

УДК 532.526

**Экспериментальное исследование возмущений  
свободного потока при прохождении  
косого скачка уплотнения посредством  
диаграммного метода  
с использованием  
клиновидного пленочного датчика\***

М. Краузе<sup>1</sup>, У. Гайсбауэр<sup>1</sup>, Э. Крэмер<sup>1</sup>, А.Д. Косинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт аэрогазодинамики, Штутгартский университет,  
Штутгарт, Германия*

<sup>2</sup>*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mails: martin.krause@iag.uni-stuttgart.de, uwe.gaisbauer@iag.uni-stuttgart.de

Экспериментальный анализ пульсаций воздушного потока обычно проводится с помощью термоанемометрии с проволочными (ниточными) датчиками. Однако в окрестности осциллирующих ударных волн этот тип датчика может быть разрушен из-за сильных механических нагрузок. На основе выполненного моделирования показано, что клиновидный пленочный датчик может быть пригодным для количественного анализа пульсаций в осциллирующей ударной волне. В рамках этого исследования диаграммный метод Коважного и Морковина был адаптирован к использованию клиновидных пленочных датчиков. Кроме того, получены трехмерные диаграммы пульсаций как для отдельных, так и для смешанных мод пульсаций. Пульсации в свободном потоке регистрировались при прохождении ударной волны пленочным датчиком клиновидной формы в режиме постоянной температуры. Ударная волна порождалась в угле сжатия величиной  $10^\circ$  при числе Маха набегающего потока  $M = 2,5$  и единичном числе Рейнольдса  $Re_1 = 4,96 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Измеренные возмущения разделялись по диаграммному методу. Обнаружено усиление пульсаций на ударной волне и последующее их затухание. Этот результат хорошо согласуется с имеющимися литературными данными.

**Ключевые слова:** диаграммный метод, клиновидный пленочный датчик, диаграмма пульсаций, косой скачок уплотнения.

### Введение

Определение состава пульсаций в сверхзвуковых потоках обычно проводится экспериментально с использованием термоанемометра и диаграммного метода, развитого Коважным, а затем Морковиным [1–3]. Согласно этому подходу, возмущения в сжимаемом потоке могут быть трех типов: вихревые возмущения, энтропийные пятна и акустические волны. Взаимодействие этих возмущений в свободном потоке с ударными волнами

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда «Deutsche Forschungsgemeinschaft» (DFG) по программе обучения исследованиям DFG «GRK 1095/2: аэротермодинамическое устройство сверхзвуковой тяговой системы». Эксперименты выполнены на базе ЦКП «Механика».

(как пример — изотропная турбулентность/ударная волна) является областью продолжающихся и актуальных исследований, которая еще далека до полного понимания.

Отметим пионерские аналитические исследования, выполненные в 1950-х годах, например, [4–6], за которыми последовала работа [7], где рассматривались вопросы прохождения, отражения, генерации и усиления малых возмущений в рамках взаимодействия «ударная волна/возмущение». В последующие десятилетия проводилось все больше исследований с помощью прямого численного моделирования, среди прочего в данном направлении были опубликованы работы [8–10]. В исследованиях [11, 12] с помощью прямого численного моделирования были проанализированы коэффициенты усиления и искажение ударной волны. В работе [13] было выполнено сравнение результатов прямого численного моделирования взаимодействия «изотропная турбулентность/ударная волна» с теориями [4, 5] и отмечено хорошее согласование этих данных. Таким образом, на сегодняшний день эта тема по-прежнему остается актуальной.

Термоанемометрия — известный метод измерений, который постоянно совершенствуется [14–16]. Наиболее распространенным типом датчика является ниточный, но для измерений вблизи колеблющихся ударных волн требуется более надежный датчик, например, пленочный клиновидный [17, 18]. В этом случае измерение пульсаций термоанемометром и их анализ усложняются и требуют использования специального измерительного оборудования.

Пленочные датчики, в частности клиновидные, предлагают многообещающую альтернативу для измерения пульсаций при прохождении через ударные волны. Тем не менее, такие датчики создают значительные дополнительные трудности, потому что тело датчика существенно влияет на тепловой баланс. Было предпринято значительное число попыток моделирования этого аспекта аналитически, но ни одна из них в достаточной степени не соответствовала сложности проблемы. К наиболее важным публикациям по этой теме относятся, например, [19–25]. В работах [26, 27] удалось развить подход для моделирования теплового баланса клиновидного пленочного датчика путем сочетания вычислительной гидродинамики (CFD) с аналитическими методами и экспериментальными данными, что позволило успешно провести статическую калибровку датчика в сверхзвуковой аэродинамической трубе. Эта комбинация экспериментальных и численных методов также подходит для более глубокого понимания взаимодействия возмущений свободного потока с ударными волнами. К сожалению, опубликованные экспериментальные результаты взаимодействия «ударная волна/изотропная турбулентность» довольно редки [28–30]. Однако численное моделирование часто используется для изучения этого физического явления [11–13]. Таким образом, измерения в ударных волнах, выполненные с помощью клиновидного пленочного датчика, могут дать полезные предельные значения и сравнительные данные для соответствующего численного моделирования этого типа взаимодействия.

Исследование с помощью клиновидных пленочных датчиков требует некоторой модификации диаграммного метода Коважного, который широко применяется для ниточных датчиков. В рассматриваемой работе этот метод необходимо было адаптировать к используемым здесь пленочным датчикам в форме клина. Это позволило провести разделение мод пульсаций в окрестности косоугольного скачка уплотнения. Например, в работах [31, 32] были предложены аналогичные модификации, но они касались проволочных датчиков, применяемых в основном в сжимаемых дозвуковых и трансзвуковых потоках.

Настоящее исследование является продолжением работы [27]. Его цель — представить полученную адаптацию диаграммного метода к необходимым условиям использования клиновидного пленочного датчика и показать примерные экспериментальные результаты для обнаруженных пульсаций в окрестности ударной волны. Более подробную информацию можно найти в работах [26] и [33]. Изложенные методы имеют общее значение, поскольку они не ограничиваются конкретным используемым датчиком, но могут применяться для описания пленочных датчиков различной формы.

## 1. Подходы и методы

### 1.1. Термоанемометрия

В общем случае, согласно [3], датчик термоанемометра чувствителен к пульсациям плотности  $\rho$ , скорости  $u$  и температуры торможения  $T_0$ :

$$\frac{e'}{\bar{E}} = S_\rho \frac{\rho'}{\bar{\rho}} + S_u \frac{u'}{\bar{u}} + S_{T_0} \frac{T_0'}{\bar{T}_0}, \quad (1)$$

здесь и далее пульсационная составляющая отмечена штрихом, а среднее значение — надстрочной чертой; выходное напряжение термоанемометра можно представить в виде  $E(t) = \bar{E} + e'(t)$ ; параметры  $S_\rho$ ,  $S_u$  и  $S_{T_0}$  обозначают безразмерные чувствительности датчика и обычно определяются как логарифмические производные:

$$S_\rho = \frac{\partial \ln(\bar{E})}{\partial \ln(\bar{\rho})}, \quad S_u = \frac{\partial \ln(\bar{E})}{\partial \ln(\bar{u})}, \quad S_{T_0} = \frac{\partial \ln(\bar{E})}{\partial \ln(\bar{T}_0)}. \quad (2)$$

Согласно [34], в сверхзвуковом потоке датчик термоанемометра становится чувствительным к пульсациям массового расхода  $(\rho u)'$  и температуры торможения  $T_0'$ . Это справедливо для чисел Маха от 1,3 до 5 и числа Рейнольдса для диаметра нити датчика  $Re_D > 20$  (см. также [35]). Согласно приближению  $S_\rho \approx S_u \approx S_{\rho u}$ , трехкомпонентное разделение напряжения в уравнении (1) становится двухкомпонентным, см. [1, 2], безразмерная чувствительность  $S_{\rho u}$  определяется аналогично (2), тогда

$$\frac{e'}{\bar{E}} = S_{\rho u} \frac{(\rho u)'}{(\rho u)} + S_{T_0} \frac{T_0'}{\bar{T}_0} \quad (3)$$

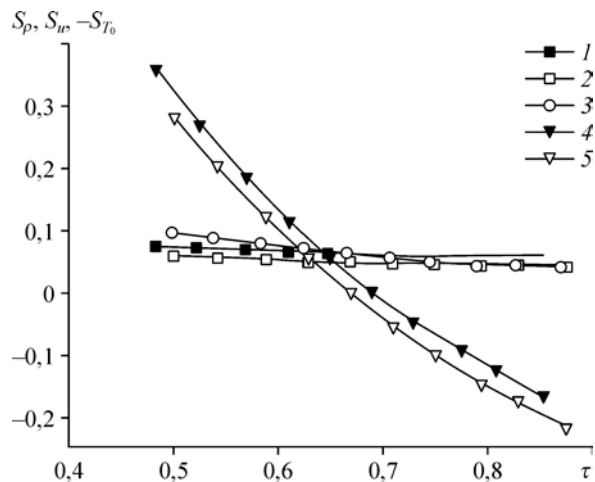
и, соответственно,

$$S_{\rho u} = \frac{\partial \ln(\bar{E})}{\partial \ln(\bar{\rho u})}. \quad (4)$$

В исследованиях [26, 27] было указано, что для используемого в настоящей работе клиновидного пленочного датчика DANTEC 55R31 упрощенный подход  $S_\rho \approx S_u \approx S_{\rho u}$  не может быть применен и требуется выполнять трехкомпонентное разделение напряжения в соответствии с (1). На рис. 1 показаны значения чувствительности пленочного датчика  $S_\rho$ ,  $S_u$  и  $S_{T_0}$ . Чувствительность  $S_u$  определена для постоянной справочной плотности, а величины  $S_\rho$  и  $S_{T_0}$  усреднены по Рейнольдсу и приведены для двух постоянных скоростей,

Рис. 1. Безразмерные чувствительности  $S_\rho$ ,  $S_u$  и  $S_{T_0}$  клиновидного пленочного датчика.

$S_\rho$  и  $S_{T_0}$  усреднены по Рейнольдсу и представлены для двух чисел Маха,  $S_u$  приведена для значения плотности  $\rho = 0,095 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3} = \text{const.}$ , см. [26, 27];  
1 —  $S_\rho$ ,  $M = 2$ , 2 —  $S_\rho$ ,  $M = 2,5$ ,  
3 —  $S_u$ ,  $\rho_{\text{ref}}$ , 4 —  $-S_{T_0}$ ,  $M = 2$ ,  
5 —  $-S_{T_0}$ ,  $M = 2,5$ .



соответствующих числам Маха  $M = 2,0, 2,5$ . Здесь  $\rho_{\text{ref}} = 0,095 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$  и было выбрано таким потому, что соответствующее число Рейнольдса при  $M = 2,5$  равно  $Re_1 = 6,4\cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ , что не сильно отличается от числа Рейнольдса, рассматриваемого в настоящей работе (см. раздел 2).

По сравнению с ниточными датчиками чувствительности пленочных датчиков весьма нетипичны. В то время как  $S_\rho$  и  $S_u$  скорее постоянны,  $S_{T_0}$  изменяет знак для больших значений коэффициента перегрева. Такое поведение обсуждалось в работах [26, 27]. В рамках настоящего исследования эти чувствительности имели значения, показанные на рис. 1. Если в зависимости  $S_{T_0}$  знак не меняется, соответствующие диаграммы пульсаций упрощаются. Для пленочных датчиков чувствительность  $S_{\rho u}$  обычно постоянна со значением  $0,12 \leq S_{\rho u} \leq 0,2$  и  $S_{T_0}$  примерно асимптотически приближается к горизонтальной оси при больших значениях перегрева. Чувствительности, приведенные на рис. 1, оценены с учетом влияния корпуса клиновидных датчиков на тепловой баланс и с учетом поправочного коэффициента на корпус датчика, который был введен в исследованиях [26, 27].

### 1.2. Диаграммный метод анализа пульсаций

После определения чувствительности датчика неизвестные возмущения в уравнениях (1) и (3) могут быть определены одним из выбранных способов разделения напряжения. Обычно для этого применяется диаграммный метод Коважного [1, 2] или подход Морковина [3]. Для стандартного способа уравнение пульсаций двухкомпонентного разделения напряжения (3) возводится в квадрат, усредняется по времени и нормируется на чувствительность  $S_{T_0}$  (см. [1–3]). Результирующие среднеквадратичные значения могут быть записаны следующим образом:

$$\theta_{S_{T_0}}^2 = \langle (\rho u)' \rangle^2 \cdot r_{S_{T_0}}^2 - 2 \langle (\rho u)' \rangle \langle T_0' \rangle R_{\rho u, T_0} \cdot r_{S_{T_0}} + \langle T_0' \rangle^2. \quad (5)$$

Переменная  $\langle \dots \rangle$  представляет нормированное среднеквадратичное значение пульсации, а  $R_{x, y}$  — коэффициент взаимной корреляции переменных  $x'$  и  $y'$ . Параметры  $r_{S_{T_0}}$  и  $\theta_{S_{T_0}}$  — абсцисса и ордината связанных двухкомпонентных диаграмм пульсаций, а индекс  $S_{T_0}$  показывает, что чувствительность  $S_{T_0}$  использовалась для нормировки безразмерного пульсационного сигнала (см. [1, 36, 37]):

$$\theta_{S_{T_0}} = -\frac{\langle e' \rangle}{S_{T_0}}, \quad r_{S_{T_0}} = -\frac{S_{\rho u}}{S_{T_0}}, \quad \langle e' \rangle = \frac{\sqrt{e'^2}}{E}, \quad (6)$$

$$\langle (\rho u)' \rangle = \frac{\sqrt{(\rho u)' ^2}}{\rho u}, \quad \langle T_0' \rangle = \frac{\sqrt{T_0'^2}}{T_0}, \quad R_{\rho u, T_0} = \frac{\overline{(\rho u)' T_0'}}{(\rho u)' ^2 \sqrt{T_0'^2}}. \quad (7)$$

В качестве альтернативы диаграммы пульсаций двухкомпонентного разделения напряжения также могут быть нормированы на чувствительность  $S_{\rho u}$ , как предполагалось в работе [38]. Для ниточных датчиков это приводит к повышению точности определяемых разделенных пульсаций. Однако если датчик требует трехкомпонентного разделения напряжения в соответствии с (1), то для нормировки должны быть применены три различных чувствительности:  $S_\rho$ ,  $S_u$  и  $S_{T_0}$ .

### 1.3. Диаграммный метод для клиновидного пленочного датчика

В рамках представленного исследования предложено усовершенствование диаграммного метода для оптимального использования клиновидного пленочного датчика DANTEC 55R31. Для процедуры модификации метода с учетом предварительной работы и полученных новых знаний была выбрана нормировка на  $S_\rho$ , что обуславливалось сравнительно высокой точностью оценки этой чувствительности и ее практически постоянным значением. Процедура эквивалентна той, что приводит к формуле (5):

$$\theta_{S_\rho}^2 = \langle \rho' \rangle^2 + \langle u' \rangle^2 \cdot r_{1,S_\rho}^2 + \langle T_0' \rangle^2 \cdot r_{2,S_\rho}^2 + 2 \langle \rho' \rangle \langle u' \rangle R_{\rho,u} \cdot r_{1,S_\rho} + 2 \langle \rho' \rangle \langle T_0' \rangle R_{\rho,T_0} \cdot r_{2,S_\rho} + 2 \langle u' \rangle \langle T_0' \rangle R_{u,T_0} \cdot r_{1,S_\rho} \cdot r_{2,S_\rho}. \quad (8)$$

Существенное отличие от уравнения для проволочного датчика (5) заключается в размерности. В то время как стандартная процедура диаграммного метода приводит к двумерным диаграммам пульсаций, уравнение (8) представляет трехмерную поверхность: две абсциссы ( $r_{1,S_\rho}$  и  $r_{2,S_\rho}$ ), а также ордината  $\theta_{S_\rho}$ .

$$\theta_{S_\rho} = \langle e' \rangle / S_\rho, \quad R_{1,S_\rho} = S_u / S_\rho, \quad r_{2,S_\rho} = S_{T_0} / S_\rho. \quad (9)$$

Следует отметить, что трехмерные диаграммы пульсаций уже были представлены в литературе, например, в работах [31, 32]. Однако эти публикации в основном были посвящены анализу термоанемометрических данных в сжимаемых дозвуковых и трансзвуковых течениях, а не данных, полученных с помощью клиновидных пленочных датчиков в сверхзвуковых течениях.

Основная особенность уравнения (8) — появление двух относительных чувствительностей:  $r_{1,S_\rho}$  и  $r_{2,S_\rho}$ . Они рассчитываются из чувствительностей, которые являются функциями температурного напора  $\tau$ . Здесь  $\tau = (T_w - T_e) / T_0$  рассчитывается по температуре нити датчика  $T_w$  и ее температуре восстановления  $T_e$ . Экспериментальные данные будут расположены выше плоскости  $r_{1,S_\rho} - r_{2,S_\rho}$ , а  $r_2$  может рассматриваться как функция от  $r_1$ :  $r_{2,S_\rho} = f(r_{1,S_\rho})$ . Уравнение (8) содержит шесть неизвестных:  $\langle \rho' \rangle$ ,  $\langle u' \rangle$ ,  $\langle T_0' \rangle$ ,  $R_{\rho,u}$ ,  $R_{\rho,T_0}$  и  $R_{u,T_0}$ . Таким образом, необходимы данные как минимум для шести значений перегрева. Результирующая система уравнений может быть разрешима только в случае, если эти относительные чувствительности датчиков существенно изменяются в зависимости от  $\tau$  (см. [18]).

Принцип диаграммного метода базируется на представлении, что все пульсации в сжимаемых, теплопроводных и вязких потоках могут быть разделены на три отдельных и независимых формы возмущений: вихревые возмущения, энтропийные пятна и акустические возмущения, как описано в общих чертах в работе [2]. Предположение о малых и независимых возмущениях допускает линеаризованную суперпозицию в зависимости от корреляции между отдельными модами. Уравнения для отдельных мод записываются вместе с основными соотношениями между пульсациями из уравнения состояния, определениями пульсаций массового расхода и температуры торможения:

$$p' / \bar{p} = \rho' / \bar{\rho} + T' / \bar{T}, \quad (10)$$

$$(\rho u)' / (\bar{\rho} \bar{u}) = \rho' / \bar{\rho} + u' / \bar{u}, \quad (11)$$

$$\frac{T_0'}{\bar{T}_0} = a \frac{T'}{\bar{T}} + \beta \frac{u'}{\bar{u}}, \quad (12)$$

$$a = \left( 1 + \frac{(k-1)}{2} \bar{M}^2 \right)^{-1}, \quad \beta = a(k-1) \bar{M}^2, \quad (13)$$

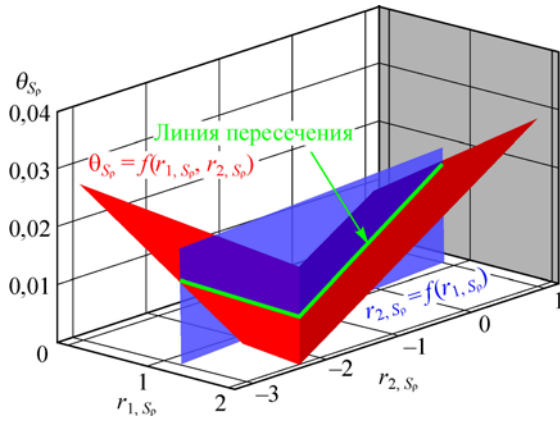


Рис. 2. Пример трехмерной диаграммы пульсаций чистой вихревой моды. Параметры  $M = 2$  и  $\langle u' \rangle = 1\%$  нормированы на  $S_p$ ;  $r_{1,S_p} - r_{2,S_p}$  — результирующая диаграмма, которой соответствует зеленая линия пересечения;  $\tau$  возрастает от  $r_{2,S_p} < 0$  к  $r_{2,S_p} > 0$ .

здесь  $p$  представляет давление в потоке для воздуха, показатель адиабаты  $k = 1,4$  в данных экспериментальных условиях.

Уравнения отдельных мод для двухкомпонентного разделения напряжения хорошо известны [2, 3, 37]. Приведем описания мод для трехкомпонентного разделения, представленных в уравнении (8).

Для вихревых мод колебания давления, плотности и температуры предполагаются пренебрежимо малыми ( $p' = \rho' = T' = 0$ ) при  $R_{u,T_0} = +1$ , тогда

$$\frac{e'}{\bar{E} \cdot S_p} = (r_{1,S_p} + \beta \cdot r_{2,S_p}) \frac{u'}{\bar{u}}, \quad (14)$$

$$\theta_{S_p} = |r_{1,S_p} + \beta \cdot r_{2,S_p}| \langle u' \rangle. \quad (15)$$

На рис. 2 приведен общий пример трехмерной диаграммы пульсаций для чистой вихревой моды.

Предполагается, что энтропийная мода не имеет возмущений давления и скорости ( $p' = u' = 0$ ) при  $R_{\rho,T_0} = -1$ :

$$\frac{e'}{\bar{E} \cdot S_p} = (-1 + a \cdot r_{2,S_p}) \frac{T'}{\bar{T}} = \left( -\frac{1}{a} + r_{2,S_p} \right) \frac{T'_0}{\bar{T}_0}, \quad (16)$$

$$\theta_{S_p} = \left| -1 + a \cdot r_{2,S_p} \right| \langle T' \rangle = \left| -\frac{1}{a} + r_{2,S_p} \right| \langle T'_0 \rangle. \quad (17)$$

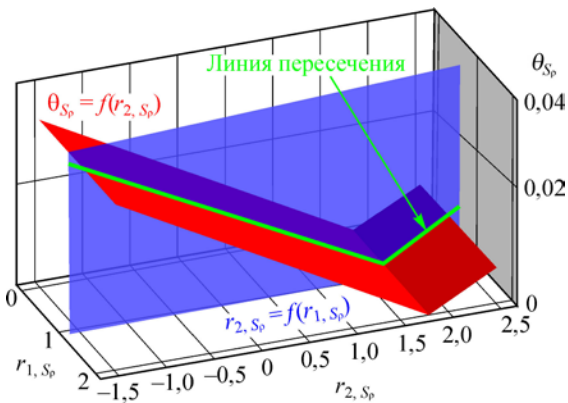
Схематично пример одиночной энтропийной моды представлен на рис. 3.

Вихревые и энтропийные моды — это неизменяющиеся структуры, дрейфующие вниз по потоку со средним течением. Акустическая мода, напротив, распространяется как волна. Для бегущей вверх по потоку звуковой волны в работе [37] приводится волновое уравнение

$$\frac{u'}{\bar{u}} = \frac{\cos(\theta)}{M} \cdot \frac{p'}{k \bar{p}}, \quad (18)$$

здесь  $\theta$  — угол между направлением среднего течения и нормалью

Рис. 3. Пример трехмерной диаграммы пульсаций чистой энтропийной моды. Параметры  $M = 2$  и  $\langle T'_0 \rangle = 1\%$  нормированы на  $S_p$ ;  $r_{1,S_p} - r_{2,S_p}$  — результирующая диаграмма, которой соответствует зеленая линия пересечения;  $\tau$  возрастает от  $r_{2,S_p} < 0$  к  $r_{2,S_p} > 0$ .



к фронту волны. В сверхзвуковых течениях  $\cos(\theta)$  для бегущей вверх по потоку волны ограничен диапазоном  $-1 \leq \cos(\theta) \leq -1/M$  (см. [39]). Таким образом,  $R_{u,p} = -1$ . Для такой звуковой волны выполняются изоэнтропические соотношения [37], где  $R_{p,\rho} = R_{p,T} = R_{\rho,T} = +1$ :

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{p'}{\bar{p}} = \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = \frac{1}{(k-1)} \cdot \frac{T'}{\bar{T}}. \quad (19)$$

В сверхзвуковых аэродинамических трубах акустическое поле обычно излучается из турбулентного пограничного слоя на стенках трубы [37]. Относительная скорость источника внутри пограничного слоя равна  $\bar{u}_s / \bar{u}$  (см. [37]) при условии

$$\frac{\bar{u}_s}{\bar{u}} = 1 + \frac{1}{M \cdot \cos(\theta)}. \quad (20)$$

Итак, акустическая мода может быть описана следующим образом:

$$\frac{e'}{\bar{E} \cdot S_\rho} = \left( 1 + \frac{\cos(\theta)}{M} \cdot r_{1,S_\rho} + a(k-1)(\cos(\theta)M+1) \cdot r_{2,S_\rho} \right) \frac{\rho'}{\bar{\rho}}, \quad (21)$$

$$\theta_{S_\rho} = \left| \langle \rho' \rangle - \langle u' \rangle \cdot r_{1,S_\rho} - \langle T_0' \rangle \cdot r_{2,S_\rho} \right|. \quad (22)$$

Для стационарных волн Маха справедливо:  $\bar{u}_s = 0$  и  $\cos(\theta) = -1/M$ . На рис. 4 показан пример трехмерной диаграммы пульсаций чистой акустической моды.

Одиночные моды представляют собой особый случай. В реальном потоке различные моды обычно накладываются в зависимости от их корреляции, см. уравнение (8). В этом случае экспериментальные данные будут расположены вдоль зеленой линии пересечения, как показано на рис. 5. Разложение этих наложенных возмущений на их отдельные моды является основной задачей диаграммного метода. В то время как вихревая и энтропийная моды доминируют в сдвиговых слоях, акустическая мода обычно намного сильнее проявляется в однородном потоке. Диаграммы пульсаций являются по сути графической характеристикой преобладающей моды возмущений, но подобное исследование обычно основывается на численном анализе системы уравнений. Результаты, полученные с помощью обоих подходов, должны быть одинаковы. Наложение всех трех мод приводит к уравнению с шестью неизвестными, а сравнение коэффициентов со стандартной, двумерной диаграммой пульсаций в соответствии с формулой (5) дает три уравнения, согласно [2]. Таким образом, требуется три дополнительных условия.

Для однородных потоков в работе [2] было предложено рассмотреть некоррелированные моды с ограничением на волны Маха. В [37] использовалось предположение чистой звуковой моды и была введена дополнительная степень свободы, что расширило анализ на движущиеся источники звука с  $\bar{u}_s / \bar{u} > 0$ . В работе [40] были объединены оба подхода с предположением доминирования звуковой моды с более слабыми, наложенными

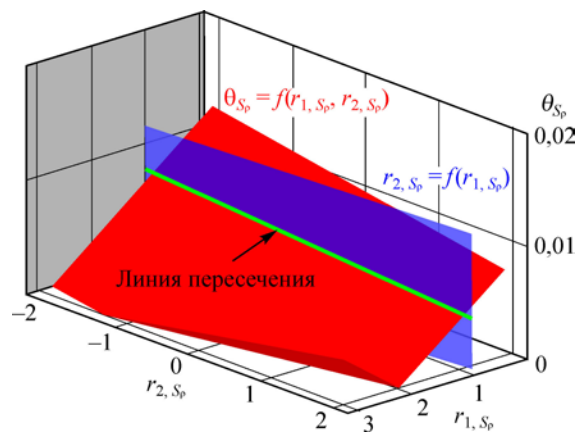


Рис. 4. Пример трехмерной диаграммы пульсаций чистой акустической моды. Параметры  $M = 2$ ,  $\langle \rho' \rangle = 1\%$  и  $\bar{u}_s / \bar{u} = 0,35$  нормированы на  $S_\rho$ ;  $r_{1,S_\rho}$  –  $r_{2,S_\rho}$  — результирующая диаграмма, которой соответствует зеленая линия пересечения;  $\tau$  возрастает от  $r_{2,S_\rho} < 0$  к  $r_{2,S_\rho} > 0$ .

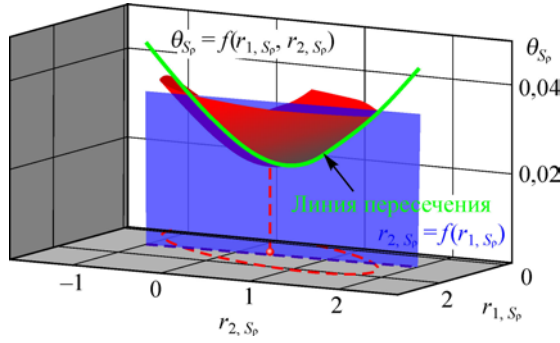


Рис. 5. Пример трехмерной диаграммы пульсаций.

Произвольно смешанные моды для  $\langle \rho' \rangle = 3\%$ ,  $\langle u' \rangle = 3,2\%$ ,  $\langle T'_0 \rangle = 2,5\%$  ( $R_{\rho, u} = -0,75$ ,  $R_{\rho, T_0} = 0,3$ ,  $R_{u, T_0} = -0,6$ ) нормированы на  $S_p$ ;  $r_{1, S_p} - r_{2, S_p}$  — результирующая диаграмма, которой соответствует зеленая линия пересечения;  $\tau$  возрастает от  $r_{2, S_p} < 0$  к  $r_{1, S_p} > 0$ .

и некоррелированными вихревой и энтропийной модами. Это позволило определить приемлемые значения для относительной скорости источников  $\bar{u}_s / \bar{u}$ .

Рассмотренные выше подходы также пригодны для трехкомпонентного разделения напряжения. Три наложенные моды приводят к уравнению

$$\theta_{S_p}^2 = \left[ \left( r_{1, S_p} + \beta \cdot r_{2, S_p} \right) \left( \frac{u'_v}{\bar{u}} \right) + \left( -1 + a \cdot r_{2, S_p} \right) \left( \frac{T'_e}{T} \right) + \left( 1 + \frac{\cos(\theta)}{M} \cdot r_{1, S_p} + a(\kappa - 1)(M \cos(\theta) + 1) \cdot r_{1, S_p} \right) \left( \frac{\rho'_a}{\bar{\rho}} \right) \right]^2, \quad (23)$$

где индекс  $v$  обозначает скорость,  $e$  — энтропию,  $a$  — звук. Полученное уравнение приводит к семи неизвестным:  $\langle u' \rangle_v$ ,  $\langle T' \rangle_e$ ,  $\langle \rho' \rangle_a$ ,  $R_{u_v, T_e}$ ,  $R_{u_v, \rho_a}$ ,  $R_{T_e, \rho_a}$  и  $\theta$ . Сравнение коэффициентов с трехмерной диаграммой пульсаций, полученной в соответствии с уравнением (8), приводит к возникновению шести условий. Если значение  $\bar{u}_s / \bar{u}$  установлено ранее, система может быть разрешена теоретически. Однако обычно берется более шести наборов данных при различных значениях перегрева, а разброс этих данных усредняется методом наименьших квадратов до той степени, которая позволяет сделать приемлемые выводы. Следовательно, число неизвестных должно быть меньше. В случае эксперимента с однородным потоком это означает сильное упрощение подгонки экспериментальных данных к уравнению чистой акустической моды (22). Компромиссный подход [40] также был адаптирован к трехмерному представлению в рамках данного исследования:

$$\theta_{S_p}^2 = \left( r_{1, S_p} + \beta \cdot r_{2, S_p} \right)^2 \langle u' \rangle_v^2 + \left( -1 + a \cdot r_{2, S_p} \right)^2 \langle T' \rangle_e^2 + \left( \langle \rho' \rangle_a - \langle u' \rangle_a \cdot r_{1, S_p} - \langle T'_0 \rangle_a \cdot r_{2, S_p} \right)^2. \quad (24)$$

Коэффициенты взаимной корреляции были выбраны равными нулю. Таким образом, остается только пять неизвестных по сравнению с шестью ограничениями, возникающими при сравнении коэффициентов (см. уравнение (8)). Кроме того, не нужно устанавливать значение  $\bar{u}_s / \bar{u}$ , а полученная нелинейная система уравнений может быть решена численно.

#### 1.4. Взаимодействие «изотропная турбулентность/ударная волна»

В общем случае изотропная турбулентность, воздействующая на ударную волну, вызывает усиление возмущений в ударной волне и непосредственно за ней. Далее вниз по потоку происходит последующее разрушение возмущений. Независимо от того, проходит ли через ударную волну только одна мода возмущений или произвольная комбинация



нескольких мод, вниз по потоку от ударной волны все три моды будут присутствовать. Очевидно, что эти три моды могут пересечь ударную волну, двигаясь со стороны вверх по потоку, и только акустическая мода может достигнуть фронта ударной волны со стороны вниз по потоку. Проходя через ударную волну, возмущения набегающего потока будут изменяться по составу и искажать ударную волну, как это описано в работе [7].

## 2. Экспериментальная часть

Эксперименты проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН [27]. Экспериментальная модель схематически изображена на рис. 6. Угол сжатия величиной  $10^\circ$  был закреплен на плоской пластине, которая устанавливалась под нулевым углом атаки в рабочей части трубы. Клиновидный датчик перемещался вдоль линии измерения в направлении потока и таким образом проходил через косой скачок уплотнения. Эксперимент проводился при числе Маха  $M = 2,5$  и единичном числе Рейнольдса  $Re_1 = 4,96 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Температура торможения потока была приблизительно постоянной и составляла  $T_0 \approx 289 \text{ К}$ . Линия измерений располагалась в плоскости симметрии модели (шириной 200 мм в направлении  $z$ ). Расстояние от поверхности модели по вертикали составляло  $y = 23 \text{ мм}$ , а координаты  $x_1, 2, 3$  имели значения:  $x_1 = 68 \text{ мм}$ ,  $x_2 = 142,2 \text{ мм}$  и  $x_3 = 123 \text{ мм}$ . Отметим, что  $x, y$  и  $z$  образуют (правую) декартову систему координат.

Используемый сканирующий термоанемометр «СТА-2» работал в режиме постоянной температуры [41]. Предварительно установленные величины сопротивлений перегрева пленки сканировались автоматически мостом термоанемометра в режиме постоянной температуры для каждого значения. В диапазоне температурного напора  $0,90 \geq \tau \geq 0,47$  были установлены 11 значений температуры пленки длительностью 200 мс для каждого  $\tau$ .

Два выходных сигнала снимались с моста термоанемометра, а именно: среднее напряжение сигнала и его пульсационная часть. Для сигнала постоянного тока была применена дискретизацией с частотой 46 кГц, а сигнал переменного тока, прошедший через фильтр высоких частот с нижней границей 1 кГц, оцифровывался с частотой дискретизации 750 кГц. Анализ пульсаций проводился на основе сигнала переменного тока. На рис. 7 показан спектр мощности в положении 1 (см. рис. 6) для максимального коэф-

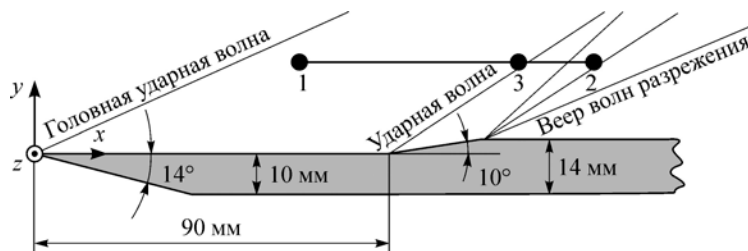
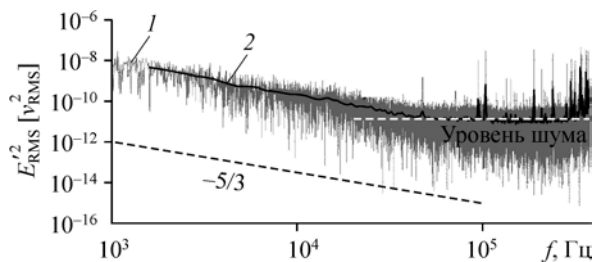


Рис. 6. Схема модели и линии измерения.

фициента перегрева  $\tau = 0,86$  и скользящее среднее, которое рассчитывалось по 100 точкам с перекрытием 50%. Настройка частотного

Рис. 7. Спектр мощности АС сигнала в свободном потоке в положении при  $\tau = 0,86$ .



диапазона СТА-2 по прямоугольному сигналу дала оценку частоты среза  $f_{\text{cut}} \approx 100$  кГц –3 Б. Однако сигнал достиг предположительно постоянного уровня шума примерно на 45 кГц, поэтому обработка сигнала производилась в полосе частот  $1 \text{ кГц} \leq f \leq 45 \text{ кГц}$ . При частоте примерно 200 кГц началось усиление шума. Уменьшение спектральной плотности мощности сигнала примерно соответствует закону  $5/3$ , который приведен для сравнения. Величина постоянной времени для системы, состоящей из ниточного и пленочного датчиков, была измерена как  $O(M_{\text{HF}}) = 10^{-3}$ , как и постоянная времени для ниточного датчика, см. [42, 26] (здесь  $M_{\text{HF}}$  — постоянная времени пленочного датчика).

### 3. Результаты и обсуждение

Результаты экспериментов и их обработка согласно изложенной выше методике рассматриваются ниже.

#### 3.1. Диаграммы пульсаций

Как отмечалось в разделе 1.3, диаграммный метод был разработан для использования с клиновидным пленочным датчиком DANTEC 55R31 и применен для исследования среднеквадратичных пульсаций в свободном потоке при прохождении через ударную волну. Диаграммы пульсаций двухкомпонентного разделения напряжения в соответствии с формулой (3) выявили, что данные возмущения свободного потока являются преимущественно акустическими, согласно [37]. Однако здесь же было показано, что аппроксимации акустической моды прямыми линиями пересекаются с отрицательной осью. Это указывало на то, что двухкомпонентное разделение напряжения не подходит для клиновидных пленочных датчиков. Для трехкомпонентного разделения напряжения результаты, в соответствии с (1), показали, что акустическая мода также является доминирующей. Предполагая чистоту акустической моды, сравнение коэффициентов на основе уравнения (22) дает величины среднеквадратичных пульсаций, которые являются положительными. Следовательно, трехкомпонентное разделение напряжения намного лучше отражает поведение датчика.

На рис. 8 показан пример чистой акустической моды в свободном потоке выше косоугольного скачка уплотнения при  $M = 2,5$  и диапазоне пропускания частот  $f = 1-45$  кГц. Одиннадцать черных сфер представляют собой измеренные точки для 11 различных коэффициентов перегрева. Вертикальная голубая поверхность обозначает связь между  $r_{1,s_p}$  и  $r_{2,s_p}$ , в то время как красная поверхность представляет собой  $\theta_{S_p}$  и соответствует измеренным данным согласно уравнению (22).

#### 3.2. Диаграммный метод разделения пульсаций

Если вместо графического представления диаграмм пульсаций используется только численный анализ, уравнение (8) может быть разрешено для шести неизвестных. Это,

однако, не дало приемлемых результатов из-за большого числа неизвестных и особенностей использования метода наименьших квадратов (см. раздел 1.3). Предположение о чистой акустической моде (см. уравнение (22)) уменьшает число неизвестных

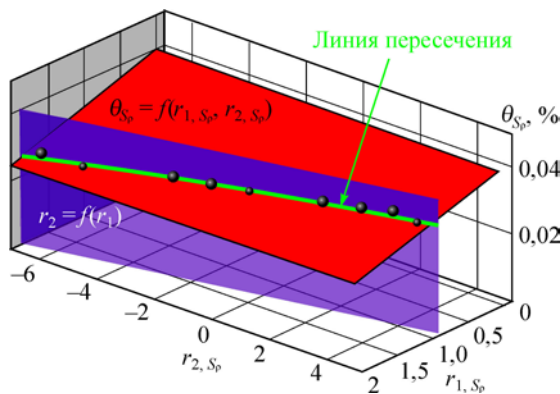
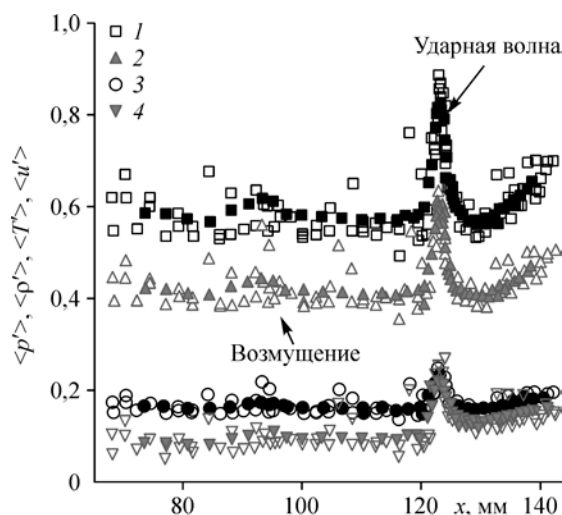


Рис. 8. Трехмерная диаграмма пульсаций для  $M = 2,5$ ,  $f = 1-45$  кГц,  $x = 68$  мм.

Среднеквадратическая погрешность составляет  $1,2 \cdot 10^{-4}$ , коэффициент детерминации — 72,8 %.

Рис. 9. Зависимости среднеквадратичных пульсаций  $\langle p' \rangle$  (1),  $\langle \rho' \rangle$  (2),  $\langle T' \rangle$  (3) и  $\langle u' \rangle$  (4), оцененных в предположении чистой акустической моды.  $f = 1-45$  кГц; закрашенные символы показывают скользящее среднее для 12-ти точек, каждая из которых имеет 75 %-ное перекрытие; оценочная полоса погрешностей составляет  $\pm 3\%$  для  $\langle p' \rangle$ ,  $\langle \rho' \rangle$ ,  $\langle T' \rangle$  и  $\pm 8,3\%$  для  $\langle u' \rangle$ .



до трех:  $\langle p' \rangle$ ,  $\langle u' \rangle$  и  $\langle T_0' \rangle$ . С использованием изэнтропических соотношений описания звуковых волн [37] могут быть найдены  $\langle p' \rangle$  и  $\langle T' \rangle$ , данные по которым изображены на рис. 9. По сравнению с рис. 8, где представлена оценка одной позиции в поле потока соответственно координате  $x$ , рис. 9 обобщает результаты вдоль линии измерения. При  $x \approx 92$  мм помимо неизвестного возмущения хорошо видны усиление пульсаций и их последующее затухание. Второе усиление вызвано веером волн разрежения (см. рис. 6). Гистерезис поперек ударной волны для нисходящего или восходящего движения датчика не обнаружен. При формировании представленных результатов изменение числа Маха поперек ударной волны не учитывалось. Ударная волна уменьшает начальное значение  $M = 2,5$  выше по потоку от ударной волны до  $M = 2,08$  ниже по потоку от нее. Следовательно, моделирование вверх по течению от ударной волны основано на чувствительности для  $M = 2,5$ , тогда как для  $M = 2,0$  чувствительности взяты ниже по потоку от ударной волны. Обе полученные линии «касаются» внутри зоны усиления ударной волны. В этой позиции оценка переключилась с числа Маха выше по потоку на число Маха ниже по потоку. Пульсации массового расхода для акустической моды могут быть вычислены из полученных результатов с помощью уравнения (11). Результирующая диаграмма схожа с диаграммой, изображенной на рис. 9 при  $0,3 \leq \langle (\rho u)' \rangle \leq 0,35$  вверх по потоку от ударной волны. В поперечном направлении ударной волны это значение увеличилось до  $\langle (\rho u)' \rangle = 0,4$  с последующим затуханием. Оценочная точность значения  $\langle (\rho u)' \rangle$  составляет примерно  $\pm 5\%$ .

Для определения  $\langle T_0' \rangle$  предлагается два альтернативных способа. Во-первых, путем сравнения коэффициентов можно найти  $\langle T_0' \rangle$  как коэффициент сглаживающей поверхности, согласно уравнению (22). Второй способ вычисления  $\langle T_0' \rangle$  для акустической моды связан с использованием уравнения (12). Хотя оба способа показывают одинаковое качественное поведение, порядок их величин значительно различается:  $10^{-12}\%$  — в случае подгонки коэффициентов и  $10^{-2}\%$  — для результата, полученного путем вычислений. Исчерпывающая причина этого несоответствия до сих пор неизвестна, но основная форма, за исключением более сильного разброса, аналогична изображенной на рис. 9. Количественный анализ  $\langle T_0' \rangle$  в целом оказался очень сложным, и оценочная точность максимального значения предполагалась  $\pm 30\%$ .

Относительная скорость источника  $\bar{u}_s / \bar{u}$  определялась в соответствии с уравнением (20). На рис. 10 показан результат, полученный вдоль координаты  $x$ , и усиление в поперечном направлении ударной волны. Наличие горизонтального участка между ударной волной и  $x \approx 92$  мм можно объяснить, вероятно, воздействием неизвестного возмущения.

Угол  $\theta$  определялся согласно уравнению (18) (см. рис. 11). Здесь вновь четко виден горизонтальный участок кривой между неизвестным возмущением и усилением ударной

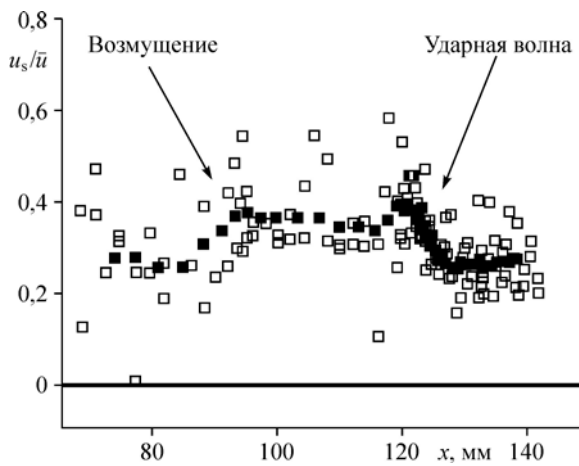


Рис. 10. Зависимость относительной скорости источника  $\bar{u}_s/\bar{u}$  от  $x$ -координаты.  $f = 1 - 45$  кГц; закрашенные символы показывают скользящее среднее для 12-ти точек, каждая из которых имеет 75 %-ное перекрытие; светлые символы —  $\bar{u}_s/\bar{u}_{\text{mean}}$ , оценка полосы погрешности  $\pm 18$  %.

волны. Полученные результаты правдоподобны, поскольку значение  $\theta$  больше, чем сумма величин соответствующего угла Маха и  $90^\circ$  ( $\theta(M) \geq \mu(M) + 90^\circ$ ), что является

обязательным условием для движущегося источника звука.

Также был протестирован подход, описанный в публикации [40] (см. уравнение (24)). Однако результаты не имели смысла для рассматриваемого в настоящей работе эксперимента. Некоррелированные вихревая и энтропийная моды имеют отрицательный знак для большинства  $x$ -координат. Кроме того, их амплитуда на один или два порядка меньше. Это можно объяснить тем, что акустическая мода является доминирующей, в то время как две другие, гораздо более слабые моды, вероятно, присутствуют, но не являются абсолютно некоррелированными. В исследовании [40] практически получены те же результаты и сделаны такие же выводы. Следовательно, допущение о чистой акустической моде является разумным и очень полезным упрощением.

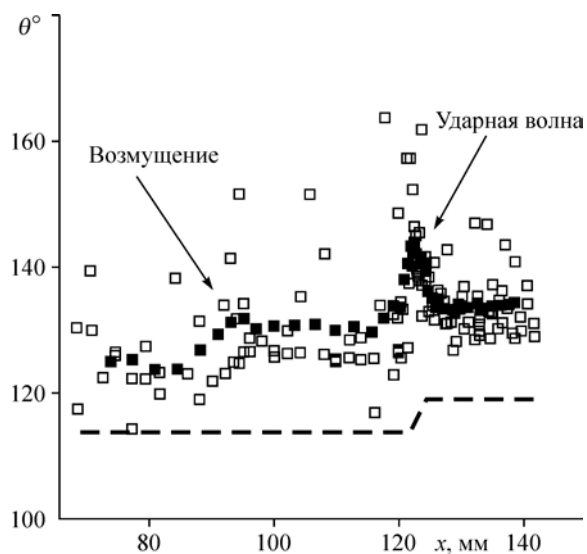
Вследствие отсутствия похожих экспериментальных данных количественное сравнение результатов вряд ли возможно, однако качественное сравнение с экспериментальными результатами [30] показывает очень похожее увеличение  $\langle u' \rangle$  в ударной волне при  $M = 3$ . В экспериментах [30] использовался термоанемометр постоянной температуры и измерения проводились вверх и вниз по потоку от ударной волны, но при этом очень близко к ней. В работе [37] было получено, что  $0,4 \leq \bar{u}_s/\bar{u} \leq 0,5$  для  $3 \leq M \leq 5$ , что хорошо согласуется с результатами настоящей работы. В исследовании [40] приводится тот же результат для описанного в этой работе подхода с доминирующей звуковой модой, наложенной на более слабые вихревую и энтропийную моды.

### Выводы

В рамках приведенного исследования диаграммный метод был адаптирован к условиям клиновидного пленочного датчика DANTEC 55R31. На основе трехкомпонентного разделения напряжения были построены трехмерные диаграммы пульсаций отдельных и потенциально наложенных мод.

Рис. 11. Изменение угла  $\theta$  вдоль  $x$ -координаты.

$f = 1 - 45$  кГц; закрашенные символы показывают скользящее среднее для 12 точек, каждая из которых имеет 75 %-ное перекрытие; светлые символы —  $\theta$ , штриховая линия —  $\mu(M) + 90^\circ$ ; оценочная полоса погрешностей  $\pm 11$  %.



Пульсации измерялись с помощью клиновидного пленочного датчика для обнаружения возмущений при  $M = 2,5$  и  $Re_1 = 4,96 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$  свободного потока через косой скачок уплотнения, вызванный 10-градусным углом сжатия. Выявленные возмущения были преимущественно акустическими, вызванными движущимися источниками звука в турбулентном пограничном слое на внутренних стенках трубы. В работе был применен модифицированный диаграммный метод и получены среднеквадратичные пульсации давления, плотности, температуры и скорости наряду с относительной скоростью источника и желательной ориентацией акустического поля. Получено, что ударная волна вызывает локальный рост всех возмущений, за которым следует их затухание. Все результаты качественно хорошо согласуются с имеющимися литературными данными.

Новая особенность при проведении настоящего исследования, которая дополнила уровень знаний о клиновидных пленочных датчиках, заключалась в расширении диаграммного метода до трехкомпонентного разделения напряжения с соответствующими трехмерными диаграммами пульсаций. Метод, разработанный в рамках данной работы, позволяет получить экспериментальные данные о возмущениях в свободном потоке при прохождении ударных волн. Этот подход может быть перенесен на другие пленочные датчики различных форм.

### Список литературы

1. Kovásznay L. The hot-wire anemometer in supersonic flow // J. Aeronautical Sci. 1950. Vol. 17, No. 9. P. 565–573.
2. Kovásznay L. Turbulence in supersonic flow // J. Aeronautical Sci. 1953. Vol. 20, No. 10. P. 657–682.
3. Morkovin M.V. Fluctuations and hot-wire anemometry in compressible flows // RTO/STO Technical Report AGARD-AG-24, AGARDograph, NATO AGARD, ISSN: 0365–2467. 1956.
4. Ribner H. Convection of a pattern of vorticity through a shock wave // NACA Technical Report 1164, NACA-TR-1164. 1954.
5. Moore F. Unsteady oblique interaction of a shock wave with a plane disturbance // NACA Technical Report 1165, NACA-TR-1165. 1954.
6. Дьяков С.П. Взаимодействие ударных волн со слабыми возмущениями // Журнал экспериментальной и технической физики. 1957. Т. 33, вып. 4(10). С. 948–974.
7. McKenzie J., Westphal K. Interaction of linear waves with oblique shock waves // Physics of Fluids. 1968. Vol. 11, No. 11. P. 2350–2362.
8. Lee S., Lele S., Moin P. Direct numerical simulation of isotropic turbulence interacting with a weak shock wave // J. Fluid Mechanics. 1993. Vol. 251. P. 533–562.
9. Friedrich R., Hannappel R. On the interaction of wave-like disturbances with shocks — two idealizations of the shock/turbulence interaction problem // Fluid- and gasdynamics, acta mechanica. Vienna: Springer, 1994. P. 69–77.
10. Fabre D., Jacquin L., Sesterhenn J. Linear interaction of a cylindrical entropy spot with a shock // Physics of Fluids. 2001. Vol. 13, No. 8. P. 2403–2422.
11. Donzis D. Amplification factors in shock-turbulence interactions: effect of shock thickness // Physics of Fluids. 2012. Vol. 24. P. 011705-1–011705-6.
12. Donzis D. Shock structure in shock-turbulence interactions // Physics of Fluids. 2012. Vol. 24. P. 126101-1–126101-18.
13. Ryu J., Livescu D. Turbulence structure behind the shock in canonical shock-vortical turbulence interaction // J. Fluid Mechanics. 2014. Vol. 756. P. 1–13.
14. Bruun H. Hot-wire anemometry: principles and signal analysis. N. Y.: Oxford University Press., 1995. 532 p.
15. Comte-Bellot G. Hot-wire anemometry // The Handbook of Fluid Dynamics / Ed. R. Johnson. Heidelberg: CRC Press and Springer, 1998. Ch. 34. P. 1–29.
16. McKeon B., Comte-Bellot G., Foss J., Westerweel J., Scarano F., Tropea C., Meyers J.F., Lee J., Cavone A., Schodl R., Koochesfahani M., Nocera D., Andreopoulos Y., Dahm W., Mullin J., Wallace J., Vukoslavcevic P., Morris S., Pardyjak E., Cuerva A. Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics // Part B: Measurement of Primary Quantities / Eds.: C. Tropea, A. Yarin, J. Foss. Springer, Berlin Heidelberg, 2007, Ch. 5.2: Thermal Anemometry. P. 229–287.
17. Ling S., Hubbard P. The hot-film anemometer: A new device for fluid mechanics research // J. Aeronautical Sci. Readers Forum. 1956. Vol. 23, No. 9. P. 890–891.
18. Seiner J. The wedge hot-film anemometer in supersonic flow // NASA Technical Paper 2134, NASA-TP-2134, 1983.
19. Bankoff S., Rosler R. Constant-temperature hot-film anemometer as a tool in liquid turbulence measurements // Review Sci. Instruments. 1962. Vol. 33, No. 11. P. 1209–1212.

20. **Bellhouse B., Schultz D.** The determination of fluctuating velocity in air with heated thin film gauges // J. Fluid Mechanics. 1967. Vol. 29, No. 2. P. 289–295.
21. **Brison J., Charnay G., Comte-Bellot G.** Calcul des transferts therminiques entre film chaud et substrat par un modele a deux dimensions: prevision de la response dynamique de sondes usuelles // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1979. Vol. 22, No. 1. P. 111–119.
22. **Freymuth P.** Sine-wave testing of non-cylindrical hot-film anemometers according to the Bellhouse–Schultz model // J. Physics E: Sci. Instruments. 1980. Vol. 13, No. 1. P. 98–102.
23. **Nelson E., Borgos J.** Dynamic response of conical and wedge type hot films: Comparison of experimental and theoretical results // TSI Quarterly. 1983. Vol. 9, No. 1. P. 3–10.
24. **Sheplak M.** Design, validation and testing of a hot-film anemometer for hypersonic flow // Ph.D. thesis. N.Y.: Syracuse University, 1995.
25. **Sheplak M., Spina E., McGinley C.** Progress in hot-film anemometry for hypersonic flow // Experimental Thermal and Fluid Sci. 1996. Vol. 13, No. 1. P. 21–28.
26. **Krause M.** Analytical, numerical and experimental investigation of a wedge-shaped hot-film probe for modal analysis in supersonic flow // Ph.D. thesis. Germany: University of Stuttgart, 2017.
27. **Krause M., Gaisbauer U., Kraemer E., Kosinov A.** Implementation of a new thermal model and static calibration of a wedge-shaped hot-film probe in a constant-temperature mode // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2018. Vol. 126. P. 1–9.
28. **Debiève J., Lacharme J.** Turbulent shear-layer/shock-wave interactions // IUTAM Symp. Palaiseau, France, September 9–12, Springer, 1985. Ch. A shock-wave/free turbulence interaction. P. 393–403.
29. **Jacquín L., Blin E., Geffroy P.** Turbulent shear flows 8 // Selected Papers from the 8th Int. Symp. on Turbulent Shear Flows, Munich, Germany, September 9–11, 1991. Berlin Heidelberg: Springer, 1993. Ch. An Experiment on free turbulence/shock wave interaction. P. 229–248.
30. **Barre S., Alem D., Bonnet J.** Experimental study of a normal shock/homogeneous turbulence interaction // AIAA J. 1996. Vol. 34, No. 5. P. 968–974.
31. **Stainback P., Nagabushana K.** Fluctuation diagrams for hot-wire anemometry in subsonic compressible flows // NASA Contractor Report 189580, NASA-CR-189580, 1991.
32. **Stainback P., Nagabushana K.** Review of hot-wire anemometry techniques and the range of their applicability for various flows // Electronic J. Fluids Engng. Transaction of the ASME, 1993. 54 p.
33. Краузе М., Гайсбауэр У., Крамер Э., Косинов А.Д. Экспериментальное и численное исследование коэффициента восстановления клиновидного пленочного термоанемометрического датчика // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 2. С. 191–207.
34. **Laufer J., McClellan R.** Measurements of heat transfer from fine wires in supersonic flows // J. Fluid Mechanics, 1956. Vol. 1, Iss. 3. P. 276–289.
35. **Horstman C., Rose W.** Hot-wire anemometry in transonic flow // NASA Technical Memorandum. 1975.
36. **Kistler A.** Fluctuation measurements in a supersonic turbulent boundary layer // Physics of Fluids. 1959. Vol. 2, No. 3. P. 290–296.
37. **Laufer J.** Aerodynamic noise in supersonic wind tunnels // J. Aerospace Sci. 1961. Vol. 28, No. 9. P. 685–692.
38. **Kosinov A.D., Yermolaev Yu.G., Nikolaev N.N., Semionov N.V., Semisynov A.I.** On the measurement of the pulsation in supersonic flow by constant temperature hot-wire anemometer // Proceedings XIII Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR), Novosibirsk, Russia, February 5–10, 2007. Part V. P. 81–86.
39. **Лебига В.А.** Термоанемометр в сжимаемом дозвуковом потоке // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1991. № 6. С. 160–167.
40. **Weiss J.** Experimental determination of the free stream disturbance field in the short duration supersonic wind tunnel of stuttgart university // Ph.D. thesis. Germany: University of Stuttgart. 2002.
41. **Lenz B.** Experimental investigation of fluctuations in supersonic boundary layers via hot-wire anemometry // Ph.D. thesis. Germany: University of Stuttgart, 2010.
42. **Kovácszay L.** Development of turbulence-measuring equipment // NACA Technical Report 1209, NACA-TR-1209. 1954.

*Статья поступила в редакцию 4 октября 2018 г.,  
после доработки — 19 февраля 2019 г.,  
принята к публикации 4 июня 2019 г.*