

**О ЯВЛЕНИИ ПРЕИМУЩЕСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ  
ПОГРУЖЕННОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА  
ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН**

УДК 532.595

**Н. В. Гаврилов, Е. В. Ерманюк, И. В. Стурова**

**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
630090 Новосибирск**

Во многих задачах, связанных с качкой тела под действием набегающих волн, представляет интерес изучение движения, устанавливающегося на больших (по сравнению с периодом волн) интервалах времени. Примером таких медленных движений является дрейф тела. Стационарные силы и моменты, вызывающие эти движения, определяются из решения нелинейной задачи о взаимодействии волн с телом. При этом обычно используется метод возмущений, в котором малым параметром является амплитуда набегающей поверхностной волны. Впервые в [1] были исследованы силы 2-го порядка и обнаружен вертикальный дрейф вверх свободно плавающего погруженного кругового цилиндра нейтральной плавучести при набегании на него поверхностных волн. Подробное изложение теории 2-го порядка, используемой в корабельной гидродинамике, приведено в [2].

Одним из интересных эффектов, наблюдаемых при изучении горизонтального дрейфа погруженных тел, является возможность движения навстречу волне. Решение соответствующей задачи и обзор литературы для кругового цилиндра имеются в [3]. Кроме того, известно, что обрушение волн над подводным препятствием также может вызвать его движение навстречу набегающим волнам [4]. Для тел, пересекающих свободную поверхность, наиболее изучены горизонтальные дрейфовые движения (см., например, [5]). Вопрос об ориентации трехмерных удлиненных тел рассмотрен в [6]. Показано, что в коротких волнах тело ориентируется перпендикулярно к направлению распространения волн. В длинных волнах возможна также устойчивая ориентация параллельно этому направлению.

Наименее изучена задача об ориентации погруженных тел относительно горизонтальной оси. Эта задача представляет большой интерес, так как для погруженных тел характерны весьма малые значения восстанавливающих сил и моментов. В [7] определен стационарный волновой момент 2-го порядка, действующий на погруженный эллипсоид вращения. Показано, что под действием набегающих регулярных волн возникает момент, стремящийся опустить вниз ту оконечность эллипсоида, которая первой встречает волны.

В данной работе теоретически и экспериментально изучено поведение погруженного эллиптического цилиндра, способного свободно вращаться под действием набегающих волн относительно горизонтальной оси. В начальном невозмущенном состоянии жидкости цилиндр находится в безразличном равновесии. Особое внимание уделено исследованию условий существования устойчивых в среднем по времени положений цилиндра, согласованных с параметрами набегающих на тело волн. Теоретически определен осредненный момент 2-го порядка для безграничного бассейна и для существующего в эксперименте отражения от волногасителя. Показано, что при отсутствии отраженной системы волн ориентация эллиптического цилиндра при заданном заглублении определяется длиной волны. При наличии отражения существенна зависимость от коэффициента отражения и фазы от-

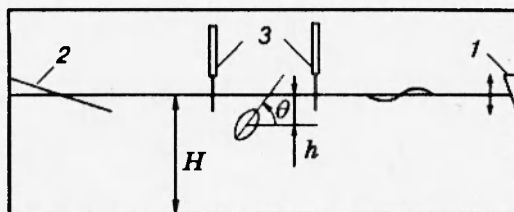


Рис. 1

раженной волны. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с расчетными. В экспериментах дополнительно обнаружены режимы, при которых поведение системы зависит от начальных условий. При малых возмущениях цилиндр колеблется относительно некоторого среднего положения, а при больших возмущениях (толчке) начинает вращаться под действием волн.

Экспериментальное изучение поведения эллиптического цилиндра под действием волн проводилось в гидродинамическом лотке длиной 4,5 м, шириной 0,2 м и высотой 0,8 м. Общая схема установки изображена на рис. 1. Лоток оборудован волнопродуктором 1 плунжерного типа, совершавшим синусоидальные колебания, и волногасителем 2 в виде плоской пластины с наклоном  $7^\circ$ . Нижний конец волногасителя был заглублен на 7 см под свободную поверхность. Глубина воды в лотке  $H = 24$  см. Эллиптический цилиндр с осями 6 и 3 см и длиной 19,8 см был установлен на расстоянии 170 см от волнопродуктора с заглублением его центра на  $h = 6$  см под невозмущенную свободную поверхность. Цилиндр мог свободно вращаться относительно геометрического центра в подшипниках типа часового подвеса. Радиальное биение в подшипниках не превышало 0,05 мм. Для уменьшения трения цилиндр имел нейтральную плавучесть. Проведена тщательная балансировка, так что цилиндр при невозмущенном состоянии жидкости находился в состоянии безразличного равновесия к углу поворота  $\theta$ .

Измерение угла ориентации эллиптического цилиндра при воздействии волн проводилось визуально путем совмещения визирной линии угломера, установленного соосно с цилиндром снаружи лотка, и визирной линии, нанесенной на большую ось эллиптического цилиндра. Амплитуда установившихся угловых колебаний не превышала  $2^\circ$ , что позволяло определить средний по времени угол ориентации цилиндра с достаточной точностью. Для того чтобы исключить влияние неточностей балансировки, после измерения угла ориентации цилиндр поворачивался на  $180^\circ$ . После выхода на установившийся режим снова измерялось значение угла ориентации. Разброс значений углов, определенных таким образом, не превышал  $\pm 4^\circ$ . Амплитуда и частота набегающих волн измерялись волномерами резистивного типа 3, установленными справа и слева от цилиндра [8]. Сигнал от волномеров обрабатывался с помощью ЭВМ в реальном масштабе времени. Основное внимание обращалось на поведение цилиндра, устанавливающееся при достаточно длительной работе волнопродуктора (от 500 до 2000 периодов колебаний).

Было проведено две серии опытов. В первой серии положение волногасителя не изменялось. Варьировались частота  $\omega$  и амплитуда  $A$  колебаний волнопродуктора. Результаты этих опытов приведены на рис. 2. По горизонтальной оси отложена круговая частота набегающих волн  $\omega$ , по вертикальной — углы ориентации большой оси эллиптического цилиндра  $\theta_0$ . Точки I–III соответствуют  $A = 1; 1,5; 2$  см. Обнаружено, что ориентация цилиндра практически не зависит от  $A$  и, следовательно, от амплитуды набегающей

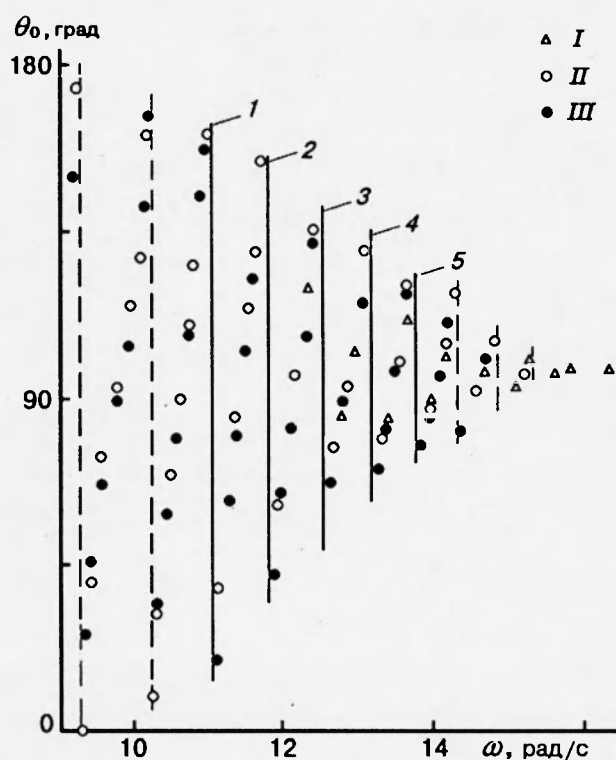


Рис. 2

поверхностной волны  $\eta$ . В зависимости от частоты набегающих волн угол ориентации цилиндра меняется. Диапазоны частот с устойчивой ориентацией разделены узкими полосами частот (линии 1–5), при которых цилиндр переходит во вращение, совершая полный оборот за 6–12 периодов набегающих волн. В коротких волнах ориентация большой оси эллиптического цилиндра близка к вертикальной. При изменении заглубления цилиндра характер поведения системы почти не меняется.

Зависимость ориентации цилиндра от частоты волны и наличие дискретных частот, при которых цилиндр начинает вращаться, объясняются существованием системы волн, отраженных от волногасителя.

Во второй серии опытов изучалось поведение эллиптического цилиндра в зависимости от фазы отраженной волны  $\beta$ . При частичном отражении волн от волногасителя траектории частиц жидкости представляют собой суперпозицию траекторий, наблюдаемых для стоячих и прогрессивных волн [9]. Коэффициент отражения  $R$  определялся отношением  $R = (\eta_1 - \eta_2) / (\eta_1 + \eta_2)$ , где  $\eta_1, \eta_2$  — амплитуды волн в районе максимума и минимума волнового пакета соответственно. Измеренные значения  $R$  в зависимости от  $\omega$  представлены на рис. 3.

Фаза отраженной волны менялась горизонтальным перемещением волногасителя. После затухания переходного процесса проводилось измерение углов ориентации цилиндра и коэффициента отражения. Последний при этом оставался постоянным в течение опыта. Было обнаружено, что в случае длинных волн при больших коэффициентах отражения ( $R > 0,2$ ) ориентация цилиндра при перемещении волногасителя меняется от вертикальной в районе минимума волнового пакета до горизонтальной в районе максимума волнового пакета, причем угол  $\theta_0$  почти линейно зависит от фазы отраженной волны  $\beta$ . Ориентация

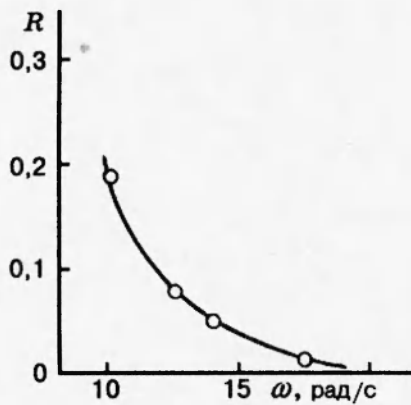


Рис. 3

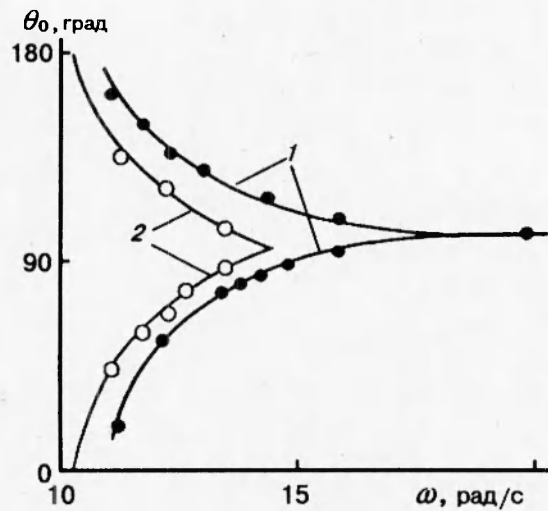


Рис. 4

цилиндра обладает пространственной периодичностью, т. е. меняется на  $180^\circ$  при изменении горизонтальной координаты волногасителя на половину длины набегающих волн.

Для коротких волн и малых коэффициентов отражения ( $R < 0,015$ ) было обнаружено, что при отсутствии обрушения волн над цилиндром угол ориентации  $\theta_0 = 100^\circ \pm 4^\circ$ . В случае генерации волн большой амплитуды происходило их обрушение, при этом  $\theta_0 = 85^\circ \pm 4^\circ$ , что согласуется с результатами по отрицательному дрейфу подводных препятствий в обрушающихся волнах [4].

При промежуточных значениях  $R$  и длин волн поведение цилиндра имело сложную зависимость от фазы волны. В районе минимума волнового пакета (т. е. при фазе отраженной волны  $\sim 180^\circ$ ) цилиндр устойчиво ориентировался в секторе углов  $\theta_0$ , близких к  $90^\circ$ .

В районе максимума волнового пакета устойчивая ориентация цилиндра отсутствует, и он начинает вращаться. Следует отметить, что вращение такого рода, совершающееся с периодом, существенно большим, чем период набегающих волн, мало изучено. В литературе описано лишь вращение малых тел, имеющих характерный линейный размер меньше локальной амплитуды колебаний жидких частиц. При этом вращение совершается с частотой набегающих волн. Частный случай вращения крылового профиля рассмотрен в [10].

В переходной области между минимумом и максимумом волнового пакета поведение цилиндра зависит от начальных условий. В случае малых возмущений цилиндр имеет устойчивую среднюю ориентацию под действием волн. В случае больших возмущений (толчка) цилиндр начинает вращаться под действием волн. При этом он перестраивает волны так, что они в дальнейшем поддерживают его вращение.

Таким образом, при заданной частоте волн в зависимости от горизонтальной координаты волногасителя реализуются устойчивые ориентации цилиндра внутри некоторого сектора углов. Для имевшей место в опытах характеристики  $R$  экспериментальная зависимость ширины этого сектора от частоты набегающих волн показана на рис. 4. При отсутствии сильных возмущений (толчка) область устойчивых значений  $\theta_0$  ограничивается линиями 1. Диапазон значений  $\theta_0$ , устойчивых к сильным возмущениям, уже, он опре-

деляется линиями 2. Точками показаны экспериментальные данные. Для значений углов, заключенных между линиями 1 и 2, характерна потеря устойчивости по «жесткому» типу. С увеличением частоты волн сектор реализуемых углов сужается. Как следует из рис. 4, угол ориентации  $\theta_0$  перестает зависеть от фазы отраженной волны при  $\omega > 18$  рад/с и  $R < 0,015$ .

Физически поведение цилиндра определяется двумя эффектами: 1) влиянием стоячей компоненты волны, 2) появлением подсосывающей силы, возникающей из-за больших скоростей обтекания на краю эллиптического цилиндра. Вторым эффектом определяет ориентацию цилиндра в коротких волнах. В районе минимума волнового пакета оба эффекта действуют в одну сторону, что приводит к появлению устойчивой вертикальной ориентации цилиндра. В районе максимума волнового пакета оба эффекта действуют в разные стороны, что ведет к вращению цилиндра.

При теоретическом решении выдвигается гипотеза, что в случае установившихся вращательных колебаний цилиндра значение среднего угла  $\theta_0$  соответствует тому, при котором осредненный за период колебания момент 2-го порядка  $\overline{M^{(2)}}$  равен нулю, и его производная  $\partial \overline{M^{(2)}} / \partial \theta|_{\theta=\theta_0}$  отрицательна (положительна) в случае, если правила знаков для момента и угла совпадают (различны). Используя линейную теорию качки на регулярном волнении, определим осредненный момент 2-го порядка, действующий на погруженный эллиптический цилиндр.

Рассмотрим плоскую задачу для полубезграницной однородной жидкости, которая предполагается невязкой и несжимаемой, а течение жидкости — потенциальным. Потенциал скоростей набегающей справа поверхностной волны  $\Phi_0(x, y, t)$  имеет вид

$$\Phi_0 = \eta \operatorname{Re} [\psi_0 \exp(i\omega t)], \quad (1)$$

где  $\psi_0(x, y) = ig \exp[k(y + ix)]/\omega$ ;  $k = \omega^2/g$  — волновое число;  $g$  — ускорение силы тяжести. Неподвижная система координат введена так, что ось  $x$  совпадает с невозмущенной свободной поверхностью, а ось  $y$  направлена вертикально вверх.

Под действием этой волны погруженный эллиптический контур с неподвижно закрепленным центром приходит в движение, и предполагается, что с течением времени он выходит на режим вращательных колебаний относительно некоторого среднего положения с углом наклона  $\theta$  большой оси к горизонтали. Уравнение поверхности эллипса в его среднем положении обозначим  $S_0(x, y) = 0$ , где

$$S_0 = (x \cos \theta + y_1 \sin \theta)^2/a^2 + (x \sin \theta - y_1 \cos \theta)^2/b^2 - 1;$$

$a$  и  $b$  — соответственно большая и малая полуоси эллипса;  $y_1 = y + h$ ;  $h$  — глубина погружения его центра.

Потенциал скоростей  $\Phi(x, y, t)$  возникающего движения жидкости удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями на свободной поверхности  $y = Y(x, t)$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial t} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 + gY = 0 \quad (4)$$

и поверхности тела  $S(x, y, t) = 0$

$$\nabla\Phi\nabla S + \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Функция  $S$ , описывающая мгновенное положение тела, имеет вид

$$S = (xc_1 + y_1s_1)^2/a^2 + (xs_1 - y_1c_1)^2/b^2 - 1.$$

Здесь  $c_1 = \cos(\theta + \vartheta(t))$ ;  $s_1 = \sin(\theta + \vartheta(t))$ ; функция  $\vartheta(t)$  определяет малые угловые отклонения большой оси эллипса от ее среднего положения. Предполагается, что амплитуда набегающей поверхностной волны мала, и, согласно методу возмущений, все зависимые переменные можно выразить в виде ряда по некоторому малому параметру  $\varepsilon$ . Так, для функции  $\Phi(x, y, t)$  разложение запишем в виде

$$\Phi(x, y, t) = \varepsilon\Phi^{(1)}(x, y, t) + \varepsilon^2\Phi^{(2)}(x, y, t) + \dots \quad (6)$$

Предположим также, что граничные условия на двух нестационарных границах могут быть с помощью рядов Фурье перенесены на невозмущенные положения этих границ. Подставляя разложение (6) в исходное уравнение (2), граничные условия (3)–(5) и используя принятое в линейной теории качки представление для потенциала

$$\Phi^{(1)}(x, y, t) = \text{Re} \{ [\eta(\psi_0 + \psi_D) + \zeta\psi_R] \exp(i\omega t) \},$$

получим для членов 1-го порядка следующую задачу:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_D = 0, \quad \Delta\psi_R = 0, \quad \omega^2\psi_D = g\partial\psi_D/\partial y, \quad \omega^2\psi_R = g\partial\psi_R/\partial y \quad (y = 0), \\ \partial\psi_D/\partial n = -\partial\psi_0/\partial n, \quad \partial\psi_R/\partial n = -i\omega\mathbf{r} \times \mathbf{n} \quad (x, y \in S_0). \end{aligned}$$

Здесь  $\psi_D$  — дифракционный потенциал, описывающий волновое движение жидкости, возникающее в результате рассеяния набегающей волны с потенциалом  $\psi_0$  на неподвижном эллиптическом контуре с углом ориентации  $\theta$ ;  $\psi_R$  — радиационный потенциал, обусловленный вращательными колебаниями тела по закону  $\dot{\vartheta}^{(1)}(t) = \text{Re}[\zeta \exp(i\omega t)]$ ;  $\zeta$  — комплексная амплитуда;  $\mathbf{r} = (x, y_1)$  — радиус-вектор точки поверхности эллипса относительно его неподвижного центра;  $\mathbf{n}$  — внутренняя нормаль к телу. В дальнем поле следует потребовать выполнения условия излучения, а также затухания волнового процесса при  $y \rightarrow -\infty$ .

В рассматриваемой задаче движение тела обусловлено только действующим на него со стороны жидкости моментом гидродинамических сил  $M(t) = \int_{S=0} p\mathbf{r} \times \mathbf{n} ds$ . Давление  $p(x, y, t)$  определяется без учета гидростатических сил

$$p = -\rho \left( \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla\Phi|^2 \right) \quad (7)$$

( $\rho$  — плотность жидкости). Положительное значение момента вызывает вращение тела против часовой стрелки. Функции  $p$  и  $M$  можно также разложить в ряд по  $\varepsilon$  аналогично (6):

$$p = \varepsilon p^{(1)} + \varepsilon^2 p^{(2)} + \dots, \quad M = \varepsilon M^{(1)} + \varepsilon^2 M^{(2)} + \dots$$

Используя (7), получим

$$p^{(1)} = -\rho \frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial t}, \quad p^{(2)} = -\rho \left( \frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla\Phi^{(1)}|^2 \right).$$

Переходя при вычислении момента от интегрирования по мгновенному положению тела  $S = 0$  к интегрированию по контуру  $S_0 = 0$  (подробнее см., например, в [1]), имеем

$$M^{(1)} = -\rho \int_{S_0=0} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds,$$

$$M^{(2)} = -\rho \int_{S_0=0} \left[ \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 - \vartheta^{(1)} \left( x \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial y \partial t} - y_1 \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial x \partial t} \right) \right] \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds.$$

Известно [2], что благодаря синусоидальным колебаниям по времени функции  $\Phi^{(1)}$  среднее за период колебания значение момента 2-го порядка  $\overline{M^{(2)}}$  не зависит от потенциала 2-го порядка и определяется только решениями 1-го порядка.

Линейная теория качки погруженного цилиндра достаточно хорошо изучена, и существует ряд численных методов решения этой задачи (см., например, [11, 12] и библиографию к ним). Момент гидродинамических сил в линейном приближении  $\dot{M}^{(1)}(t) = \text{Re}[(F_D + F_R) \exp(i\omega t)]$ , где дифракционный (возмущающий) момент

$$F_D = -i\omega\rho\eta \int_{S_0=0} (\psi_0 + \psi_D) \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds,$$

а радиационный момент

$$F_R = -i\omega\rho\zeta \int_{S_0=0} \psi_R \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds = \zeta (\omega^2 \mu - i\omega\lambda).$$

Вещественные  $\mu$  и  $\lambda$  известны как коэффициенты присоединенной массы и демпфирования соответственно.

Используя уравнение движения твердого тела, закрепленного в точке,  $I d\vartheta^{(1)}/dt = M^{(1)}$  ( $I$  — момент инерции эллипса относительно оси вращения), получим  $\zeta = F_D/[i\omega\lambda - \omega^2(I + \mu)]$ . В результате окончательное выражение для  $\overline{M^{(2)}}$  примет вид

$$\overline{M^{(2)}} = -\frac{\rho}{2} \int_{S_0=0} \left\{ \frac{1}{2} \left| \eta \frac{\partial \psi_D}{\partial s} + \zeta \frac{\partial \psi_R}{\partial s} \right|^2 + \omega \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \text{Re} \left[ i\zeta^* \left( \eta \frac{\partial \psi_D}{\partial s} + \zeta \frac{\partial \psi_R}{\partial s} \right) \right] \right\} \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds$$

(звездочка означает комплексное сопряжение).

Решение радиационной и дифракционной задач 1-го порядка было выполнено численно методом гибридных конечных элементов для  $a/b = 2$  и  $h/b = 4$  при различных углах атаки и длинах набегающих волн. Подробное изложение этого метода приведено в [11, 12], число конечных элементов в расчетах равно 18. Представляет интерес зависимость характеристик 1-го порядка  $\mu, \lambda, F_D$  от угла наклона эллипса. Наибольшие изменения испытывает коэффициент демпфирования. На рис. 5 представлены значения  $\Lambda = \lambda\omega/\rho g b^3$  для углов  $\theta = 0; 30; 60; 90^\circ$  (кривые 1-4). Приведены значения только для углов  $\theta \leq \pi/2$ , так как нетрудно показать, что  $\lambda(k, \theta) = \lambda(k, \pi - \theta)$ . Это же соотношение справедливо и для коэффициента присоединенной массы  $\mu$ , который, однако, очень слабо зависит от  $\theta$ , и в указанном диапазоне изменения параметров его относительное отклонение от случая  $\theta = 0$  не превышает 3%. Значение дифракционного момента, как известно, связано соотношением Хаскинда — Ньюмана с коэффициентом демпфирования (подробнее см., например, в [12]).

Изолинии функции  $M_2 = \overline{M^{(2)}}/\rho\eta^2 g b$  представлены на рис. 6. Ввиду некоторой неоднородности эллиптического цилиндра в эксперименте момент инерции эллипса в расчетах

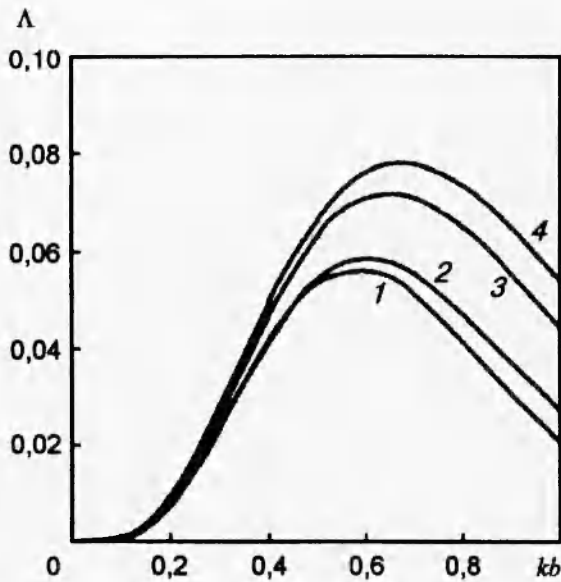


Рис. 5

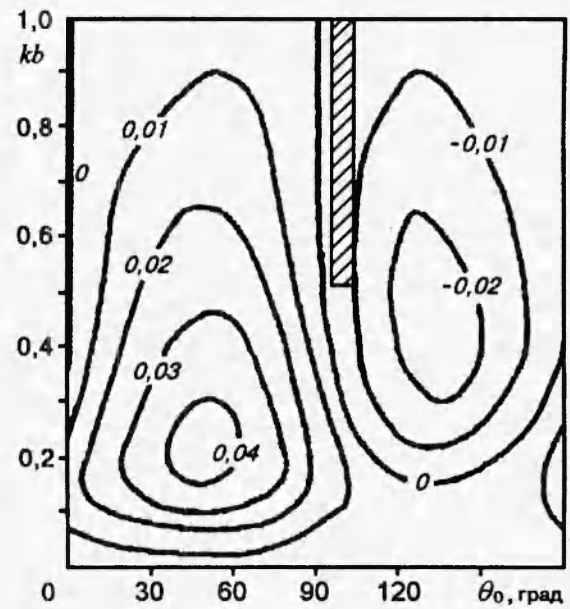


Рис. 6

задавался в виде  $I = 1,16I_0$ , где  $I_0 = \pi \rho_b ab(a^2 + b^2)/4$ . Средняя плотность  $\rho_b$  материала, из которого был изготовлен цилиндр, практически (с точностью до 1%) совпадала с плотностью воды  $\rho$ . Видно, что для длинных волн осредненный момент 2-го порядка положителен, и эллиптический цилиндр при набегании волн с волновыми числами  $kb \leq 0,15$  будет вращаться против часовой стрелки. При набегании коротких волн ( $kb > 0,6$ ) в установившемся режиме цилиндр совершает колебания относительно своего вертикального положения ( $\theta_0 = 90^\circ$ ). В промежуточном диапазоне длин волн цилиндр принимает в среднем наклонное положение с углом ориентации  $90^\circ \leq \theta_0 \leq 130^\circ$  в зависимости от длины волн. На рис. 6 заштрихованной полосой показаны экспериментальные данные, согласно которым при  $kb > 0,5$  цилиндр ориентируется под углом  $\theta_0 = 100^\circ \pm 4^\circ$ .

В теоретическом решении можно учесть также совместное действие основной волны с потенциалом (1) и отраженной с потенциалом скоростей  $\tilde{\Phi}_0 = \eta \text{Re}[\tilde{\psi}_0 \exp(i\omega t)]$ ,  $\tilde{\psi}_0(x, y) = i g \alpha \exp[k(y - ix)]/\omega$ , где комплексная величина  $\alpha = R \exp(i\beta)$  определяет коэффициент отражения  $R$  и фазу  $\beta$  этой волны. Исходя из вида отраженной волны, нетрудно показать, что дифракционный потенциал отраженной волны  $\tilde{\psi}_D$  связан простым соотношением с аналогичной величиной для основной волны:  $\tilde{\psi}_D = -\psi_D^*$ . Момент 1-го порядка в этом случае

$$M^{(1)}(t) = -\rho \omega \text{Re}\{i \exp(i\omega t) \int_{S_0=0} [\eta(\psi_0 + \psi_D + \alpha(\psi_0^* + \psi_D^*)) + \zeta \psi_R] \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds\},$$

амплитуда вынужденных колебаний тела при наличии отраженной волны

$$\zeta = (F_D + \alpha F_D^*)/[i\omega\lambda - \omega^2(I + \mu)],$$

а осредненный момент 2-го порядка

$$\overline{M^{(2)}} = -\frac{\rho}{2} \int_{S_0=0} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \eta^2 (1 + R^2) \left| \frac{\partial \psi_D}{\partial s} \right|^2 + \left| \zeta \frac{\partial \psi_R}{\partial s} \right|^2 \right] + \text{Re} \left[ \eta \left( \zeta \frac{\partial \psi_R}{\partial s} \left( \frac{\partial \psi_D^*}{\partial s} - \right. \right. \right. \right.$$



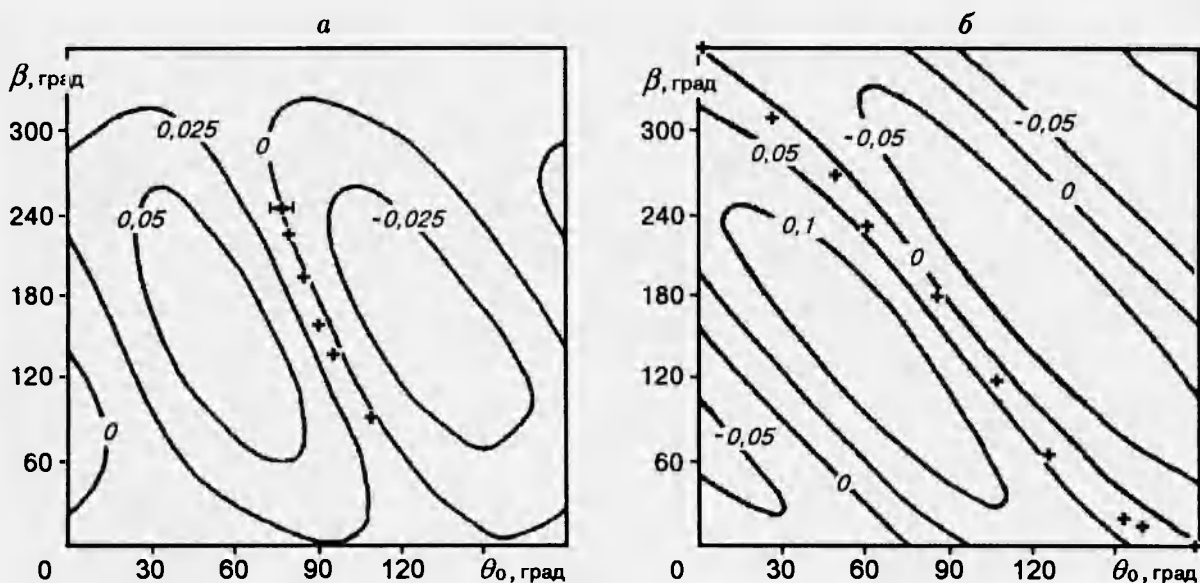


Рис. 7

$$-\alpha^* \frac{\partial \psi_D}{\partial s} - \alpha^* \eta \left( \frac{\partial \psi_D}{\partial s} \right)^2 + i\omega \zeta^* \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \left( \eta \left( \frac{\partial \psi_D}{\partial s} - \alpha \frac{\partial \psi_L^*}{\partial s} \right) + \zeta \frac{\partial \psi_R}{\partial s} \right) \Big] \mathbf{r} \times \mathbf{n} ds.$$

Из экспериментальных данных были выбраны следующие значения волновых чисел и коэффициентов отражения: 1)  $kb = 0,47$ ,  $R = 0,014$ , 2)  $kb = 0,24$ ,  $R = 0,08$ , 3)  $kb = 0,16$ ,  $R = 0,19$ . Выполнены расчеты зависимости  $M_2$  от угла наклона эллипса и фазы отраженной волны. В 1-м случае из-за малого вклада отраженной волны влияние фазы  $\beta$  практически отсутствует. Результаты для 2-го и 3-го случая приведены на рис. 7, а и б соответственно (крестиками нанесены экспериментальные данные и показан их разброс). Интересной особенностью 3-го случая является то, что при любой фазе отраженной волны  $\beta$  цилиндр совершает вращательные колебания относительно среднего угла  $\theta_0$ , который практически линейно зависит от  $\beta$ .

Представленное сопоставление показывает, что предложенная гипотеза подтверждается экспериментальными данными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ogilvie T. F. First and second-order forces on a cylinder submerged under a free-surface // J. Fluid Mech. 1963. V. 16, N 3. P. 451–472.
2. Faltinsen O. M. Sea Loads on Ships and Offshore Structures. Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1993.
3. Yuming Liu, Dommermuth D. G., Yue D. K. P. A high-order spectral method for nonlinear wave-body interactions // J. Fluid Mech. 1992. V. 245. P. 115–136.
4. Longuet-Higgins M. S. The mean forces exerted by waves on floating or submerged bodies with application to sand bars and wave power machines // Proc. R. Soc. Lond. 1977. A. 352. P. 463–480.
5. Huijsmans R. H. M. Slowly varying wave drift forces in current // Nonlinear water waves: IUTAM Sympos., Tokyo, 1987. Berlin a. o.: Springer, 1988. P. 283–291.

6. **Newman J. N.** The drift force and moment on ships in waves // *J. Ship Research*. 1967. V. 11, N 1. P. 51–60.
7. **Lee C. H., Newman J. N.** First- and second-order wave effects on a submerged spheroid // *J. Ship Research*. 1991. V. 35, N 3. P. 183–190.
8. **Букреев В. И., Гаврилов Н. В., Знобищев К. Р.** Экспериментальное исследование волн в двухслойной жидкости со сдвигом скорости между слоями // *Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние*. 1984. Вып. 64. С. 3–10.
9. **Ньюмен Дж.** Морская гидродинамика. Л.: Судостроение, 1985.
10. **Hermans A. J., Van Sabben E., Pinkster J. A.** A device to extract energy from water waves // *Applied Ocean Research*. 1990. V. 12, N 4. P. 175–179.
11. **Eatock Taylor R., Zietsman J.** A comparison of localized finite element formulations for two-dimensional wave diffraction and radiation problems // *Int. J. Num. Meth. Engng.* 1981. V. 17, N 9. P. 1355–1384.
12. **Стурова И. В.** Плоская задача о гидродинамической качке погруженного тела без хода в двухслойной жидкости // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1994. № 3. С. 144–155.

*Поступила в редакцию 7/IV 1995 г.*

---