течение можно контролировать путем увеличения параметра $c$. Радиальная скорость $v$ увеличивается с увеличением константы $\alpha$ и коэффициента проницаемости $K$. Это означает, что радиальная скорость жидкости Эллиса ($\alpha > 1$) больше радиальной скорости ньютоновской жидкости ($\alpha = 1$). Осевая скорость $u$ уменьшается с увеличением константы $\alpha$ и параметра $K$. Это, в частности, означает, что осевая скорость ньютоновской жидкости уменьшается быстрее, чем осевая скорость жидкости Эллиса. Напряжение сдвига $\tau_w$ уменьшается с увеличением параметра $K$ и увеличивается с увеличением параметра $\alpha$. Дробная реабсорбция $R_f$ увеличивается с увеличением параметров $K$, $\alpha$.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Macey R. I.** Pressure flow patterns in a cylinder with reabsorbing walls // Bull. Math. Biophys. 1963. V. 25, N 1. P. 1–9.
2. **Macey R. I.** Hydrodynamics in the renal tubule // Bull. Math. Biophys. 1965. V. 27, N 2. P. 117–124.
3. **Kozinski A. A., Schmidt F. P., Lightfoot E. N.** Velocity profiles in porous-walled ducts // Industr. Engng Chem. Fundament. 1970. V. 9, N 3. P. 502–505.
4. **Radhakrishnaacharya G., Chandra P., Kaimal M. R.** A hydrodynamical study of the flow in renal tubules // Bull. Math. Biology. 1981. V. 43, N 2. P. 151–163.
5. **Marshall E. A., Trowbridge E. A.** Flow of a Newtonian fluid through a permeable tube: the application to the proximal renal tubule // Bull. Math. Biology. 1974. V. 36, N 5/6. P. 457–476.
6. **Palatt P. J., Sackin H., Tanner R. I.** A hydrodynamic model of a permeable tubule // J. Theor. Biology. 1974. V. 44, N 2. P. 287–303.
7. **Chaturani P., Ranganatha T. R.** Flow of Newtonian fluid in non-uniform tubes with variable wall permeability with application to flow in renal tubules // Acta Mech. 1991. V. 88, N 1/2. P. 11–26.
8. **Siddique A. M., Haroon T., Kahshan M.** MHD flow of Newtonian fluid in a permeable tubule // Magnetohydrodynamics. 2015. V. 51, N 4. P. 655–672.

9. **Kahshan M., Siddique A. M., Haroon T.** A micropolar fluid model for hydrodynamics in the renal tubule // Europ. Phys. J. Plus. 2018. V. 133. Art. 546.
10. **Asghar S., Hussain Q., Hayat T., Alsaedi A.** Peristaltic flow of a reactive viscous fluid through a porous saturated channel and convective cooling conditions // Appl. Mech. Tech. Phys. 2015. V. 56, N 4. P. 580–589.
11. **Ali N., Sajid M., Abbas Z., Javed T.** Non-Newtonian fluid flow induced by peristaltic waves in a curved channel // Europ. J. Mech. B. Fluids. 2010. V. 29, N 5. P. 387–394.
12. **Canic S., Kim E. H.** Mathematical analysis of quasilinear effects in the hyperbolic model blood flow through compliant axi-symmetric vessel // Math. Method Appl. Sci. 2003. V. 26, N 14. P. 1161–1186.
13. **Noreen S., Nadeem S.** Carreau fluid model for blood flow through a tapered artery with a stenosis // Ain Shams Engng J. 2014. V. 5, N 4. P. 1307–1316.
14. **Javed M. A., Ali N., Sajid M.** A theoretical analysis of the calendaring of Ellis fluid // J. Plastic Film Sheet. 2016. V. 33, N 2. DOI: 10.1177/8756087916647998.
15. **Hopke S. W., Slattery J. C.** Upper and lower bounds on the drag coefficient of a sphere in an Ellis model fluid // AIChE J. 1970. V. 16, N 2. P. 224–229.
16. **Chhabra R. P., Tiu C., Uhlherr P. H. T.** Creeping motion of spheres through Ellis model fluids // Rheolog. Acta. 1981. V. 20, N 4. P. 346–351.

*Поступила в редакцию 16/VII 2019 г.,*
*после доработки — 2/VII 2020 г.*
*Принята к публикации 27/VII 2020 г.*