

5. Богоявленский Д. Г. Гидродинамика и теплообмен в высокотемпературных ядерных реакторах с шаровыми телами. — М.: Атомиздат, 1979.
6. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzle // AIAA J. — 1964. — V. 2, N 11.
7. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Г., Зотов Г. П. Механика насыщенных пористых сред. — М.: Недра, 1970.
8. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. — М.: Наука, 1981.
9. Баренблатт Г. И. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористых средах // ПММ. — 1952. — Т. 16, № 1.
10. Калашников А. С., Олейник О. А. Об уравнениях нестационарной фильтрации // Проблемы теории фильтрации и механика процессов повышения нефтеотдачи. — М.: Наука, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 9/III 1989 г.,
в окончательном варианте — 20/VI 1989 г.

УДК 532.546

Ю. А. Буевич, В. А. Устинов

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС К ЧАСТИЦАМ ПРИ БЕЗОТРЫВНОМ СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ И ВНУТРЕННИЙ ОБМЕН В ЗЕРНИСТОМ СЛОЕ

Конвективный перенос тепла или массы в условиях струйного обтекания представляет интерес в связи с проблемами охлаждения твердых поверхностей, организацией ряда массообменных процессов в аппаратах химической технологии и т. п. Кроме того, модель безотрывного обтекания частиц осесимметричными струями с успехом привлекается в последнее время для объяснения закономерностей переноса тепла и массы к частицам неподвижных зернистых слоев, важного для широкого круга приложений [1, 2].

Перенос к частицам, обтекаемым струями, неоднократно исследовали экспериментально и теоретически [3—8]. Количество исследований межфазного обмена в зернистых слоях исключительно велико (см., например, библиографию в [2]). Тем не менее до сих пор нет полной ясности о характере зависимости соответствующего параметра Шервуда Sh (или Нуссельта) от числа Рейнольдса Re . Корреляция экспериментальных данных приводит обычно к степенным критериальным зависимостям с существенно разными показателями степени, причем расхождение между соответствующими эмпирическими формулами достигает порядка и выше.

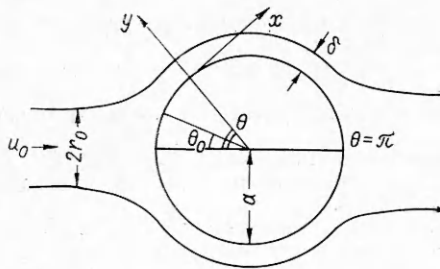
В этой работе проблема рассмотрена при больших числах Шмидта Sc (или Прандтля) для сферических частиц, безотрывно обтекаемых ламинарной осесимметричной струей. Показано, что зависимость $Sh(Re)$ в широком интервале изменения Re не может быть аппроксимирована простой степенной функцией.

1. Рассматриваем обтекание сферы радиуса a цилиндрической струей несжимаемой жидкости радиуса r_0 , имеющей скорость u_0 ; схема течения и вводимые координаты представлены на рис. 1. Течение у поверхности сферы состоит из трех зон: области пленочного течения при $\theta_0 < \theta < \theta_*$ и областей вблизи застойных точек $\theta = 0$ и $\theta = \pi$.

Характеристики ламинарного пограничного слоя, формирующегося в лобовой области, в принципе могут быть найдены при помощи метода Фресслинга [9], если в качестве соответствующего внешнего асимптотического разложения использовать решение задачи об обтекании сферы струей идеальной жидкости. В любом случае в непосредственной окрестности передней критической точки допустимо использовать формулу

$$(1.1) \quad u_s = \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{3 Re}{2} \right)^{1/2} u_0 \theta \frac{y}{a} \approx \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{3 Re}{2} \right)^{1/2} u_0 \sin \theta \frac{y}{a}, \quad Re = \frac{2au_0}{\nu},$$

для скорости вблизи твердой поверхности, где ν — кинематическая вязкость; α — числовой коэффициент, равный 0,9277 при обтекании сферы неограниченным однородным потоком. В первом приближении это же значение α можно использовать и для струйного обтекания, что подтверждается установленной на опыте независимостью потока тепла или массы к лобовой точке от диаметра набегающей струи [8].



Р и с. 1

Анализ пленочного течения на сферической поверхности проведен в [2]. Поскольку он содержит серьезные неточности, рассмотрим это течение подробно. Уравнения Больцце для течения в тонком сферическом слое имеют вид [9]

$$\partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y = 0, \quad u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

$$\rho \approx a \sin \theta, \quad x = a\theta, \quad y = r - a.$$

Интегрируя их по dy от нуля до δ ($\delta(x)$ — толщина жидкой пленки), с учетом граничных условий $u = v = 0, y = 0; \partial u/\partial y = 0, y = \delta$, получаем соотношения

$$(1.2) \quad \int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy = -\rho U \frac{d\delta(x)}{dx},$$

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) dy + \rho U^2 \frac{d\delta(x)}{dx} = -\nu \rho \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0},$$

где U — тангенциальная компонента скорости на свободной поверхности пленки (было учтено, что на этой поверхности $v = U d\delta(x)/dx$).

Используя, как и в [2], метод Кармана — Польгаузена, примем

$$(1.3) \quad u = U((3/2)\eta - (1/2)\eta^3), \quad \eta = y/\delta.$$

Из (1.2) и (1.3) следуют уравнения

$$(1.4) \quad \frac{d}{d\theta} (U\delta \sin \theta) = 0, \quad \frac{17}{35} \frac{d}{d\theta} (U^2 \delta \sin \theta) = -\nu a \sin \theta \frac{3}{2} \frac{U}{\delta}.$$

Вводя объемный расход жидкости в среде $G = \pi r_0^2 u_0 = 2\pi a \sin \theta \int_0^{\delta} u dy$, из (1.4) находим

$$(1.5) \quad \delta = \frac{4}{5\pi} \frac{G}{a} \frac{1}{U \sin \theta}, \quad \frac{1}{U^2} \frac{dU}{d\theta} = -\frac{2625}{544} \frac{\pi^2 a^3 \nu}{G^2} \sin^2 \theta.$$

Решение (1.5) можно представить в форме

$$(1.6) \quad U = U_0 \left[1 + \frac{2625}{544} \frac{\pi^2 a^3 \nu}{2G^2} \left(\theta - \theta_0 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right]^{-1},$$

где U_0 — значение U при $\theta = \theta_0 = \arcsin(r_0/a)$. Вводя Re в соответствии с (1.1) и используя (1.3), (1.5) и (1.6), получаем для скорости u_s у поверхности

$$(1.7) \quad u_s = \frac{3}{2} U \frac{y}{\delta} = \frac{15\pi}{8} \frac{a^2 U^2}{G} \sin \theta \frac{y}{a} =$$

$$= \frac{15}{8} \left(\frac{a}{r_0} \right)^2 \left[K + \frac{2625}{544} \text{Re} \left(\frac{a}{r_0} \right)^4 \left(\theta - \theta_0 + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta) \right) \right]^{-2} u_0 \sin \theta \frac{y}{a}$$

($K = u_0/U_0$ можно найти из условия согласования выражений (1.1) и (1.7) при $\theta = \theta_0$). Отсюда

$$(1.8) \quad K = \left(\frac{5}{4\alpha} \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^{1/2} \frac{a}{r_0} \text{Re}^{-1/4}.$$

Таким образом, принятое в [2], а также в ряде других работ предположение $U_0 = u_0$ нельзя считать оправданным. Скорость на свободной поверхности пленки увеличивается с ростом скорости струи пропорционально $u_0^{5/4}$ и сильно зависит от радиуса струи (последнее легко понять,

учитывая пропорциональность расхода в струе площади ее поперечного сечения).

Заметим, что использованная выше простейшая процедура сопряжения потоков в лобовой области и области пленочного течения приводит к появлению излома на зависимости u_s от θ . Эту процедуру, в принципе, нетрудно улучшить (и, в частности, устранить указанный излом), если ввести в (1.1) следующие члены ряда Фреслинга, определяя коэффициенты при них из условий непрерывности производных от u_s по θ .

Вводя функцию тока ψ для течения вблизи твердой поверхности, получаем из (1.1) и (1.7)

$$(1.9) \quad \psi = u_0 y^2 g(\theta), \quad u_s = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial y} \approx \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial y},$$

где введены функция $g(\theta)$ и характерное значение числа Рейнольдса

$$(1.10) \quad g(\theta) = \begin{cases} 0,852 \sqrt{\text{Re}} \sin^2 \theta, & 0 < \theta < \theta_0, \\ 0,852 \sqrt{\text{Re}} \left[1 + \left(\frac{\text{Re}_*}{\text{Re}} \right)^{3/4} \left(\theta - \theta_0 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right]^{-2} \sin^2 \theta, & \theta_0 < \theta < \pi, \end{cases}$$

$$\text{Re}_* = \left[\frac{2625}{544} \left(\frac{4\alpha}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} \right)^{1/2} \right]^{4/3} \left(\frac{a}{r_0} \right)^4 \approx 9,64 \left(\frac{a}{r_0} \right)^4$$

(числовое значение Re соответствует $\alpha = 0,9277$).

Течение в кормовой области тоже можно описать, рассматривая малую окрестность соответствующей застойной точки. Однако при исследовании конвективного переноса в этом практически нет необходимости, так как тепломассообмен в кормовой области вносит весьма незначительный вклад в полные потоки тепла или массы к сфере. Кроме того, нет гарантии в том, что вблизи кормовой застойной точки в действительности не образуется хотя бы малая вихревая зона, поскольку допущение о безотрывности обтекания следует рассматривать как приближенное. Поэтому допустимо распространить область пленочного течения вплоть до $\theta = \pi$, что и сделано выше.

2. Для определенности рассматриваем конвективную диффузию к идеально поглощающей частице. При $\text{Sc} = \nu/D \gg 1$ (D — коэффициент диффузии поглощаемой примеси) справедливо приближение тонкого диффузионного слоя, течение в котором полностью описывается соотношениями (1.9) и (1.10). Вводя обычным образом переменные Мизеса и решая получающуюся автомодельную задачу конвективной диффузии при помощи стандартных приемов [10], запишем

$$(2.1) \quad c = \frac{c_0}{1,17} \int_0^z \exp\left(-\frac{4}{9} t^3\right) dt, \quad z = \left(\frac{0,852}{4}\right)^{1/4} \text{Sc}^{1/3} \text{Re}^{1/2} f(\theta) \times$$

$$\times \left(\int_0^\theta f(t) \sin t dt \right)^{-1/3} \frac{y}{a},$$

где введена функция

$$(2.2) \quad f(\theta) = \begin{cases} \sin \theta, & 0 < \theta \leq \theta_0 = \arcsin(r_0/a), \\ \sin \theta \left[1 + \left(\frac{\text{Re}_*}{\text{Re}} \right)^{3/4} \left(\theta - \theta_0 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \right]^{-1}, & \theta_0 < \theta \leq \pi. \end{cases}$$

Вычисляемая из (2.1) плотность потока массы

$$(2.3) \quad q = 0,510 \text{Sc}^{1/3} \text{Re}^{1/2} f(\theta) \left(\int_0^\theta f(t) \sin t dt \right)^{-1/3} \frac{Dc_0}{a}.$$

Ее значение в передней критической точке

$$(2.4) \quad q_0 = q|_{\theta=0} \approx 0,736 Sc^{1/3} Re^{1/2} Dc_0/a$$

совпадает с вычисленным в [11], но несколько выше определенного в [12]. Интегрируя (2.3) по поверхности сферы, получаем полный поток массы Q к частице, который можно описать при помощи критериальной зависимости

$$(2.5) \quad Sh = \frac{2a \langle q \rangle}{Dc_0} = \frac{2a}{Dc_0} \frac{\bar{Q}}{4\pi a^2} = 0,510 Sc^{1/3} Re^{1/2} \int_0^\pi f(\theta) \left(\int_0^\theta f(t) \sin t dt \right)^{-1/3} \times \sin \theta d\theta.$$

Интегралы в (2.3) и (2.5) можно выразить через известные функции. Однако проще, по-видимому, использовать при их нахождении численные методы ввиду чрезвычайной громоздкости таких выражений.

На рис. 2 представлены зависимости плотности потока $q(\theta)$, отнесенной к ее значению q_0 в лобовой точке, для различных $\sigma = (r_0/a)^2$ (цифры у кривых) при $Re = 10^3$. Штриховой линией изображена аналогичная зависимость для области безотрывного течения при обтекании сферы неограниченным однородным потоком, полученная в [11]. В целом при переходе к струйному течению распределение потока массы по поверхности сферы становится более равномерным. Для достаточно тонких струй имеет место понижение относительной плотности потока на фронтальной части поверхности сферы по сравнению со сферой в неограниченном течении, что связано с соответственным уменьшением скорости на свободной поверхности жидкой пленки. Утончение струи приводит к быстрому росту критического числа Re_* в (1.10) и (2.2).

Распределение относительной плотности потока массы $q/\langle q \rangle$ при $\sigma = 0,2$ и разных Re (цифры у кривых) показано на рис. 3. Увеличение Re ведет к существенному выравниванию плотности потока по поверхности частицы.

На рис. 4 даны зависимости от Re коэффициента $C(Re)$ в следующей из (2.5) формуле

$$(2.6) \quad Sh = C(Re) Sc^{1/3} Re^{1/3}$$

при разных σ (цифры у кривых). Пропорциональность между Sh и $Re^{1/2}$ достигается лишь при больших Re , когда $C(Re) \approx \text{const}$. Такая зависимость, найденная ранее в [6], следует из (2.5) асимптотически при $Re \gg Re_*$. Поскольку $Re_* \sim$

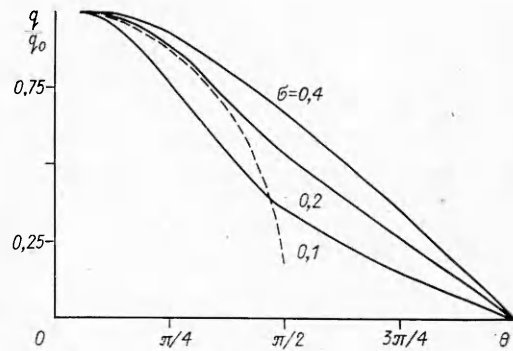


Рис. 2

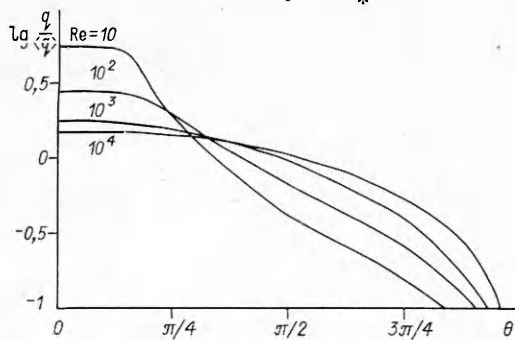


Рис. 3

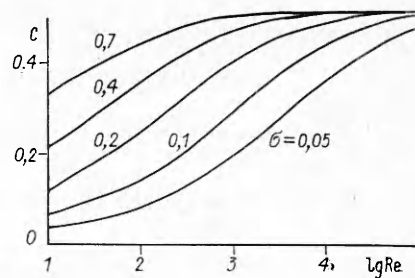
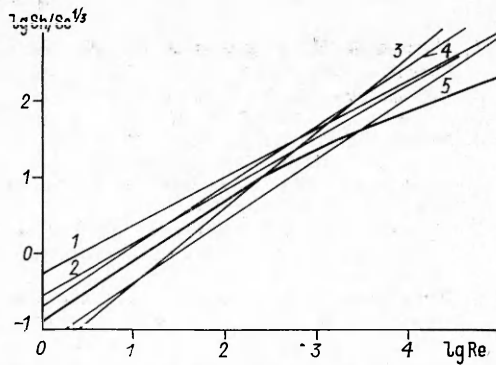


Рис. 4

$\sim (a/r_0)^4$ (см. (1.10)), то ясно, что область Re , в которой указанная пропорциональность нарушается, должна быстро расширяться с утончением струи, что видно на рис. 4. При $Re \ll Re_*$ из (2.5) можно получить $Sh \sim Re$, что приближенно справедливо в тем более широком интервале изменения Re , чем тоньше струя. Однако независимо от толщины струи локальное число Шервуда, определяемое для передней критической точки, оказывается пропорциональным $Re^{1/2}$.



Р и с. 5

При течении в зернистом слое каждая частица обтекается струей, эффективная площадь сечения которой приблизительно равна минимальному проходному сечению ячейки, содержащей одну частицу [2]. Если пористость зернистого слоя $\varepsilon = 0,4$, то сечение ячейки $\sigma' = 0,172$, где $\sigma = \sigma'(1 - \sigma')^{-1} = 0,208$. Эффективная скорость такой струи $u_0 = u_f/\sigma' = u'(\varepsilon/\sigma')$ (u_f и u' — скорость фильтрации и средняя скорость жидкости в промежутках между частицами). Если определять Re' по последней, то введенное выше $Re = 2,326 Re'$. Зависимость Sh от Re' при $\sigma = 0,208$, следующая из (2.5), показана жирной линией на рис. 5, где приведены также эмпирические формулы (см. соответствующие кривые)

$$Sh/Sc^{1/3} = 0,529Re'^{0,64} (1), 0,256Re'^{0,7} (2), \\ 0,0424Re' (3), 0,21Re'^{0,78} (4), 0,0575Re'^{0,83} (5),$$

принадлежащие разным авторам и собранные в [2]. Видно, что теоретическая кривая занимает промежуточное положение среди эмпирических при всех Re' , за исключением самых больших. Однако при высоких Re' можно ожидать турбулизации ламинарного пограничного слоя и течения в жидкой пленке, и применимость развитой теории становится, в лучшем случае, сомнительной.

Имея в виду прикладные цели, разумно аппроксимировать зависимость (2.5), представленную на рис. 5, некоторой сравнительно простой функцией. Используя метод наименьших квадратов, в интервале $1 < \lg Re' < 5$ с относительной ошибкой, не превышающей 1 %, можно записать

$$(2.7) \quad \lg(Sh/Sc^{1/3}) = -0,964 + 0,915 \lg Re' - 0,050(\lg Re')^2.$$

Из анализа экспериментальных данных по внутреннему обмену в зернистых слоях следует, что (2.7) находится в хорошем согласии с ними. Однако расчеты распределения плотности потока (2.3) по поверхности частицы для условий экспериментов в [6, 8] приводили к значениям, несколько превышающим опытные на лобовой полусфере. При этом согласие теории с опытом значительно улучшалось при использовании в расчетах значений σ , меньших, чем сообщаемые в [8]. По-видимому, указанное расхождение связано, во-первых, с учетом естественного сужения струи в экспериментах и, во-вторых, со сравнительно грубым сопряжением пограничного и пленочного течений, что уже отмечалось выше.

В заключение подчеркнем, что полученные результаты по межфазному тепломассообмену в зернистом слое относятся к упорядоченным слоям, в которых можно полностью пренебречь флуктуациями пористости. Для реальных хаотически упакованных слоев характерно наличие неоднородностей разного линейного масштаба. Все они приводят к появлению в инфильтруемых слоях флуктуаций скорости жидкости, которые неизбежно сказываются и на межфазном обмене [2]. В анализе влияния таких флуктуаций можно усматривать одну из задач дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков В. И., Данилов Н. С., Жак В. Д. и др. Исследование гидродинамики пристенного слоя на модели кубической упаковки // ПМТФ.— 1980.— № 6.
2. Гольдштик М. А. Процессы переноса в зернистом слое.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1984.
3. Schuh H., Persson B. Heat transfer on circular cylinders exposed to free-jet flow // Intern. J. Heat Mass Transfer.— 1964.— V. 7, N 11.
4. Исатаев С. И., Жанабаев З. Ж. Теплоотдача шара при струйном обтекании // ИФЖ.— 1968.— Т. 14, № 4.
5. Вукович Л. К., Николаев А. В., Титарь С. С. Теплоотдача шара с внутренним тепловыделением при струйном обтекании // Пром. теплотехника.— 1982.— Т. 4, № 2.
6. Дектярева В. В., Мухин В. А., Накоряков В. Е. Массообмен сферы со струей тяжелой жидкости // Струйные течения жидкостей и газов: Тез. Всесоюз. науч. конф., Новополоцк, 1982.— Ч. 3.
7. Кащеев В. П., Лебедев А. В., Сорокин В. Н. Исследование теплообмена между одиночным шаром и струей воздуха // Изв. вузов. Энергетика.— 1985.— № 9.
8. Мухин В. А. Экспериментальное исследование процессов переноса в зернистых средах: Автореф. дис. ... докт. техн. наук.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1987.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.
10. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
11. Буевич Ю. А., Шульмейстер А. Е. О переносе тепла или массы к плохообтекаемым телам // ИФЖ.— 1983.— Т. 45, № 2.
12. Galloway T. R., Sage V. H. Thermal and material transfer from spheres. Prediction of local transport // Intern. J. Heat Mass Transfer.— 1968.— V. 11, N 3.

г. Свердловск

Поступила 21/III 1989 г.,
в окончательном варианте — 22/V 1989 г.

УДК 536.2

*Б. Э. Кашевский, В. И. Кордонский, И. В. Прохоров,
Н. Г. Хутская*

К ВОПРОСУ О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ СУСПЕНЗИЙ

Согласно представлению, сформулированному в [1, 2], упорядоченное вращение частиц суспензии под действием внешнего поля приводит к интенсификации переноса тепла (массы, заряда). Поскольку суспензия как целое остается неподвижной, это воспринимается наблюдателем изменением ее эффективной теплопроводности, которая к тому же принимает тензорный характер. Интенсификация переноса тепла в магнитных суспензиях под воздействием вращающегося поля наблюдалась в экспериментах [3, 4]. Однозначная интерпретация этих наблюдений как результата внутреннего вращения встречается трудности, связанные с возможностью возникновения во вращающемся поле макроскопического движения суспензии, хотя в [4] и принимались все возможные меры для его исключения. По теоретическому результату [5], возможно более чем десятикратное приращение эффективной теплопроводности за счет внутреннего вращения. Однако теоретическая модель [5], будучи ячеечной, основана на замене реальной системы неким ее аналогом, так что степень приближения к действительности в точном смысле неизвестна. Об этом можно судить, рассматривая вытекающий из нее частный результат для теплопроводности суспензии покоящихся сферических частиц. Здесь мы имеем дело с классическим объектом теории обобщенной проводимости гетерогенных сред [6].

Исторически первым и по форме наиболее простым результатом по этому вопросу является формула Максвелла, выведенная еще в 1892 г. для электрической проводимости и распространенная позднее [7] ввиду электротепловой аналогии на теплопроводность:

$$(1) \quad \lambda = \lambda_0 [1 + 3\varphi(K - 1)/(2 + K + \varphi(1 - K))]$$

(λ , λ_0 , λ_1 — теплопроводность композиции, несущей среды и частиц, $K = \lambda_1/\lambda_0$, φ — объемная доля частиц).

Результат [5] для покоящейся суспензии совпадает с приведенным выше. В литературе распространено мнение (например, [6, 8—11]), основанное на сделанных при выводе (1) допущениях, что применимость формулы ограничена малыми концентра-