

**ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПРИ НАЛИЧИИ
ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ
(применительно к углеродным поверхностям)**

Е. Г. Зауличный, С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев
(Новосибирск)

Получены формулы для предельного закона теплообмена, когда химические реакции идут на уносимой поверхности, а также внутри пограничного слоя.

Строятся формулы для определения теплосодержания стенки для сложного случая теплообмена, с учетом вдува газов от термического разложения материала.

1. Уравнения. Для многокомпонентной смеси газов при наличии химических реакций поток тепла переносится как за счет теплопроводности, так и за счет диффузионного потока химической энтальпии [1]

$$q = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \sum_{i=1}^n \rho V_i K_i h_i, \quad h_i = \int_0^T c_{pi} dT + h_i^0$$

Пренебрегая термо-баро-диффузией и диффузионной теплопроводностью и проведя несложные преобразования [1], получим для многокомпонентной смеси газов выражение для потока тепла в виде

$$q = -\frac{\lambda}{c_p} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial y} - \sum_{i=1}^n h_i \frac{\partial K_i}{\partial y} \right) + \frac{\rho D_{12} c_p}{\lambda} \sum_{i=1}^n h_i \frac{\partial K_i}{\partial y} \right], \quad h = \sum_{i=1}^n K_i h_i$$

Здесь h — полное теплосодержание смеси. Для случая, когда число Льюиса — Семенова $N_{Le} \approx 1$, суммарный поток энергии равен

$$q = -\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial y} \quad \left(N_{Le} = \frac{\rho D_{12} c_p}{\lambda} \approx 1 \right) \quad (1.1)$$

В этом случае дифференциальное уравнение энергии, записанное по полному теплосодержанию смеси, будет иметь вид

$$\rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (1.2)$$

Проинтегрировав это уравнение по толщине энтальпийного пограничного слоя и введя определение толщины потери полной энергии обычным способом

$$\delta_h^{**} = \int_0^{\delta_h} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \frac{h - h_0}{h_w - h_0} dy$$

Получим интегральное соотношение энергии пограничного слоя

$$\frac{dR_h^{**}}{dX} + \frac{R_h^{**}}{\Delta h} \frac{d(\Delta h)}{dX} + \frac{R_h}{D} \frac{d(D)}{dX} - R_h \frac{i_w}{\rho_0 u_0} = R_L \frac{q_w}{\rho_0 u_0 \Delta h} \quad (1.3)$$

$(\Delta h = h_w - h_0)$

Здесь D — диаметр канала, R_L и R_h^{**} — характерные числа Рейнольдса, записанные соответственно по характерному размеру и толщине потери полной энергии δ_h^{**} .

Введем число Стентона S , параметр проницаемости стенки b_1 и относительный закон теплообмена

$$S_h = \frac{q_w}{\rho_0 u_0 (h_w - h_0)}, \quad b_1 = \frac{i_w}{\rho_0 u_0 S_h}, \quad \Psi_h = \frac{S_h}{S_0} \quad (1.4)$$

Здесь S_0 — число Стентона в стандартных условиях. С учетом определений (1.4) уравнение (1.3) преобразуется к виду

$$\frac{dR_h^{**}}{dX} + \frac{R_h^{**}}{\Delta h} \frac{d(\Delta h)}{dX} + \frac{R_h^{**}}{D} \frac{d(D)}{dX} = \bar{R}_L S_0 (\Psi_h + b_n), \quad b_n = \frac{i_w}{\rho_0 u_0} \frac{1}{S_0} = b_1 \Psi_n \quad (1.5)$$

Для S_0 принимаем степенную аппроксимацию [2,3]

$$S_0 = A \bar{R}_h^{**m} P^{-n} \left(P = \frac{c_p u}{\lambda} \right) \quad (1.6)$$

Здесь P — число Прандтля, $A = 0.0128$, $m = 0.25$ для R_h^{**} от 10^3 до 10^5 .

2. Закон теплообмена. Относительный закон теплообмена (1.4) при наличии поперечного потока вещества (вдув газов, химическая эрозия, сложный процесс абляции) [3] имеет вид

$$\Psi_h = \left(\int_0^1 \frac{d\theta}{\sqrt{(1 + b_1\theta) \rho / \rho_0}} \right)^2 \quad \left(\Theta = \frac{h - h_w}{h_0 - h_w} \right) \quad (2.1)$$

Здесь θ — безразмерная энтальпия.

Для решения уравнения (2.1) необходимо иметь связь ρ/ρ_0 с θ .

Если принять предположение, что смесь газа в пограничном слое подчиняется законам идеального газа, то

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{MT_0}{M_0T}, \quad M = \left(\sum_{i=1}^n \frac{K_i}{M_i} \right)^{-1} \quad (2.2)$$

Здесь M — молекулярный вес смеси. Необходимо также установить связь между профилями энтальпий и концентраций газа.

Если записать уравнение неразрывности для i -й компоненты бинарной смеси (или для группы компонент, составляющих эффективную бинарную смесь) через приведенные концентрации K_i^0 , как в [1], то оно будет иметь вид

$$\rho u \frac{\partial K_i^0}{\partial x} + \rho v \frac{\partial K_i^0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_{12} \frac{\partial K_i^0}{\partial y} \right)$$

Здесь K_i^0 — концентрация i -го химического элемента независимо от того, в каком химическом соединении он находится.

Тогда при $N_{Le} = S_C = P = 1$ существует аналогия приведенных концентраций и полной энтальпии (S_C — число Шмидта)

$$\frac{h - h_w}{h_0 - h_w} = \frac{K_i^0 - (K_i^0)_w}{(K_i^0)_0 - (K_i^0)_w} \quad \left(S_C = \frac{\mu}{\rho D_{11}} \right) \quad (2.3)$$

Из уравнения массового потока окислителя на поверхности уноса [1] и используя равенства (1.1), (1.4) и (2.3), находим

$$b_1 = \frac{(K_i^0)_0 - (K_i^0)_w}{(K_i^0)_w} \quad (2.4)$$

Здесь i — компонента, непроницаемая сквозь поверхность теплообмена.

Соответственно для «вдуваемой» компоненты, в данном случае для углерода,

$$b_1 = \frac{K_w^0(C)}{1 - K_w^0(C)} \quad (2.5)$$

Для примера рассмотрим случай химической эрозии углерода в потоке кислорода по реакции $C + O \rightarrow CO$. В этом случае имеем

$$K_w^0(C) = \frac{b_1}{1 + b_1} = r_1 K_w^0(CO), \quad \text{или} \quad r_1 = \frac{b_1}{1 + b_1} \quad (2.6)$$

Здесь r — весовая доля углерода в CO; при этом учитывалось, что при температуре стенки $> 1800-2000^\circ \text{K}$ процесс окисления идет в диффузионной области [4-6], следовательно, скорость эрозии определяется скоростью подвода окислителя к поверхности (а не скоростью химической реакции); поэтому концентрацию окислителя на поверхности можно считать нулевой, т. е. $K_w(O) = 0$, $K_w(CO) = 1$.

Используя аналогию (2.3), можем записать

$$K^0(C) = r_1 K_w^0(CO) = K_w(C) (1 - \Theta) \quad (2.7)$$

Из равенства (2.6) и (2.7) следует, что

$$K(CO) = 1 - \Theta \quad (2.8)$$

Тогда для бинарной смеси O_2 и CO соотношение молекулярных весов в любой точке пограничного слоя, пользуясь для этого равенствами (2.2) и (2.8), можно записать в виде

$$M = \frac{M_0 M_w}{M_0 + (M_w - M_0) \Theta} \quad (2.9)$$

Аналогично для локальной температуры

$$T = \frac{h}{c_p} = \frac{(h_0 - h_w) \Theta + h_w}{c_p}, \quad \text{или} \quad T = \frac{h_w + (h_0 - h_w) \Theta}{c_{pw} + (c_{p0} - c_{pw}) \Theta} \quad (2.10)$$

$(c_p = (c_{p0} - c_{pw}) \Theta + c_{pw})$

С учетом (2.9) и (2.10) первое уравнение (2.2) примет вид

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{[\psi_2 + (1 - \psi_2) \Theta]}{[\psi_1 + (1 - \psi_1) \Theta] [\psi_3 + (1 - \psi_3) \Theta]} \left(\psi_1 = \frac{h_w}{h_0}, \psi_2 = \frac{c_{pw}}{c_{p0}}, \psi_3 = \frac{M_0}{M_w} \right) \quad (2.11)$$

Для газов одинаковой атомности $c_{pw} | c_{p0} = M_0 | M_w$. В этом случае предельный относительный закон теплообмена (2.1) сводится к следующим выражениям для дозвукового обтекания при наличии вдува [3]:

$$\Psi_h = \frac{4}{(1 - \psi_1) b_1} \left[\ln \frac{\sqrt{(1 - \psi_1)(1 + b_1)} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{1 - \psi_1} + \sqrt{\psi_1 b_1}} \right]^2 \quad (\psi_1 < 1) \quad (2.12)$$

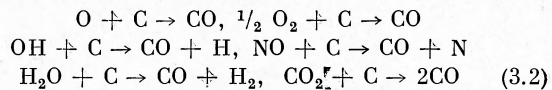
$$\Psi_h = \frac{1}{(\psi_1 - 1) b_1} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{b_1}{(\psi_1 - 1)(1 + b_1)} \right)^{1/2} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{b_1 \psi_1}{\psi_1 - 1} \right)^{1/2} \right]^2 \quad (\psi_1 > 1) \quad (2.13)$$

3. Баланс энергии на поверхности. А. Случай химической эрозии углеродной поверхности. По балансу (фиг. 1) на уносимой поверхности AB

$$q_w = q_s + j_w h_w' - j_w' h_w'', \quad h_{\Sigma}^{\circ} = h_w' - h_w'' \quad (3.1)$$

Здесь q_s — поток тепла на прогрев свежего материала, h_{Σ}° — суммарная теплота химического образования; индекс w означает поверхность, индекс w' — поверхность газа, индекс w'' — поверхность твердого тела.

Смесь газов, воздействующих на уносимую поверхность, представляет сложный состав [5]. Химическая эрозия углерода в этих условиях обуславливается комплексом окислительно-восстановительных реакций на поверхности уноса. Самыми вероятными реакциями (до $T \approx 4000^\circ \text{K}$) можно считать



Выражение для суммарной теплоты (3.1) в этом случае будет

$$h_{\Sigma}^{\circ} = \frac{Q_p}{M_w}, \quad Q_p = \sum_{i=1}^n (nQ_2) - \sum_{i=1}^n (nQ_1)$$

Здесь Q_p — суммарный тепловой эффект идущих на поверхности реакций, n — число участвующих в реакции молей того или иного продукта, Q_1 — теплота образования начальных продуктов, участвующих в реакциях (3.2), Q_2 — теплота образования конечных продуктов реакций (3.2). После несложных преобразований равенства (3.1) с учетом (1.4) и (3.1) определяем теплосодержание стенки

$$h_w = h_0 + b_1 h_{\Sigma}^{\circ} + \frac{q_s}{q_w} (h_w - h_0) \quad (3.3)$$

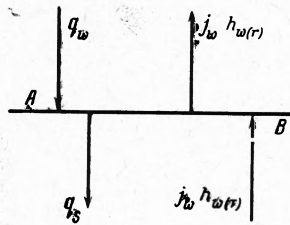
Параметр b_1 определяется по (2.4)

$$(K_i^{\circ})_0 = \sum_{j=1}^p \frac{m_j}{M_i} (K_i)_0 \quad (3.4)$$

Здесь m_j — весовая доля j -го элемента в i -м химическом соединении. Например, для сложного состава газа приведенная концентрация $(K_0^{\circ})_0$ по кислороду в невозмущенном потоке записывается так:

$$K_0^{\circ} (\text{O}) = K_0 (\text{O}_2) + {}^{16/17} K_0 (\text{OH}) + {}^{16/18} K_0 (\text{H}_2\text{O}) + {}^{16/30} K_0 (\text{NO}) + {}^{16/44} K_0 (\text{CO}_2) + \dots \quad (3.5)$$

Здесь $K (\text{O}_2)$, $K (\text{OH})$, $K (\text{H}_2\text{O})$ и т. д. — весовые доли химически активных соединений, содержащих кислород в невозмущенном потоке.



Фиг. 1

Воспользовавшись предположением о диффузионном режиме реагирования и вероятностью протекания реакций (3.2) для случая «локального равновесия», из равенств (2.4) и (3.4) имеем

$$b_1 = \frac{1}{16/28 K_w(\text{CO})} \left(\sum_{j=1}^p \frac{m_0}{M_j} (K_j)_0 - 16/18 K_w(\text{CO}) \right) \quad (3.6)$$

Но с другой стороны, из уравнения (2.5)

$$K_w(\text{CO}) = \frac{16}{28} \frac{b_1}{1 + b_1} \quad (3.7)$$

Подставляя уравнение (3.7) в равенство (3.6), получаем формулу для параметра проницаемости

$$b_1 = \frac{3}{4} \left[\sum_{j=1}^p \frac{m_0}{M_j} (K_j)_0 \right] \quad (3.8)$$

Здесь m_0 — весовая доля химически активного кислорода, M_j — молекулярный вес j -ой компоненты, содержащей O_2 .

В уравнении (3.3) в первом приближении принимаем $q_s = 0$. Находим T_w' . Решая одномерную задачу теплопроводности полуограниченного тела с перемещающейся внешней границей при заданной T_w' , находим q_s . По уравнению (3.3) определяем окончательное значение T_w .

Определив T_w или h_w и принимая ее постоянной по профилю, находим Ψ_h . По формуле (3.8) вычисляем b_1 .

Далее, определяем предельный относительный закон теплообмена Ψ_h по уравнениям (2.12) или (2.13).

Таким образом, для решения уравнения (1.5) будем иметь все необходимые данные. Для пластины

$$R_h^{**} = \frac{D_*}{D} \left[\frac{A(1+m)}{P^{0.75}} R_L (\Psi_h + b_h) x \right]^{0.8} \quad (3.9)$$

для профилей с меняющимся значением скорости на внешней границе пограничного слоя (сопел)

$$R_h^{**} = \frac{D_*}{D} \left[\frac{A(1+m)}{P^{0.75}} (\Psi_h + b_h) R_* \int_0^x \left(\frac{D_*}{D} \right)^{0.75} dx \right]^{0.8} \quad (3.10)$$

$$X = x/D^*, \quad R_* = 4G/\pi g \mu_0 D_*$$

Здесь G — расход газа, D_* — диаметр критического сечения сопла, x — координата по образующей профиля.

Подставляя (3.9) или (3.10) в (1.6), находим S_0 . Используя выражение (1.4), определяем S_h . Окончательно унос углерода находится как $j_w = b_1 \rho_0 u_0 S_h$.

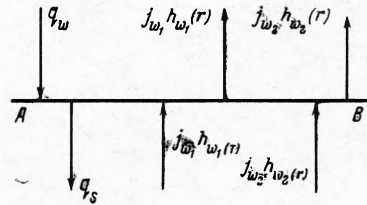
В. *Случай, когда химическая эрозия углеродной поверхности сопровождается вдувом газа от термического разложения поверхности.* В зависимости от композиции вещества величина поперечного потока газов может быть различной [7-11]. Некоторые покрытия могут выделять до 70% и более (по весу) газов. Это может значительно уменьшить теплообмен и в конечном счете — выгорание коксовой основы. В данном случае принимаем

$$q_s = q_{s1} + q_{s2} \quad (3.11)$$

Здесь q_{s1} — тепло на прогрев коксового остатка, q_{s2} — тепло на нагрев выделившихся газов до температуры стенки (для удобства сюда же можно отнести теплоту превращений h_{Σ} , идущую на испарение выделившейся воды при разложении смол, дополнительное разложение тяжелых углеводородов и т. п.).

Таким образом,

$$q_{s2} = j_{w2} [h_{w'2} + h_{\Sigma} - h']$$



Фиг. 2

Тогда, с учетом (3.1), (3.11), баланс тепловой энергии на поверхности теплообмена AB запишется так (фиг. 2):

$$q_w = j_{w1} h_{\Sigma}^{\circ} + j_{w2} [h_{w'2} + h_{\Sigma} - h'] + q_{s1}$$

где h' — теплосодержание газа при температуре начала деструкции материала покрытия. После аналогичных преобразований (см. случай А) теплосодержание стенки

$$h_w = h_0 + b_1' h_{\Sigma}^{\circ} + b_1'' [h_{w'2} + h_{\Sigma} - h'] + \frac{q_{s1}}{q_w} (h_w - h_0) \quad (3.12)$$

Здесь параметр проницаемости стенки b_1 определяется только химической эрозией, подсчитывается по формуле (3.6); параметр проницаемости стенки b_1'' зависит от величины вдува газов от термического разложения.

Общий параметр проницаемости стенки

$$b_1 = b_1' + b_1''$$

Теплосодержание стенки h_w также определяем методом последовательных приближений. В первом приближении последними двумя членами равенства (3.12) пренебрегаем.

Решаем задачу нестационарной теплопроводности с перемещающейся внешней границей при температуре T_w , находим скорость прогрева материала. Зная скорость разложения материала, определяем количество вдуваемого газа j_{w2} и поток q_{s1} . После этого окончательно определяем T_w . Дальнейшая последовательность расчета аналогична случаю А.

Скорость перемещения внешней границы j_{wy} будет определяться только величиной b_1'

$$j_{wy} = b_1' \rho_0 u_0 S_h \quad (3.13)$$

Число S_h определено с учетом b_1'' . Из (2.13) видно, что при больших b_1'' безразмерный коэффициент теплообмена будет очень малым.

Поступила 3 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Лиз Л. Конвективный теплообмен при наличии подвода вещества и химических реакций. Сб. «Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций», Изд. иностр. лит., 1962.
2. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. СО АН СССР, 1962.
3. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое (под ред. С. С. Кутателадзе). СО АН СССР, 1964.
4. Сполдинг Д. Б. Основы теории горения. Госэнергоиздат, 1959.
5. Бро П., Стейнбер С. Исследование химических реакций на стенке в высокотемпературном потоке газов, нагретых электрической дугой. Ракетная техника, 1962, № 4.
6. Барлетт Е., Денисон М. Экспериментальное определение скорости абляции при турбулентном пограничном слое. Теплопередача, 1961, № 4.
7. Дилэни Л., Иглтон Л., Джонс В. Полуколичественное определение эрозии графитовых сопловых вкладышей. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 8.
8. Макалександр В., Дональдсон В., Робинсон А. Сравнение интенсивности т/о и эрозии во время работы сопел с защитными кольцами и без них. Ракетная техника и космонавтика, 1962, № 8.
9. Робинсон А., Макалександр Р., Рэмсдел Д., Вольфсон М. Охлаждение выпотеванием с использованием жидких металлов. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 1.
10. Макэлистер Л., Уолкер А., Рой П. Разработка и развитие разрушающихся материалов для сопел ракетных двигателей. Вопросы ракетной техники, 1964, № 2, 3.
11. Рейника Е., Уэллс П. Обугливающиеся материалы для защиты аппарата при входе в атмосферу. Вопросы ракетной техники, 1964, № 6.