

азота в предположении полной диссоциации молекул  $N_2$  на поверхности можно оценить, исходя из аналогии Рейнольдса [2]:  $q_d \approx q_0/(h + u^2/2)$ . Эта оценка дает для диффузионного потока азота из ПВ  $q_d \approx 300$  г/(см<sup>2</sup>·с).

На фиг. 3, а представлены характерные распределения концентрации азота по глубине расплава в различные моменты времени. Граничное условие (1), определенное для волны разрежения в ПВ, приводит к тому, что максимум концентрации достигается не на поверхности, а в глубине стенки (кривые 1, 2). Динамика изменения концентрации в различных точках по глубине стенки показана на фиг. 3, б. В дальнейшем максимум концентрации смещается к поверхности и окончательное распределение при этом в стенке сглаживается.

На фиг. 4 дан расчет зависимости массы азота в стенке от расстояния по длине канала. Масса азота  $m$  на расстоянии 1 м от начала канала достигает  $2,4 \cdot 10^{-5}$  г/см<sup>2</sup>, а на поверхности концентрация азота составляет 0,4% по массе при характерной глубине диффузионной зоны 15 мкм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кирко В. И., Швецов Г. А., Чистяков В. П. Упрочнение внутренних поверхностей стальных труб с помощью плазмы, генерированной взрывом. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1982, вып. 2.
2. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
3. Ишуткин С. Н., Кирко В. И., Симонов В. А. Исследование теплового воздействия ударно-сжатого газа на поверхность соударяющихся пластин. — ФГВ, 1980, т. 16, № 6.
4. Цикулин М. А., Попов Е. Г. Излучательные свойства ударных волн в газах. М.: Наука, 1977.
5. Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы/Под ред. С. Л. Полака. М.: Наука, 1974.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
7. Давыдов А. М., Лебедев Е. Ф. и др. Неустойчивость Рэлея — Тейлора на границе плазма — продукты взрыва. — ТВТ, 1983, № 2.
8. Пак Н. И. Численный метод решения многофронтной задачи Стефана с использованием подвижных сеток. — ИФЖ, 1983, т. 45, № 3.
9. Лыков А. В. Теплообмен (справочник). М.: Энергия, 1978.
10. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.

Поступила 9/VII 1984 г.

УДК 539.3

#### ОБ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТ ПЛОСКОЙ ЖЕСТКОЙ ГРАНИЦЫ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЫ

А. А. БУРЕНИН, В. В. ЛАПЫГИН

(Воронеж)

Следствие второго закона термодинамики в газовой динамике — известная теорема Цемплена о существовании только ударных волн сжатия, при этом свойства системы дифференциальных уравнений газовой динамики таковы, что они приводят к решениям, согласующимся с этой теоремой. Подобная, с некоторыми дополнительными условиями, ситуация осуществляется и для квазипродольных (объемных) ударных волн в упругой среде. В частности, при постановке автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости [1] часто заранее можно определить, что передний фронт распространяющихся по упругой среде объемных деформаций является либо ударной, либо центрированной волной в зависимости от того, к сжатию или расширению среды приводит вносимое возмущение. Иная ситуация складывается для квазипоперечных (сдвиговых) ударных волн. Отметим, что [2] чисто поперечные ударные волны, приводящие только к сдвигу без изменения объема, могут существовать в нелинейной упругой среде только при специальном деформированном состоянии перед поверхностью разрыва. В действительности это означает, что ударная волна сдвига всегда будет в то же время волной изменения объема. В [2] показано, что при этом объемные деформации имеют второй порядок малости по сравнению со сдвиговыми и для реальных материалов приводят к расширению среды. С другой стороны, в [3] на примере автомодельной задачи о чистом сдвиге упругого полупространства получено, что центрированная сдвиговая волна при тех же свойствах упругой среды также приводит к расширению. Таким образом, имеется возможность получить два решения одной и той же автомодельной задачи нелинейной динамической теории упругости в зависимости от ее постановки. Автомодельные динамические задачи нелинейной теории упругости рассматривались в [1, 3—5], ударные волны в упругой среде — в [2, 6, 7].

В данной работе приводятся постановка и результаты численных расчетов авто-модельной задачи нелинейной динамической теории упругости об отражении плоской продольной ударной волны постоянной интенсивности от плоской жесткой границы упругой среды. Показано, что при углах падения исходной ударной волны, меньших некоторого критического значения, которое зависит от интенсивности волны, возможны два решения задачи: либо с отраженной квазиоперечной ударной волной, либо с центрированной сдвиговой волной. При углах падения, больших критического, осуществляется решение только с отраженной ударной волной. Передним фронтом объемных деформаций, вызванных отражением ударной волны от жесткой преграды, является квазипродольная ударная волна.

1. Система уравнений, описывающая динамическое деформирование упругой среды в прямоугольной декартовой системе координат в переменных Эйлера, имеет вид [8, 9]

$$(1.1) \quad \sigma_{ij} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial W}{\partial e_{ik}} (\delta_{kj} - 2e_{kj}), \quad \sigma_{ij,j} - \rho \frac{dv_i}{dt},$$

$$v_i = \partial u_i / \partial t + v_j u_{i,j}, \quad 2e_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i} u_{k,j},$$

$$\rho / \rho_0 = \left( 1 - 2I_1 + 2I_1^2 - 2I_2 - \frac{4}{3} I_1^3 + 4I_1 I_2 - \frac{8}{3} I_3 \right)^{1/2},$$

$$I_1 = e_{ii}, \quad I_2 = e_{ij} e_{ji}, \quad I_3 = e_{ij} e_{jk} e_{ki}.$$

В разложении упругого потенциала  $W(I_1, I_2, I_3)$  в ряд Тейлора относительно свободного состояния ограничимся в дальнейшем членами порядка не выше третьего по компонентам тензора градиента перемещений  $u_{i,j}$ , т. е. будем считать

$$(1.2) \quad W = \frac{1}{2} \lambda I_1 + 2\mu I_2 + l I_1 I_2 + m I_1^3 + n I_3.$$

В дальнейшем остановимся на случае плоской деформации. Если при этом ввести переменные  $u_1 = x_1 u(\xi)$ ,  $u_2 = x_1 v(\xi)$ ,  $\xi = (x_2 - st)/x_1$ , то из (1.1), (1.2) после некоторых тождественных преобразований можно получить

$$(1.3) \quad A_1 u'' + A_2 v'' = 0, \quad A_3 u'' + A_4 v'' = 0,$$

где

$$A_j = a_0^j + a_1^j u + a_2^j u' + a_3^j v + a_4^j v' \quad (j = 1, 2, 3, 4),$$

$$a_0^1 = \xi^2 + \gamma_5 - T, \quad a_0^2 = a_0^3 = -\xi(\gamma_5 + \gamma_6), \quad a_0^4 = \xi^2 \gamma_5 + 1 - T,$$

$$a_1^1 = \xi^2(\gamma_1 - 2) - 2\gamma_5 + \gamma_4 + 2T, \quad a_1^2 = \xi^3(2 - \gamma_1) + \xi(2\gamma_5 - 2\gamma_4 - \gamma_3),$$

$$a_1^3 = -\xi(1 + 2\gamma_4 + \gamma_5), \quad a_1^4 = \xi^2(\gamma_2 - 1 + 2\gamma_4 + \gamma_5) + \gamma_4 - \gamma_5 + T,$$

$$a_2^1 = \xi(2\gamma_6 + \gamma_5 - \gamma_2 - \gamma_4), \quad a_2^2 = \xi^2(\gamma_2 - 2\gamma_6 + 2\gamma_4 - \gamma_5 + 1) + \gamma_4 + \gamma_5 - T,$$

$$a_2^3 = \gamma_4(\xi^2 + 1), \quad a_2^4 = -\xi^3 \gamma_1 + [2(\gamma_5 + \gamma_6 - \gamma_4) - \gamma_2 - 1],$$

$$a_3^1 = \xi(\gamma_6 - \gamma_4 - \gamma_2), \quad a_3^2 = \xi^2(\gamma_2 + 2\gamma_4 - \gamma_6),$$

$$a_3^3 = \xi^2(\gamma_4 + \gamma_5) + \gamma_4 + 1 - T, \quad a_3^4 = -\xi^3(\gamma_4 + \gamma_5) + \xi(\gamma_5 + 2\gamma_6 - 2\gamma_4 -$$

$$- \gamma_2 - 1 + T), \quad a_4^1 = \xi^2(\gamma_4 - \gamma_5) - 2 + \gamma_2 + 3T,$$

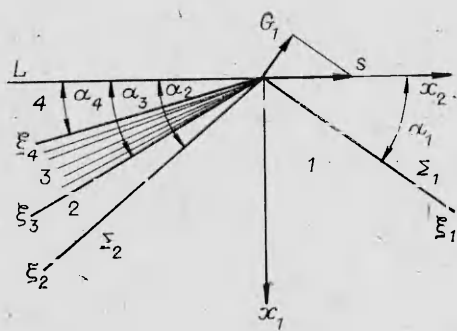
$$a_4^2 = -\xi^3(\gamma_4 - \gamma_5) + \xi(1 - 2\gamma_4 - \gamma_5 - \gamma_2 - T), \quad a_4^3 = -\xi(\gamma_3 + \gamma_4),$$

$$a_4^4 = \xi^2(2\gamma_4 - 2\gamma_5 + \gamma_3) + \gamma_1 - 2, \quad T = s^2/G_0^2, \quad G_0 = [(\lambda + 2\mu)/\rho_0]^{1/2},$$

$$\gamma_1 = \frac{6(l + m + n)}{\lambda + 2\mu} - 7, \quad \gamma_2 = \frac{6m - 2l - 3\lambda}{\lambda + 2\mu}, \quad \gamma_5 = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu},$$

$$\gamma_3 = \frac{l + \frac{3}{2}n}{\lambda + 2\mu} - 1, \quad \gamma_4 = \gamma_3 - 2\gamma_5, \quad \gamma_6 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}.$$

Пусть плоская ударная волна  $\Sigma_1$  постоянной интенсивности  $\tau$ , распространяющаяся в недеформированной упругой среде, падает под некоторым углом  $\alpha_1$  на плоскую жесткую преграду  $L$  (фиг. 1). Покажем, что данную задачу можно решить с использованием авто-модельной переменной  $\xi$ . Для этого положим  $s = G_1/\sin \alpha_1$ , где  $G_1$  — скорость ударной волны, тогда положение ударной волны определяется значением параметра  $\xi - \xi_1 = \text{ctg } \alpha_1 = \text{const}$ , т. е. все граничные условия задачи задаются на полу-



Ф и г. 1

плоскостях  $\xi = \text{const}$ . Следовательно, задача решается в рамках данной автономности.

Из (1.3) вытекает, что решение системы уравнений тривальное ( $u' = \text{const}$ ,  $v' = \text{const}$ ), если ее определитель  $A_1 A_4 - A_2 A_3 \neq 0$ . Данный определитель может равняться нулю при некотором значении  $\xi$ , которое характеризует положение отраженных ударных волн, или в промежутке изменения значения  $\xi$ , являющегося отраженной центрированной волной.

Наличие жесткой преграды вызовет дальнейшее сжатие среды. Возмущение, приводящее к сжатию среды, будет распространяться посредством отраженной квазипродольной ударной волны  $\Sigma_2(\xi = \xi_2)$  [2, 3, 7], что также подтверждается в дальнейшем при численных расчетах: Дополнительные сдвиговые деформации распространятся в среду либо посредством отраженной квазипоперечной ударной волны ( $\xi_3 = \xi_4$ ), либо отраженной центрированной волной (зона между  $\xi_3, \xi_4$ ). Ниже показано, что в зависимости от начальных параметров  $\alpha_1, \tau$  возможны оба случая. В области тривального решения между  $\xi_1$  и  $\xi_2$  (зона 1), между  $\xi_2$  и  $\xi_3$  (зона 2), между  $\xi_4$  и  $L$  (зона 4) можно считать  $u^{(i)} = a_i \xi + b_i$ ,  $v^{(i)} = c_i \xi + d_i$  ( $i = 1, 2, 4$  — номер зоны). Тогда

$$(1.4) \quad u_{1,1}^{(i)} = b_i, \quad u_{1,2}^{(i)} = a_i, \quad u_{2,1}^{(i)} = d_i, \quad u_{2,2}^{(i)} = c_i,$$

$$v_i^{(i)} = -\frac{sa_i}{1 - b_i - c_i - a_i d_i + b_i c_i},$$

$$v_2^{(i)} = -s \frac{c_i - b_i c_i + a_i d_i}{1 - b_i - c_i - a_i d_i + b_i c_i},$$

где  $a_i, b_i, c_i, d_i$  — безразмерные постоянные. Напряжения и деформации будут также постоянными и могут быть вычислены через  $u_i$  согласно формулам (1.1), (1.2).

2. Динамические и кинематические условия совместности разрывов на ударной волне запишем в виде [10]

$$(2.1) \quad [\sigma_{ij}] v_j = \rho^+ (v_v^+ - G) [v_i], \quad [f] = f^+ - f^-,$$

$$[v_i] = u_{i,j}^+ [v_j] + (v_v^- - G) \tau_i, \quad [u_{i,j}] = \tau_i v_j.$$

Здесь плюс и минус у величин означают, что они вычислены перед ударной волной и сразу за ней;  $v_j$  — компонента вектора единичной нормали к поверхности разрыва;  $G$  — скорость ударной волны. Так как  $\Sigma_1$  по предположению имеет постоянную интенсивность  $\tau$ , то, применяя (2.1) к  $\Sigma_1$ , получим

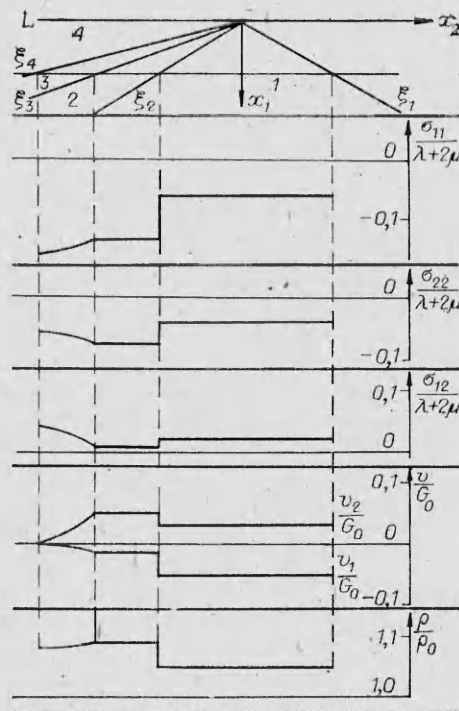
$$(2.2) \quad a_1 = d_1 = \tau \sin \alpha_1 \cos \alpha_1, \quad b_1 = -\tau \cos^2 \alpha_1, \quad c_1 = -\tau \sin^2 \alpha_1,$$

$$G_1 = G_0 (1 - \kappa \tau)^{1/2}, \quad \kappa = -\frac{9}{2} + 3 \frac{l + m + n}{\lambda + 2\mu}, \quad \tau = \tau_i v_i.$$

Соотношения (2.2) определяют все параметры деформированного состояния в зоне 1 по известным  $\tau$  и  $\alpha_1$ .

Условие непрерывности перемещений на ударной волне  $\Sigma_2$  имеет вид

$$(2.3) \quad (a_1 - a_2) \xi_2 + b_1 - b_2 = 0, \quad (c_1 - c_2) \xi_2 + d_1 - d_2 = 0.$$



Ф и г. 2

Закон сохранения импульсов (2.1) на  $\Sigma_2$  приводит к уравнениям

$$(2.4) \quad -(\sigma_{11}^{(1)} - \sigma_{11}^{(2)}) \xi_2 + \sigma_{12}^{(1)} - \sigma_{12}^{(2)} = (1 + \tau) \left\{ \frac{G_1}{G_0} \frac{\tau}{1 + \tau} (\sin \alpha_1 + \xi_2 \cos \alpha_1) \right\} \times \\ \times \left( \frac{v_1^{(1)}}{G_0} - \frac{v_1^{(2)}}{G_0} \right), \\ -(\sigma_{21}^{(1)} - \sigma_{21}^{(2)}) \xi_2 + \sigma_{22}^{(1)} - \sigma_{22}^{(2)} = (1 + \tau) \left\{ \frac{G_1}{G_0} \frac{\tau}{1 + \tau} (\sin \alpha_1 + \xi_2 \cos \alpha_1) \right\} \left( \frac{v_2^{(1)}}{G_0} - \frac{v_2^{(2)}}{G_0} \right).$$

В (2.4)  $\sigma_{ij}^{(k)}$  — безразмерные напряжения, отнесенные к  $\lambda + 2\mu$ . Будем считать  $\xi_2$  известной величиной, тогда уравнения (2.3), (2.4) представляют собой систему четырех нелинейных алгебраических уравнений относительно  $a_2, b_2, c_2, d_2$ . При этом считается, что  $\sigma_{ij}^{(2)}, v_i^{(2)}$  выражены через  $a_2, b_2, c_2, d_2$  согласно формулам (1.1), (1.2), (1.4). Таким образом, в зоне 2 можно определить решение в зависимости от параметра  $\xi_2$ . В случае, когда отраженное сдвиговое возмущение распространяется в среду посредством отраженной центрированной волны ( $\xi_3 > \xi_4$ ), подстановка решения уравнений (2.3), (2.4) в уравнение

$$(2.5) \quad A_1 A_4 - A_2 A_3 = 0$$

позволяет по заданному  $\xi_2$  найти  $\xi_3$ . Решение в области между  $\xi_3$  и  $\xi_4$  находим решением задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (2.5) и одного из уравнений (1.3). Граничные условия задачи Коши имеют вид

$$u'(\xi_3) = a_2, \quad u(\xi_3) = a_2 \xi_3 + b_2, \quad v(\xi_3) = c_2 \xi_3 + d_2.$$

Решение задачи Коши заканчиваем, когда  $u'$  и  $v'$  обращаются в нуль. Изменяя  $\xi_2$ , можно добиться равенства нулю  $u'$  и  $v'$  одновременно. Последнее соответствует выполнению граничных условий на  $L(u = v = 0$  на  $L$ ).

Если передним фронтом отраженных сдвиговых возмущений является квазипоперечная ударная волна ( $\xi_3 = \xi_4$ ), то условия непрерывности перемещений и сохранения импульса на ней запишутся согласно (2.1) в виде

$$(2.6) \quad a_2 \xi_3 + b_2 - b_4 = 0, \quad c_2 \xi_3 + d_2 - d_4 = 0, \\ -(\sigma_{11}^{(2)} - \sigma_{11}^{(4)}) \xi_3 + \sigma_{12}^{(2)} - \sigma_{12}^{(4)} = (1 - b_2 - c_2) (-\xi_3 v_1^{(2)} + v_2^{(2)} - s) v_1^{(2)} / G_0^2, \\ -(\sigma_{21}^{(2)} - \sigma_{21}^{(4)}) \xi_3 + \sigma_{22}^{(2)} - \sigma_{22}^{(4)} = (1 - b_2 - c_2) (-\xi_3 v_1^{(2)} + v_2^{(2)} - s) v_2^{(2)} / G_0^2.$$

В (2.6) учтены граничные условия  $a_4 = c_4 = v_1^{(4)} = v_2^{(4)} = 0$ , плотность в зоне 2 вычислена согласно уравнению неразрывности из (1.1). Если в (2.4) и (2.6) учесть (1.4) и (2.2), а также, что  $G_2 = G_1 \{ (1 + \text{ctg}^2 \alpha_1) / (1 + \xi_2^2) \}^{1/2}$ , то получим систему восьми нелинейных алгебраических уравнений относительно  $\xi_2, \xi_3, \xi_4, a_2, b_2, c_2, d_2, b_4, d_4$ .

Отметим, что заранее определить посредством ударной или центрированной волны, распространяются ли в среду отраженные сдвиговые возмущения, не представляется возможным.

3. На основе вышеизложенного проведен вычислительный эксперимент. Параметры задачи изменялись в пределах  $5^\circ \leq \alpha_1 \leq 60^\circ$ , что соответствует  $11,43 \geq \xi \geq 0,577$  и  $0,1 \geq \tau \geq 0,01$ . Упругие постоянные выбраны [11] в виде  $\lambda/(\lambda + 2\mu) = 0,374$ ,  $\mu/(\lambda + 2\mu) = 0,313$ ,  $l/(\lambda + 2\mu) = -1,24$ ,  $m/(\lambda + 2\mu) = -0,412$ ,  $n/(\lambda + 2\mu) = -0,663$ .

Основные качественные результаты расчетов заключаются в следующем: если  $\alpha_1$  изменяется в пределах от  $5^\circ$  до  $\alpha_*$ , где  $\alpha_*$  зависит от  $\tau$  и констант материала, то одновременно возможны решения с отраженной ударной квазипоперечной и отраженной центрированной волнами. Когда  $\alpha_1 > \alpha_*$ , решение находится только с отраженной квазипоперечной ударной волной. Предельные значения  $\alpha_1 = \alpha_*$  уменьшаются с ростом  $\tau$ ; так, при  $\tau = 0,01$   $\xi_* = 0,936$  ( $\alpha_* = 46,9^\circ$ ), при  $\tau = 0,03$   $\xi_* = 1,014$  ( $\alpha_* = 44,6^\circ$ ), при  $\tau = 0,05$   $\xi_* = 1,208$  ( $\alpha_* = 39,6^\circ$ ). Таким образом, при  $\alpha_1 < \alpha_*$  решение задачи неединственно. Приведем характерные результаты расчетов при  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\tau = 0,05$ . В случае, когда отражается квазипоперечная ударная волна,  $\alpha_2 = 31,85^\circ$ ,  $\sigma_{11}^{(2)} = -0,1344$ ,  $\sigma_{12}^{(2)} = 0,0072$ ,  $\sigma_{22}^{(2)} = -0,0745$ ,  $v_1^{(2)}/G_0 = -0,0069$ ,  $v_2^{(2)}/G_0 = 0,0509$ ,  $\rho^{(2)}/\rho_0 = 1,0883$ ,  $\alpha_3 = \alpha_4 = 16,30^\circ$  ( $\xi_3 = \xi_4$ ),  $\sigma_{11}^{(4)} = -0,153$ ,  $\sigma_{12}^{(4)} = 0,0467$ ,  $\sigma_{22}^{(4)} = -0,0576$ ,  $\rho^{(4)}/\rho_0 = 1,0777$ . Если отраженные сдвиговые возмущения распространяются посредством центрированной волны, то эти же параметры будут иметь следующие значения:  $\alpha_2 = 31,5^\circ$ ,  $\sigma_{11}^{(2)} = -0,1266$ ,  $\sigma_{12}^{(2)} = 0,0092$ ,  $\sigma_{22}^{(2)} = -0,0701$ ,  $v_1^{(2)}/G_0 = -0,0114$ ,  $v_2^{(2)}/G_0 = 0,0483$ ,  $\rho^{(2)}/\rho_0 = 1,0845$ ,  $\alpha_3 = 17,34^\circ$ ,  $\alpha_4 = 15,72^\circ$ ,  $\sigma_{11}^{(4)} = -0,1524$ ,  $\sigma_{12}^{(4)} = 0,0450$ ,  $\sigma_{22}^{(4)} = -0,0574$ ,  $\rho^{(4)}/\rho_0 = 1,0784$ .

Для  $\alpha < \alpha_*$  при увеличении интенсивности  $\tau$  падающей ударной волны  $\alpha_2$  возрастает и всегда  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Напряжения в зоне 2 резко возрастают с увеличением  $\tau$ ; так, при  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\tau = 0,01$   $\sigma_{11}^{(2)} = -0,0167$ ,  $\sigma_{12}^{(2)} = 0,0009$ ,  $\sigma_{22}^{(2)} = -0,0102$ ,  $\rho^{(2)}/\rho_0 = 1,0172$ , при  $\tau = 0,05$  значения безразмерных (отнесенных к  $\lambda + 2\mu$ ) напряжений и относительной плотности приведены выше. Вычислительный эксперимент показал, что во всех случаях отраженная квазипродольная ударная волна ( $\xi = \xi_2$ ) есть волна сжатия  $\rho^{(2)}/\rho_0 > 1$ . Центрированная волна приводит к расширению среды  $\rho^{(4)}/\rho^{(2)} < 1$ . В зоне 3 центрированной волны поведение искомым функций  $\sigma_{ij}$ ,  $v_i$ ,  $\rho/\rho_0$  монотонное (фиг. 2, где  $\tau = 0,05$ ,  $\xi_1 = 1,732$ ,  $\xi_2 = -1,632$ ,  $\xi_3 = -3,248$ ,  $\xi_4 = -3,618$ ). При этом относительная плотность убывает,  $v_1/G_0$  возрастает, оставаясь отрицательной,  $v_2/G_0$  убывает, напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  растут по абсолютной величине,  $\sigma_{22}$  убывает. Ширина центрированной волны  $h = |\xi_3 - \xi_4|$  растет с увеличением интенсивности  $\tau$  падающей ударной волны; например, при  $\alpha_1 = 30^\circ$  и  $\tau = 0,01$   $h = 0,05$ , при  $\tau = 0,05$   $h = 0,33$ . С ростом угла падения ударной волны  $\alpha_1$  ширина центрированной волны увеличивается, так, при  $\tau = 0,01$  от  $h = 0,004$  ( $\alpha_1 = 15^\circ$ ) до  $h = 0,06$  ( $\alpha_1 = 45^\circ$ ).

Если  $\alpha_1 > \alpha_*$ , решение задачи, как отмечалось выше, упрощается и находится решением восьми нелинейных алгебраических уравнений. Расчеты показали, что  $\Sigma_2$  всегда является квазипродольной ударной волной сжатия, квазипоперечная ударная волна ( $\xi = \xi_3 = \xi_4$ ) во всех случаях расширяет среду, это и отмечалось в теоретических исследованиях [2]. Приведем характерный численный результат изменения положений отраженных ударных волн при изменении интенсивности падающей волны ( $\alpha_1 = 60^\circ$ ):

$$\tau = 0,01 \quad \alpha_2 = 60,10^\circ, \quad \alpha_3 = -\arctg \xi^{-1} = 29,02^\circ;$$

$$\tau = 0,03 \quad \alpha_2 = 62,27^\circ, \quad \alpha_3 = 28,84^\circ;$$

$$\tau = 0,05 \quad \alpha_2 = 72,00^\circ, \quad \alpha_3 = 28,83^\circ.$$

В расчетах не рассматривался случай с  $\alpha_1 > 60^\circ$ , поскольку при больших значениях  $\alpha_1$  возможно нерегулярное отражение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Буренин А. А., Лапыгин В. В., Чернышов А. Д. К решению плоских автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости. — В кн.: Нелинейные волны деформации. Таллин, 1978, т. 2.
2. Буренин А. А., Чернышов А. Д. Ударные волны в изотропном упругом пространстве. — ПММ, 1978, т. 42, вып. 4.
3. Буренин А. А., Лапыгин В. В. Автомодельная задача об ударном нагружении упругого полупространства. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 4.
4. Wright T. W. Reflection of oblique shock waves in elastic solids. — Int. J. Solids and Structures, 1971, v. 7, N 2.
5. Сабодаш П. Ф., Тихомиров Н. А., Навал И. К. Автомодельные движения физически нелинейной упругой среды, вызванные локальным выделением энергии. — В кн.: Нелинейные волны деформации. Таллин, 1978, т. 2.
6. Весоловский З. Динамические задачи нелинейной теории упругости. Киев: Наук. думка, 1981.
7. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Об ударных волнах, распространяющихся по напряженному состоянию в изотропных нелинейных упругих средах. — ПММ, 1980, т. 43, вып. 3.
8. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
9. Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. М.: Наука, 1969.
10. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир, 1972.
11. Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуца О. И., Лебедев В. К. Основы ультразвукового неразрушающего метода определения напряжений. Киев.: Наук. думка, 1974.

Поступила 15/VI 1984 г.

УДК 624.531.1

### УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ЗЕРНИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Г. А. ХАЛИКОВ, В. Ш. ХАЛИЛОВ

(Уфа)

1. Вопрос о механизме упругой деформации неоднородной среды весьма актуальный. Известно, что значительное влияние на процессы деформации оказывает структура среды: размер и форма неоднородности, состав и физические свойства включений и т. д. [1]. Насыщенная зернистая среда представляет собой идеализированную модель двухфазного грунта, позволяющую произвести некоторый учет структуры. В [2] в качестве зернистой среды использованы упругие сферы четырех сортов, отличающиеся