

**КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ТЕПЛООВОГО ВЗРЫВА ПРИ
КОНДУКТИВНОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕ В ЗОНЕ РЕАКЦИИ
И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ (СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА)**

Ю. М. Григорьев, А. Г. Мержанов, К. В. Прибыткова

(Москва)

Исследуются критические условия теплового взрыва тел различной геометрической формы (плоскость, сфера, цилиндр), находящихся в неограниченной среде при наличии кондуктивного теплообмена как во внутренней, так и во внешней областях. Проведен критериальный анализ задачи с использованием интегро-дифференциальных соотношений в форме интеграла Дюамеля, допускающих сведение сопряженной задачи к краевой. Проведены расчеты критических условий теплового взрыва с использованием электронно-вычислительной машины. Дан анализ конкретных случаев, представляющих наибольший интерес.

Обозначения

c — теплоемкость;	E — энергия активации;
ρ — плотность;	k_0 — предэкспоненциальный множитель;
λ — коэффициент теплопроводности;	η — глубина превращения;
a — коэффициент температуропроводности;	T — текущая температура;
Q — тепловой эффект реакции;	T_0 — температура окружающей среды;
	r_0 — характерный размер тела.

Обозначения с индексом 1 относятся к окружающей среде

1. При кондуктивном теплообмене задача о тепловом взрыве тел, находящихся в неограниченной среде и имеющих различную геометрическую форму, формулируется в безразмерных величинах следующим образом:

а) уравнение теплопроводности в веществе

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \theta \beta} + \frac{1}{\delta} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (\xi \leq 1) \quad (1.1)$$

б) уравнение теплопроводности в окружающей среде

$$\omega_a \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{1}{\delta} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (\xi \geq 1) \quad (1.2)$$

в) уравнение кинетики

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \theta \beta} \quad (1.3)$$

начальные условия

$$\tau = 0, \quad \eta = 0, \quad \theta = 0 \quad (1.4)$$

граничные условия

$$\partial \theta / \partial \xi = 0, \quad \xi = 0; \quad \theta \rightarrow 0, \quad \xi \rightarrow \infty \quad (1.5)$$

Условия «склейки» решений

$$\theta|_{\xi=1-0} = \theta|_{\xi=1+0}, \quad \omega_a \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1-0} = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1+0} \quad (1.6)$$

Здесь θ — температура, τ — время, ξ — координата.

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2}(T - T_0), \quad \tau = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)t, \quad \xi = \frac{x}{r_0}$$

Безразмерные параметры (1.7)

$$\delta = \frac{Qk_0Er_0^2}{\lambda RT_0^2} \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right), \quad \gamma = \frac{c\rho RT_0^2}{QE}, \quad \beta = \frac{RT_0}{E}, \quad \omega_a = \frac{a}{a_1}, \quad \omega_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

Число n характеризует симметрию области ($n = 0$ — плоский, $n = 1$ — цилиндрический, $n = 2$ — сферический случай); $\varphi(\eta)$ — кинетическая функция. Для рассматриваемого случая реакции 1-го порядка $\varphi(\eta) = (1 - \eta)$.

Поставленная задача решалась в широком диапазоне изменения параметров на электронно-счетной машине.

2. Исходная сопряженная задача может быть разбита на две части: внутренняя ($\xi \leq 1$), где имеются непрерывно распределенные источники тепла, и внешняя ($\xi \geq 1$) — классическая задача теории теплопроводности, которая в качестве «самостоятельной» задачи может быть сформулирована следующим образом:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (v = \delta \gamma \omega_a) \quad (2.1)$$

$$\tau = 0, \quad \theta = 0; \quad \xi = 1 + 0, \quad \theta = \theta(\tau); \quad \xi \rightarrow \infty, \quad \theta \rightarrow 0 \quad (2.2)$$

Решая данную задачу, можно охарактеризовать внешнюю теплопередачу тела, находящегося в бесконечной среде. В теории теплопроводности широко известны решения подобных задач в основном для частных случаев, когда температура поверхности тела остается постоянной ($\theta = 1$).

При этом для трех рассматриваемых форм имеется [1]

$$\begin{aligned} n = 0, \quad N &= \frac{1}{\sqrt{\pi F}} \quad \left(N = - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \right) \\ n = 1, \quad N &= \frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty \exp(-u^2 F) \frac{du}{u [I_0^2(u) + Y_0^2(u)]} \\ n = 2, \quad N &= 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi F}} \quad \left(F = \frac{\tau}{v} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь N — критерий Нуссельта, F — критерий Фурье, $I_0(u)$, $Y_0(u)$ — бесселевы функции нулевого порядка первого и второго рода.

Отсюда следует, что в случае плоскости и цилиндра $N \rightarrow 0$ при $F \rightarrow \infty$, т. е. для этих форм невозможен стационарный режим внешней теплопередачи, поскольку температура во внешней среде стремится к выравниванию. Для сферы число Нуссельта $N \rightarrow 1$ при $F \rightarrow \infty$.

Следовательно, в области больших значений Фурье, а именно

$$1 / \sqrt{\pi F} \ll 1$$

тепловой нестационарностью можно пренебречь.

В случае переменной температуры поверхности тела для произвольного вида функции $\theta|_{\xi=1+0} = \theta(\tau)$ внешняя задача теории теплопроводности может быть решена методами операционного исчисления, из решения которой определяется нестационарный тепловой поток через поверхность тела. Тогда с использованием условия (1.6) сопряженная задача

может быть сведена к краевой, где в качестве краевого условия при $\xi = 1$ используются интегро-дифференциальные соотношения в форме интеграла Дюамеля.

Так, для трех указанных форм можно получить

$$n = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = - \frac{\sqrt{\delta}}{\sigma} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \frac{\theta(z)}{\sqrt{\tau-z}} dz \quad \left(\sigma = \left[\frac{\pi \omega \lambda^2}{\gamma \omega_a} \right]^{1/2} \right) \quad (2.4)$$

$$n = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = - \frac{4}{\pi^2 \omega \lambda} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \theta(\tau-z) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2 \sigma^2 z}{\lambda \delta \omega \lambda^2}\right) \frac{du}{u [I_0^2(a) + Y_0^2(u)]} dz \quad (2.5)$$

$$n = 2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = - \frac{\sqrt{\delta}}{\sigma} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\tau} \frac{\theta(z)}{\sqrt{\tau-z}} dz - \frac{\theta}{\omega \lambda} \quad (2.6)$$

Другим краевым условием является условие симметрии (1.5).

Таким образом, сопряженная задача может быть сведена к краевой, которая описывается уравнениями (1.1), (1.3), начальным условием (1.4) и граничными условиями (2.4)–(2.6), (1.5).

Задавая определенный вид функции $\theta(\tau)$, с использованием приведенных интегро-дифференциальных соотношений, можно записать выражение для числа Нуссельта

$$N = - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1}$$

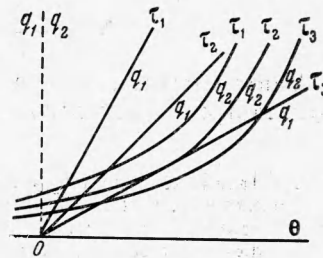
в случае переменной температуры поверхности для каждого конкретного случая.

В задачах о тепловом взрыве вид функции $\theta(\tau)$ заранее неизвестен, и она является искомой функцией. Тем не менее, использование интеграла Дюамеля позволяет упростить критерийный анализ системы и обработку расчетных данных.

3. Как было указано, для плоской и цилиндрической форм не существует стационарного распределения температуры в окружающей среде и критерий $N \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. В силу этой принципиальной особенности критические условия теплового взрыва для этих форм могут существовать лишь за счет «выгорания» вещества, имеющего место для реакции разложения ненулевого порядка. Для реакции нулевого порядка взрывное разложение будет протекать при любых значениях параметров.

Этот вывод удобно проиллюстрировать на диаграмме Н. Н. Семенова [2] (фиг. 1).

В силу уменьшения коэффициента внешней теплопередачи со временем ($N \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$), прямые теплоотвода q_1 будут уменьшать свой наклон ($\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$). Для реакции нулевого порядка тепловыделение изображается единственной кривой, вследствие чего при любых заданных значениях параметров в течение времени теплоприход окажется больше теплоотвода, что неизбежно приведет к самовоспламенению. Критических условий не существует. В случае реакции ненулевого порядка, скорость которой зависит от концентрации, тепловыделение будет уменьшаться вследствие «выгорания» вещества в предвзрывной период, и, в зависимости от соотношения между параметрами, могут осуществляться как взрывное, так и невзрывное протекания реакции, которые разделены критическими условиями.

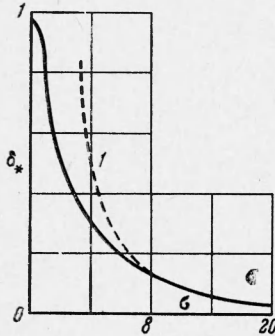


Фиг. 1. Диаграмма Н. Н. Семенова: q_1 — прямая теплоотвода, q_2 — кривая скорости тепловыделения

В случае сферы критерий $N \rightarrow 1$ при $\tau \rightarrow \infty$ и критические условия теплового взрыва будут существовать для реакции любого порядка.

Как следует из сопряженной задачи, критические значения δ_* параметра Д. А. Франк-Каменецкого [3], определяющие границу областей взрывного и невзрывного протекания реакции, есть функции четырех параметров $\delta_* = f_n(\omega_\lambda, \omega_a, \gamma, \beta)$.

Полагая, как обычно, что параметры β и γ , входящие в уравнение (1.1), оказывают слабое влияние на величину δ_* , и используя новый безразмерный параметр σ , полученный при сведении сопряженной задачи к краевой, можно упростить критериальные соотношения:



$$n = 0, \quad \delta_* = f_0(\sigma)$$

$$n = 1, \quad \delta_* = f_1(\sigma, \omega_\lambda)$$

$$n = 2, \quad \delta_* = f_2(\sigma, \omega_\lambda)$$

Фиг. 2. Зависимость $\delta_* = f_0(\sigma)$ при $\gamma = 0.005$ и $\beta = 0.03$; кривая 1 — $\delta_* = 7.8/\sigma^2$

Таким образом, задача расчета сводится к нахождению функций f_n , вид которых существенно зависит от геометрии рассматриваемой области.

4. Численные расчеты критических условий теплового взрыва проводились как по сопряженной, так и по краевой задачам, результаты которых находятся в удовлетворительном соответствии ($\sim 10\%$).

а) Для плоскости величина δ_* есть функция только одного параметра σ . Зависимость $\delta_* = f_0(\sigma)$ представлена на фиг. 2.

Здесь могут быть рассмотрены две предельные области. При $\sigma \rightarrow 0$, как следует из соотношения (2.4), имеем $\theta|_{\xi=1} \rightarrow 0$, т. е. имеют место условия, при которых вследствие интенсивного внешнего теплообмена температура поверхности вещества ($\xi = 1$) будет оставаться постоянной и равной температуре окружающей среды (выполняются граничные условия первого рода). В этом случае величина δ_* , с учетом поправки на величины $\gamma \neq 0$ и $\beta \neq 0$ [6], совпадает со значением δ_* для плоскости, вычисленным Д. А. Франк-Каменецким [3].

По мере роста параметра σ (см. (2.4)) величина теплового потока через поверхность вещества будет уменьшаться, а значение δ_* — падать. При $\sigma \rightarrow \infty$ производная $\partial\theta/\partial\xi|_{\xi=1} \rightarrow 0$ и δ_* также стремится к 0.

При больших значениях σ вследствие малой скорости распространения тепла во внешней среде, по сравнению с внутренней, в зоне реакции будет отсутствовать распределение температуры.

Рассматриваемую задачу без учета распределения температуры в зоне реакции можно записать с использованием соотношения (2.4) следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d\theta}{d\tau} &= \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1+\beta\theta} - \frac{1}{\Omega} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{\theta(z)}{\sqrt{\tau-z}} dz & (\Omega = \sqrt{\delta_* c}) \\ \frac{d\eta}{d\tau} &= \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1+\beta\theta}, \quad \tau=0, \quad \theta=0, \quad \eta=0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

В критических условиях, пренебрегая влиянием параметров β и γ , имеем $\Omega_* = \text{const}$. Таким образом, зависимость $\delta_* = f_0(\sigma)$ в предельном случае $\sigma \rightarrow \infty$ имеет вид

$$\delta_* = c_1/\sigma^2$$

¹ Вопрос о зависимости δ_* от β и γ обсуждался в работах [4-6].

Значение c_1 , вычисленное из решения системы (4.1), равно 7.35 ± 0.5 , что совпадает со значением, полученным при больших значениях σ из кривой $\delta_*(\sigma)$, изображенной на фиг. 2 ($c_1 = 7.8$).

Как следует из расчетов, с точностью $\sim 5\%$ предельные режимы идеального теплообмена на поверхности (граничные условия первого рода) и отсутствия распределения температуры в зоне реакции наступают соответственно при $\sigma < 0.7$ и $\sigma > 8$.

б) Для цилиндрической формы, как следует из (2.5), будем иметь [1]: при $\sigma \rightarrow 0$, $\omega_\lambda \neq 0$, $z \neq 0$ интеграл

$$I = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{u^2 \sigma^2 z}{\pi \omega_\lambda^2 \delta}\right) \frac{du}{u [I_0^2(u) + Y_0^2(u)]} \approx \frac{\pi^2}{4} \frac{\omega_\lambda}{\sigma} \frac{V \bar{\delta}}{V z}$$

Тогда

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \approx -\frac{V \bar{\delta}}{\sigma} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{\theta(z)}{\sqrt{\tau-z}} dz, \quad \lim_{\sigma \rightarrow 0} \theta \Big|_{\xi=1} = 0$$

т. е. при малых значениях σ цилиндрическая теплопроводность совпадает с плоской и $\delta_* = f_1(\sigma, \omega_\lambda) \approx f_1(\sigma)$.

В этой области для определения величины δ_* можно пользоваться расчетными данными для плоскости, принимая $\delta_* \approx f_1(\sigma) \approx 2.27 f_0(\sigma)$.

При $\sigma \rightarrow \infty$, $\omega_\lambda \neq 0$, $z \neq 0$ имеем

$$I \approx \frac{\pi^2}{4} \left[\ln \frac{4z\sigma^2}{\pi \delta \omega_\lambda^2} \right]^{-1}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \approx -\frac{2}{\omega_\lambda} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \frac{\theta(\tau-z)}{\ln 4z\sigma^2 / \pi \delta \omega_\lambda^2} dz \rightarrow 0$$

Следовательно, $\delta_* \rightarrow 0$. При большом удалении от условий первого рода, так же как и для плоскости, наступает режим, при котором распределение температуры в зоне реакции будет мало.

В этом случае исходная система уравнений для цилиндра (2.5) будет иметь вид

$$\gamma \frac{d\theta}{d\tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} - \frac{8}{\pi^2 \omega_\lambda^2 \delta} \frac{d}{d\tau} \int_0^\tau \theta(\tau-z) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{u^2 \sigma^2 z}{\pi \omega_\lambda^2 \delta}\right) \frac{du}{u [I_0^2(u) + Y_0^2(u)]} dz$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta}, \quad \tau = 0, \quad \theta = 0, \quad \eta = 0 \quad (4.2)$$

Отсюда в критических условиях имеем функциональную связь между комплексами параметров

$$\omega_\lambda \delta_* = \Phi \left(\frac{\pi \omega_\lambda}{\sigma^2} \right)$$

Вид этой критериальной зависимости приведен на фиг. 3. Следует отметить, что область слабого распределения температуры в зоне реакции наступит тем раньше (меньшее значение σ), чем больше параметр ω_λ .

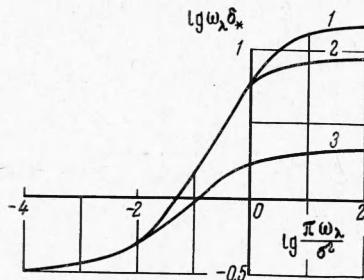
в) Для сферы зависимость $\delta_* = f_2(\sigma, \omega_\lambda)$ приведена на фиг. 4.

При $\sigma \rightarrow 0$ (или $\omega_\lambda \rightarrow 0$) величина $\delta_* \rightarrow 3.32$ (с учетом поправки на γ и β). По мере своего увеличения параметр σ становится несущественным (насыщение), и величина δ_* в этой области зависит только от ω_λ . Физически это означает, что нестационарный внешний теплообмен может быть заменен квазистационарным с известным выражением для коэффициента внешней теплопередачи ($\alpha = \lambda_1 / r_0$) [7]. При этом величина $1 / \omega_\lambda$ имеет смысл известного критерия Био (см. (2.6)). Из расчетов следует, что при значениях $\sigma \geq 50$ и $\omega_\lambda \leq 4$ с точностью $\sim 10\%$ по δ_* тепловую нестационарность можно не учитывать.

В том случае, когда при $\sigma \rightarrow \infty$ параметр ω_λ велик, распределение температуры в зоне реакции будет мало, и значение δ_* может быть найдено методом Н. Н. Семенова [8]: $\delta_* = 3 / \omega_\lambda e$. При малых значениях ω_λ распределением в зоне реакции пренебречь нельзя, и для расчета δ_* следует применять краевую задачу [9]

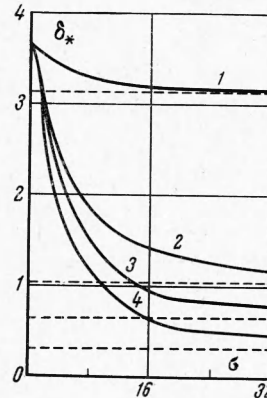
$$\delta_* = \frac{1.66}{\omega_\lambda^2} (\sqrt{1 + 4\omega_\lambda^2} - 1) \exp(\sqrt{1 + 4\omega_\lambda^2} - 2\omega_\lambda - 1)$$

Сопоставление обоих методов для данного предельного случая показало, что они дают одинаковые результаты ($\sim 5\%$) при значениях $\omega_\lambda \geq 2$, т. е. в этой области можно пренебречь распределением температуры.



Фиг. 3

Фиг. 3. Зависимость $\omega_\lambda \delta_* = F(\pi \omega_\lambda / \sigma^2)$ при $\gamma = 0.005$ и $\beta = 0.03$; кривые: 1 — $\omega_\lambda = 10$, 2 — $\omega_\lambda = 5$, 3 — $\omega_\lambda = 1$



Фиг. 4

Фиг. 4. Зависимость $\delta_* = f_2(\sigma, \omega_\lambda)$ при $\gamma = 0.005$ и $\beta = 0.03$; кривые: 1 — $\omega_\lambda = 0.1$, 2 — $\omega_\lambda = 1$, 3 — $\omega_\lambda = 2$, 4 — $\omega_\lambda = 4$

Пунктирные прямые — асимптотическое значение δ_* , рассчитанное по стационарной теории

Таким образом, для сферической симметрии данная постановка задачи является наиболее общей. Из нее в качестве предельных случаев вытекают известные в теории теплового взрыва решения: теория Д. А. Франк-Каменецкого ($\sigma \rightarrow 0$ или $\omega_\lambda \rightarrow 0$) [3], теория Н. Н. Семенова ($\sigma \rightarrow \infty$ и $\omega_\lambda \rightarrow \infty$) [2] и краевая теория ($\sigma \rightarrow \infty$) [9].

5. Используя полученные результаты, произведем анализ условий протекания теплового взрыва тел исследованных геометрических форм ($n = 0, 1, 2$) в различных реальных случаях.

При воспламенении сферических частиц взрывчатых веществ в нагретом газе для рассматриваемой системы характерны следующие параметры: $\omega_\lambda \approx 4$, $\sigma \approx 10^3$. Следовательно, при расчете критических условий можно пользоваться методами стационарного теплообмена (так как $\sigma > 50$) и пренебречь распределением температуры в частице ($\omega_\lambda > 2$), т. е. выполняется случай Н. Н. Семенова [2].

Для горячего газа в толстостенном стеклянном сосуде параметры $\omega_\lambda \approx 5 \cdot 10^{-2}$, $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-1}$, и для всех трех рассматриваемых форм осуществляются граничные условия первого рода (случай Д. А. Франк-Каменецкого [8]).

В случае конденсированного вещества в жидком свинце или сплаве Вуда ($\omega_\lambda \approx 10^{-2}$, $\sigma \approx 2.5$) для цилиндра и сферы выполняются граничные условия первого рода ($\omega_\lambda \approx 0$), для плоскости — нет (фиг. 2).

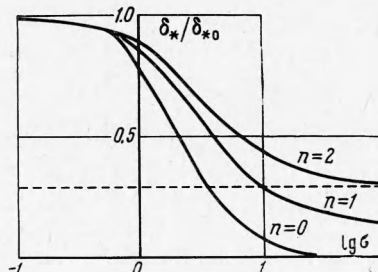
Для конденсированного вещества в стеклянном блоке ($\omega_\lambda \approx 2 \cdot 10^{-1}$, $\sigma \approx 10$), суспензий ($\omega_\lambda \approx 4 \cdot 10^{-1}$, $\sigma \approx 12$), очагов разогрева в реакционно-способной массе ($\omega_\lambda \approx 1$, $\sigma \approx 18$) и т. п. учет специфики внешнего кондуктивного теплообмена является обязательным и критические условия теплового взрыва могут быть рассчитаны с использованием результатов данной работы.

При оценке безразмерных параметров теплофизические характеристики материалов взяты из работ [10,11].

6. Тепловой взрыв при кондуктивном теплообмене обладает рядом особенностей, которые сводятся к следующему.

а) Закономерности явления существенным образом зависят от геометрии системы. Из трех рассмотренных форм лишь сферический случай при определенных условиях допускает наличие стационарного режима, и, следовательно, классический подход к расчету критических условий (стационарная теория). В остальных случаях, за исключением предельного режима идеального теплообмена на поверхности, критические условия принципиально связаны с выгоранием вещества. Следует отметить, что при конвективном внешнем теплообмене для всех форм влияние выгорания носит поправочный характер.

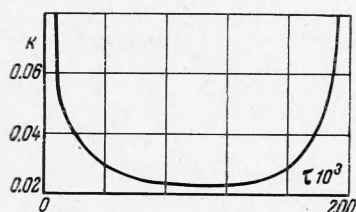
Фиг. 5. Зависимость δ_*/δ_{*0} от σ для плоскости, цилиндра и сферы при $\gamma = 0.005$ и $\beta = 0.03$. Для $n = 1$ и $n = 2$ параметр $\omega_\lambda = 1$



Как показано в работах [6, 9], в случае теплоотдачи с поверхности конвекцией величина δ_*/δ_{*0} , где δ_{*0} — значение при граничных условиях первого рода, для всех трех рассматриваемых форм при прочих равных условиях одинакова. В данной задаче это справедливо лишь при малых значениях σ , а при больших — величины δ_*/δ_{*0} для различных форм могут существенно отличаться (фиг. 5).

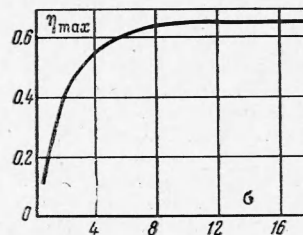
б) Соотношение между внутренним и внешним теплообменом для всех форм не зависит от геометрического размера системы (в основные параметры σ и ω_λ размер не входит). Как следствие этого, от размера не зависят и закономерности перехода от предельного случая идеального теплообмена на поверхности к предельному случаю отсутствия распределения температуры в зоне реакции. Напомним, что в случае теплоотдачи конвекцией основным теплофизическим параметром является критерий Bi , величина которого зависит от размера.

в) При кондуктивном теплообмене с окружающей средой несомоускоряющаяся реакция в предвзрывной период вблизи предела самовоспламенения может протекать квазистационарно, что связано с уменьшением эффективного коэффициента теплопередачи со временем (т. е. зависимость N (τ)). Квазистационарная теория теплового



Фиг. 6

Фиг. 6. Зависимость $k = \gamma d\theta/d\tau$ от τ при $\gamma = 0.005$ и $\delta/\delta_* = 1.13$



Фиг. 7

Фиг. 7. Зависимость глубины разложения η_{\max} , соответствующей максимуму разогрева при $\delta/\delta_* = 0.87$, от σ при $n = 0$, $\gamma = 0.005$, $\beta = 0.03$

взрыва рассматривает такие режимы, когда положение равновесия между теплоприходом и теплоотводом медленно смещается из-за изменения какой-либо величины. При протекании самоускоряющихся реакций [12] причиной смещения является изотермическое увеличение скорости реакции, в динамических режимах нагрева [13,14] — увеличение температуры окружающей среды, в данном случае — уменьшение эффективного коэффициента теплоотдачи. Наличие квазистационарного режима в рассматриваемой задаче проиллюстрировано на фиг. 6, на которой изображена введенная в [12] функция $k = \gamma d\theta/d\eta$, характеризующая отношение скорости теплонакопления к скорости тепловыделения. Малость этой величины ($k \ll 1$) — свидетельство квазистационарного режима. Следствием квазистационарного режима являются большие предвзрывные глубины разложения, характерные для рассмотренных режимов (фиг. 7).

Приближенный количественный квазистационарный подход на примере плоского случая при больших значениях σ сводится к решению системы уравнений

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d\theta}{d\tau} &= \Phi(\eta) \exp \frac{\theta}{1+\beta\theta} - \frac{\theta}{\Omega} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \\ \frac{d\eta}{d\tau} &= \Phi(\eta) \exp \frac{\theta}{1+\beta\theta}, \quad \tau = 0, \quad \theta = 0, \quad \eta = 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

(так как функция $\theta(z)$ слабо меняется по сравнению с $\sqrt{\tau - z}$, ее можно вынести за знак интеграла и производной).

В критических условиях имеем $\Omega_* = \text{const}$. Численное интегрирование квазистационарной системы дает $\Omega_* = 1.37 \pm 0.12$ при $\gamma = 0.005$ и $\beta = 0.03$ (интегрированием системы (4.1) получено $\Omega_* = 2.7 \pm 0.1$ при тех же значениях γ и β). Некоторое расхождение приближенного квазистационарного расчета с методами точного расчета связано в данном случае с большим временем установления квазистационарного режима.

В заключение авторы благодарят Б. И. Хайкина и В. В. Барзыкина за ценные советы.

Поступила 25 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Изд-во «Наука», 1964.
2. Семенов Н. Н. Цепные реакции. Госхимиздат, 1934; Успехи физ. наук, 1940, т. 23, № 3.
3. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд-во АН СССР, 1947.
4. Франк-Каменецкий Д. А. К нестационарной теории теплового взрыва. Ж. физ. хим., 1946, т. 20, вып. 2.
5. Parks I. R. Criticality criteria for various configuration of a self-heating chemical as function of activation energy and temperature of assembl. J. Chem. Phys., 1961, vol. 34, No. 1.
6. Барзыкин В. В., Гонтовская В. Т., Мержанов А. Г., Худяев С. И. К нестационарной теории теплового взрыва. ПМТФ, 1964, № 3.
7. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. Изд. иностр. лит., 1958.
8. Григорьев Ю. М., Максимов Э. И., Мержанов А. Г. Закономерности воспламенения частиц гомогенных взрывчатых веществ в нагретом газе. Ж. научн.-техн. пробл. горения и взрыва, 1965, № 1.
9. Барзыкин В. В., Мержанов А. Г. Краевая задача в теории теплового взрыва. Докл. АН СССР, 1958, т. 120, № 6.
10. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
11. Беляев А. Ф., Матюшко В. Н. О теплопроводности некоторых ВВ. Докл. АН СССР, 1941, т. 30, № 7.
12. Мержанов А. Г., Дубовицкий Ф. И. Квазистационарная теория теплового взрыва самоускоряющихся реакций. Ж. физ. хим., 1960, т. 34, вып. 10.
13. Мержанов А. Г., Струнина А. Г. Динамические режимы теплового взрыва. I. Закономерности теплового взрыва в условиях нагрева с постоянной скоростью. Ж. научн.-техн. пробл. горения и взрыва, 1965, № 1.