

УДК 532.526:533.6.011

## **Трехволновые нелинейные взаимодействия возмущений в сверхзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях\***

**С.А. Гапонов, Н.М. Терехова**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

В рамках слабонелинейной теории устойчивости рассмотрено взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое при числе Маха  $M = 2$  на непроницаемой и пористой поверхностях. Проведено моделирование взаимосвязей в нескольких триплетах, составленных из двумерных и трехмерных волн, на частотах, связанных условиями фазового синхронизма. Выявлено, что на непроницаемой поверхности их взаимодействия значительно сильнее в несимметричном триplete. Установлено, что на пористой поверхности линейные инкременты вихревых возмущений значительно увеличиваются, расширяется область опасных частот и возрастает пространственная протяженность существования растущих колебаний. Нелинейные взаимодействия, как правило, значительно интенсивнее по сравнению с непроницаемой поверхностью, они осуществляются в широком частотном диапазоне, что приводит к широкополосному нарастанию субгармонических вихревых волн Толлмина–Шлихтинга. Увеличение пористости поверхности приводит к интенсификации нелинейных процессов.

**Ключевые слова:** устойчивость, переход, сверхзвуковые и гиперзвуковые течения, нелинейные волны.

Практическая необходимость влиять на характер обтекания и проблема получения заданных характеристик течения заставляют использовать разнообразные активные и пассивные методы управления пограничными слоями. Среди них — использование различного рода гибких, волнистых, пористых, нагреваемых и охлаждаемых поверхностей, распределенного и щелевого отсоса и вдува. На практике достаточно часто, особенно на высокоскоростных режимах при числах Маха  $M > 5$ , используются пористые покрытия [3].

В настоящей работе проведено теоретическое исследование закономерностей развития вихревых возмущений на линейной и нелинейной стадиях эволюции в сверхзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях при числе Маха  $M = 2$ . На линейной стадии рассмотрено изменение характеристик

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (НШ 454.2008.1) и РФФИ (№ 08-01-00038а).

возмущений на пластине при разных степенях пористости, а далее в рамках слабонелинейной теории устойчивости моделируется взаимодействие вихревых возмущений в трехволновых резонансных системах — триадах, составленных из различных двумерных и трехмерных колебаний.

Подобные исследования, проведенные для гиперзвукового режима  $M > 5$ , показали, что основные особенности, сопутствующие начальным стадиям потери устойчивости и перехода, достаточно полно описываются математическим аппаратом, разработанным в этом разделе механики [1, 2] и соответствуют данным экспериментов [3]. При высоких числах Маха помимо вихревых колебаний — волн Толлмина–Шлихтинга — существуют возмущения акустических мод, которые нарастают значительно сильнее вихревых и на нелинейной стадии определяют направленность процессов в этой области эволюции.

На непроницаемой поверхности на таких режимах нелинейные взаимодействия осуществляются между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. Волной накачки выступает плоская волна акустической природы. На пористой поверхности сравнительно слабые нелинейные взаимодействия осуществляются между волнами разной природы в режиме перераспределения энергии между акустической и вихревыми компонентами, что приводит к небольшому затуханию акустической и небольшому усилению вихревых компонент. Пористое покрытие поглощает звуковые возмущения и вызывает затухание акустических колебаний, а исчезновение волны накачки приводит к затягиванию областей линейного роста возмущений и ламинарного режима. В этой ситуации фиксируются нелинейные процессы в трехволновых системах между вихревыми компонентами и заполнение низкочастотного спектра этих мод.

Все вышесказанное явилось причиной проведения подобных исследований на сверхзвуковых режимах при умеренных числах Маха, когда в потоке селективируются только вихревые колебания. Понимание природы физических процессов, сопутствующих нелинейной эволюции неустойчивых возмущений в таких пограничных слоях, помимо важного фундаментального значения для данного типа потока, может помочь при анализе аналогичных взаимодействий при гиперзвуковых скоростях.

#### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Основные положения нелинейной модели взаимодействия в трехволновых резонансных системах для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в [4–6]. Приведем некоторые необходимые положения. Обозначим через  $\varepsilon$  масштаб пульсационного поля ( $\varepsilon \ll 1$ ). Рассматривается возмущенное поле скоростей, плотности, давления и температуры сжимаемого газа:

$$u = U(Y) + \varepsilon u', \quad v = \varepsilon v', \quad w = \varepsilon w', \quad \rho_0 = \rho(Y) + \varepsilon \zeta',$$

$$p_0 = P(Y) + \varepsilon p', \quad T_0 = T(Y) + \varepsilon \Theta', \quad p'/P = \zeta/\rho + \Theta'/T$$

в безразмерной декартовой системе координат  $X, Y, Z = (x, y, z)/\delta$ , где  $\delta = (v_e x/U_e)^{1/2}$  — характерный масштаб,  $e$  — индекс параметров на внешней границе пограничного слоя. Величины со штрихами и без штрихов — пульсационные и средние компоненты соответствующих величин. Решение строится с помощью разложения по малому параметру  $\varepsilon$  и двухмасштабного разложения продольной координаты. Помимо “быстрого” масштаба  $X$  вводится “медленный” масштаб  $\xi = \varepsilon X$ , что обосновывается большой разницей между скоростями изменения фазы и амплитуды возмущений.

Волновые решения ищутся в виде

$$(\bar{Z})'_j = A_j(\xi)(\bar{Z})_j^0(Y) \exp(i\theta_j) + k.c. + \varepsilon \bar{Z}_j^1 + \dots \quad j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где  $\bar{Z}' = |u', v', w', p', \Theta'|$  — собственные амплитудные функции продольной, нормальной (поперечной) и трансверсальной (боковой) компонент волновых скоростей, возмущения давления и температуры,  $A$  — медленно меняющаяся амплитуда,  $k.c.$  — комплексно-сопряженные величины,  $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$ ,  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ ,  $\alpha_i < 0$  — инкремент, вещественная частота  $\omega = 2\pi f$ , волновые числа  $\alpha$ ,  $\beta$  и частота  $\omega$  связаны дисперсионным соотношением  $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$  по линейной теории.

Из полной системы уравнений движения и сохранения для сжимаемого газа в рамках слабонелинейной теории для вектора-функции  $\bar{Z}$  получаем следующую рекуррентную систему для возмущений [4]

$$\begin{aligned} \varepsilon \left\{ \sum_{j=1}^n e^{i\theta_j} [L(\bar{Z}_j^0) + \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \alpha_j \partial / \partial X + \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \omega_j \partial / \partial t] A_j + \right. \\ \left. + \varepsilon \sum_{k,l} e^{i(\theta_k + \theta_l)} [L(\bar{Z}_{k+l}^1) + A_k A_l \bar{M}_{k,l}^j(\bar{Z}_j^0 \bar{Z}_{lX}^0, \dots)] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

краевые условия для которой будут рассмотрены ниже. Линейный оператор  $L$  имеет вид (коэффициенты  $F$  в правых частях равны нулю):

$$\begin{aligned} \left[ \rho(Gu + U_Y v) + (i\alpha p / \gamma M^2) - (\mu / \text{Re}) u_{YY} \right] \exp(i\theta) &= -F_u, \\ \left[ \rho Gw + (i\beta p / \gamma M^2) - (\mu / \text{Re}) w_{YY} \right] \exp(i\theta) &= -F_w, \\ \left[ \rho Gv + (p_Y / \gamma M^2) \right] \exp(i\theta) &= -F_v, \\ \left[ G\zeta + \rho_Y v + \rho(i\alpha u + v_Y + i\beta w) \right] \exp(i\theta) &= -F_p, \\ \left[ \rho(G\Theta + T_Y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_Y + i\beta w) - (\mu\gamma / \sigma \text{Re}) \Theta_{YY} \right] \exp(i\theta) &= -F_\Theta, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\zeta = \rho \left( \frac{p}{p} - \frac{\Theta}{T} \right), \quad G = i(-\omega + \alpha U).$$

Здесь  $M$  — число Маха на внешней границе,  $y = c_p / c_v$  — показатель адиабаты,  $\sigma = c_{p\mu e} / k$  — число Прандтля,  $k$  — коэффициент теплопроводности,  $\bar{M}$  — сумма нелинейных членов исходных уравнений. При данном числе Маха толщина ламинарного пограничного слоя определяется значением  $Y = 7$ , а интегрирование проведено в интервале  $0 \leq Y \leq Y_k$ ,  $Y_k = 10$ . Все величины обезразмерены по параметрам на внешней границе пограничного слоя, выбрана следующая нормировка собственных функций:  $v(Y_k) = 1$ .

Краевые условия для возмущений на непроницаемой поверхности имеют вид:

$$u, v, w, \Theta = 0 \quad (Y = 0, Y = \infty). \quad (4)$$

Рассмотрим краевые условия для пористой поверхности. При больших значениях поперечной координаты  $Y$  — это условия затухания возмущений в бесконечности,

как в (4), на стенке  $Y = 0$  — условия непротекания вдоль поверхности и отсутствия возмущений температуры  $u, w, \Theta = 0$ , а также связь  $v(0) = Kp(0)$ , полученная из уравнения движения и закона проницаемости [2, 7, 8].

Для построения коэффициента  $K$  предложен ряд моделей. В настоящей работе воспользуемся моделью из работ [7, 8], апробированную при моделировании сжимаемых газов. В ней рассматривается перфорированная пластина с диаметром цилиндрических пор  $\bar{r}_1$  и расстояниями между ними, малыми в сравнении с толщиной пограничного слоя. Поры ориентированы по нормали к поверхности. Получено, что  $K = n \cdot th(\lambda H)/Z_0$ , где  $n$  — пористость,  $H$  — толщина пористого покрытия,  $\lambda$  — постоянная распространения,  $Z_0$  — характеристический импеданс. По аналогии с электропроводной линией [9] значения  $\lambda$  и  $Z_0$  выражаются через импеданс элемента трубы  $Z_1$  и коэффициент, характеризующий запас энергии сжатия и потери за счет теплоотдачи к стенкам  $W$ . Эти акустические параметры характеризуют соотношение между средней по сечению трубы (поры) объемной скоростью и давлением. Получено, что в безразмерном виде [7]:  $Z_1 = i\alpha c \frac{I_0(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re} r_1})}{I_2(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re} r_1})}$ ,

$$W = -i\alpha c M^2 \left[ \gamma + (\gamma - 1) \frac{I_2(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re} \sigma r_1})}{I_0(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re} \sigma r_1})} \right], \quad r_1 = \bar{r}_1/\delta, \quad c = \omega/\alpha', \quad \lambda = \sqrt{Z_1 W}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{Z_1}{W}}.$$

Здесь  $I_0$  и  $I_2$  — функции Бесселя нулевого и второго порядков.

В первом порядке по  $\varepsilon$  однородная система (3) является основой для нахождения собственных значений  $\alpha$  при заданных  $\beta, \omega$  и числах Рейнольдса  $\operatorname{Re}_x = x/\delta$  ( $\operatorname{Re} = \sqrt{\operatorname{Re}_x}$ ), а также для построения собственных амплитудных функций линейных волн (1) при неопределенном  $A$ . В слабонелинейной теории указанные параметры считаются искомыми, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны  $A$ .

В основе резонансной модели лежит процесс попарного взаимодействия волн в поле третьей волны в условиях синхронизации их фаз  $\theta_j = \theta_k + \theta_l$ . Во втором порядке по  $\varepsilon$  из неоднородных уравнений (2) можно найти возмущения более высокого порядка  $\bar{Z}^1$ , а также, используя условия разрешимости, построить амплитудные уравнения для резонансных триад. Эти уравнения аналогичны системе, полученной в [10].

Выпишем эти уравнения для простой трехволновой системы  $j, k, l$  волн, как правило  $j \neq k \neq l$ :

$$\begin{aligned} dA_j/d\xi &= -\alpha_j^i A_j + S_{k,l}^j A_k A_l \exp(i\Delta), \\ dA_k/d\xi &= -\alpha_k^i A_k + S_{j,l}^k A_j A_l^* \exp(i\Delta), \end{aligned} \quad (5)$$

$$S_{k,l}^j = \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \bar{M}_{k,l}^j dY \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \left( \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \alpha_j \right) dY,$$

$$\Delta = \int (\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)' dX \dots \Delta(\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)^y dx.$$

Здесь  $\Delta$  — коэффициент фазовой синхронизации, в нем учитывается возможная расстройка по волновым числам в триплетах,  $\bar{Z}^{0+}$  — решения сопряженной к (3) однородной системы уравнений.

Коэффициенты нелинейной связи  $S$ , выраженные через нелинейные члены  $F$  системы (3), характеризуют силовое поле, создаваемое взаимодействующими волнами. Члены с  $\Delta$  учитывают возможную расстройку волновой связи в триплетах по  $\alpha^i$ .

В системе (5) целесообразно перейти от интегрирования по  $\xi$  к интегрированию по  $Re$ , тогда на пластине  $\partial/\partial\xi = 1/2 \cdot \partial/\partial Re$ .

Рассмотрим начальные условия для комплексных амплитуд  $A = |A| \exp(i\psi)$ . Если известны интенсивности  $I$  волновых компонент в начальном сечении  $Re_0$ , то  $|A|$  и  $\psi$  можно выразить через расчетные значения пульсации массовой скорости  $m$ :  $I(Re_0) = |A|^2 m(Y_m) \exp(-\alpha^i Re_0)$ , а  $\psi$  — произвольно, обычно  $\psi(Re_0) = 0$ .

Принималось, что в  $Y_m$  значение пульсации массовой скорости  $m = \rho u + \zeta U$  какой-либо преобладающей компоненты максимально, обычно это была компонента на большей частоте (гармоника). Численно рассчитывалось значение средней массовой скорости  $\rho U(Y_m)$  и начальные интенсивности  $I$  выражались в долях  $\rho U$ . Начальные значения модулей амплитуд субгармонических волн варьировались в широких пределах.

Для каждой волновой моды для удобства вводился безразмерный частотный параметр  $F$ , связанный с частотой зависимостью  $\omega = ReF$ , а также приведенное безразмерное волновое число  $b = \beta \cdot 10^3 / Re$  оставались постоянными. В работе рассмотрены как плоские двумерные (2D) волны с  $\beta = 0$ , так и косые трехмерные (3D) волны с разными  $\beta \neq 0$ .

После этих необходимых разъяснений рассмотрим полученные результаты.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В расчетах сделана привязка к экспериментам [11], в тесном взаимодействии с которыми в последние годы проводится моделирование явлений в сверхзвуковом пограничном слое. Эксперименты выполняются в пограничном слое на пластине при числе Маха свободного потока  $M = 2$  и единичном числе Рейнольдса  $R_1 = 6,5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . В поток искровым источником вводятся искусственно модулируемые возмущения, так что на осциллограммах пульсаций ниже по потоку обнаруживаются сигналы на частоте гармоники ( $f_G = 20 \text{ кГц}$ ) и на частоте субгармоники ( $f_S = 10 \text{ кГц}$ ). В безразмерном виде эти частоты соответствуют частотным параметрам  $f_G = 0,38 \cdot 10^{-4}$  и  $f_S = 0,19 \cdot 10^{-4}$ . Измерения проводятся в диапазоне  $3,5 \cdot 10^5 \leq R_x \leq 5,3 \cdot 10^5$ , что соответствует числам Рейнольдса  $Re > 620$ . Система (5) решалась для  $600 \leq Re \leq 1600$ , что несколько больше диапазона измерений [11]. В опытах температура торможения была постоянной и составляла  $390 \text{ К}$ ,  $\gamma = 1,4$ , число Прандтля  $\sigma = 0,72$ . Эти же параметры использованы при моделировании.

В работе рассмотрено несколько триплетов, связывающих возмущения на указанных частотах. В таблице приведены данные, позволяющие представить ориентацию волн на  $x, z$  плоскости. В триплетах точно выполнялась синхронизация по частотам и боковым (трансверсальным) волновым числам  $\beta$  (или волновым параметрам  $b$ ). В работе [4] первый из них — несимметричный по  $\beta$  — назван

Таблица

Номер триплета, №	Размерность гармоники на $F_G = 0,38 \cdot 10^{-4}$	Размерность 1 субгармоники на $F_S = 0,19 \cdot 10^{-4}$	Размерность 2 субгармоники на $F_S = 0,19 \cdot 10^{-4}$
1 (эксперим.)	3D ( $b = 0,12$ )	3D ( $b = 0,212$ )	3D ( $b = -0,092$ )
2	2D ( $b = 0$ )	3D ( $b = 0,075$ )	3D ( $b = -0,075$ )
3	3D ( $b = 0,075$ )	3D ( $b = 0,075$ )	2D ( $b = 0$ )
4	2D ( $b = 0$ )	2D ( $b = 0$ )	2D ( $b = 0$ )

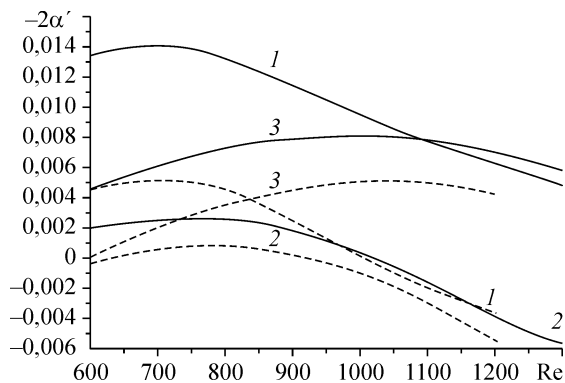


Рис. 1. Зависимость продольной степени усиления  $\alpha^i$  от числа Рейнольдса для линейных волн первого несимметричного триплета при частотном параметре  $F = 0,38 \cdot 10^{-4}$  (1) и субгармоник при  $F = 0,19 \cdot 10^{-4}$  (2 и 3) на непроницаемой (штриховые линии) и пористой (сплошные линии) поверхностях.

экспериментальным, в нем гармоника и первая субгармоническая компонента имеют максимальные инкременты в окрестностях  $Re \sim 700$ , а в третьей компоненте значение  $\beta$  подбиралось для выполнения точного фазового равенства. Как отмечается в экспериментах, в таком триплете в нелинейной области эволюции возмущений наиболее сильны резонансные взаимодействия. Остальные триплеты можно назвать симметричными — в них в разной комбинации связаны двумерные  $2D$  и трехмерные  $3D$  волны гармоника и субгармоник (наиболее часто реализуемых углов наклона волнового вектора в  $x, z$  плоскости  $\sim 40^\circ$ ).

Параметры пористой поверхности соответствовали технологически приемлемым значениям, а именно: в основных вариантах расчетов пористость  $n = 0,5$ , безразмерные значения толщины пористого покрытия  $H = 3 \cdot 10^4$  соответствовали поверхностям, наклеенным на подложку в  $(0,75 \pm 1)$  мм, и радиусы пор  $r_1 = 600$   $(0,05 \pm 0,1)$  мм.

На рис. 1 приведены наиболее показательные характеристики вихревых волн — степени пространственного нарастания  $\alpha^i$  для непроницаемой и пористой поверхностей (штриховые и сплошные линии) составляющих первого триплета: гармоника и двух субгармоник (цифры 1–3). Установлено, что инкременты всех волн на пористой поверхности возрастают, а это значит, что увеличиваются степени пространственного нарастания. Также значительно увеличиваются и пространственные области существования растущих областей эволюции. Если для гармоники на непроницаемой поверхности точка верхней ветви нейтральной кривой лежит в окрестности  $Re \sim 1050$ , то на пористой она смещается в область  $Re \sim 3000$ . Та же тенденция (пусть и не так явно) прослеживается и для субгармонических компонент.

На следующих рисунках те же зависимости приведены для составляющих триплетов 2–4, на рис. 2 — для двумерной (кривые 1) и для трехмерной (кривые 2) гармоник, а на рис. 3 — для  $2D$  и для  $3D$  субгармоник. Общие закономерности здесь точно

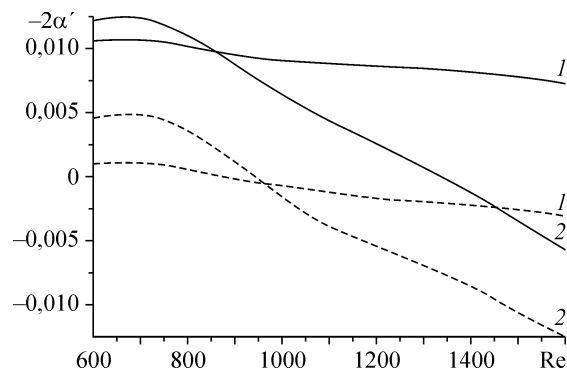
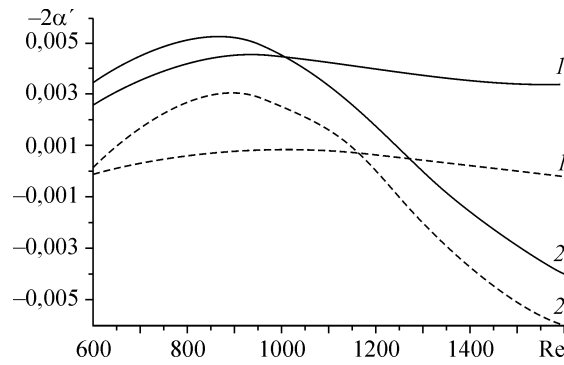


Рис. 2. Зависимость линейных инкрементов  $\alpha^i$  от числа Рейнольдса  $Re$  вихревых волн на частоте гармоники  $F = 0,38 \cdot 10^{-4}$  на непроницаемой (штриховые линии) и пористой (сплошные линии) поверхностях.

Двумерные волны (1), трехмерные волны с  $b = 0,15$  симметричных триплетов 2–4 (2).

Рис. 3. То же, что и на рис. 1, 2, для субгармоник  $F = 0,19 \cdot 10^{-4}$ .



такие же, как и в первом триплете. Эти кривые должны помочь при интерпретации данных в нелинейных областях.

На рис. 4 показано влияние степени пористости  $n$  на инкременты первого триплета. Семейство  $G$  определяет зависимости для гармоника, семейство  $S_1$  — для первой,  $S_2$  — для второй субгармоник. Цифрами 1–3 здесь обозначены данные для  $n = 0,25, 0,5, 0,75$ . Становится очевидным, что повышение пористости сильнее дестабилизирует возмущения всех компонент триплета и особенно это сказывается на параметрах волны на большей частоте.

Можно высказать следующее предположение о причинах такого влияния пористости: из-за того, что на такой стенке в пристенной области поперечная волновая составляющая не равна нулю, возрастают силовые характеристики рейнольдсовых напряжений. Это приводит к тому, что в пристенном слое формируется более мощный вихрь, и связанные с ним волны (называемые вихревыми) усиливаются и более быстро нарастают.

При моделировании начальная интенсивность пульсаций массовой скорости гармонической компоненты выбиралась преобладающей, равной 0,1 % от среднего значения  $\rho U$ . Начальные интенсивности субгармонических компонент, как правило, были на порядок меньше. Пороговые значения интенсивностей начала нелинейных взаимодействий — разные для разных триплетов, для первого, к примеру, это значение 0,01 % от среднего  $\rho U$  для гармоника, а для других триплетов — значительно выше.

Интересно проследить за степенью синхронизации фазовых соотношений трехволновых систем, которые определяются соотношениями (5), а именно:  $\Delta = (\alpha_{S_1} + \alpha_{S_2} - \alpha_G)^r$ . На рис. 5 приведены степени расстройки  $2\Delta$  для всех рассмотренных триплетов (цифры 1–4) как в варианте непроницаемой (штриховые линии), так и для пористой поверхностей (сплошные кривые). При переходе к пористой

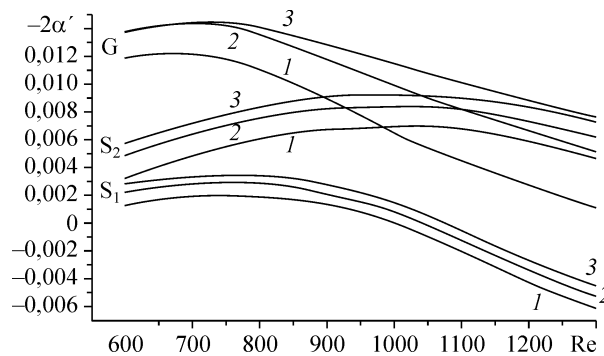


Рис. 4. Зависимости  $\alpha^i$  от числа Рейнольдса  $Re$  для линейных волн первого триплета при разных степенях пористости  $n = 0,25$  (1),  $0,5$  (2),  $0,75$  (3) для гармоника (семейство  $G$ ) (1), первой  $S_1$  (2) и второй  $S_2$  (3) субгармоник.

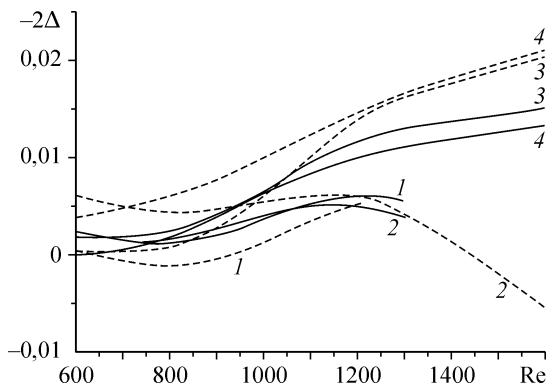


Рис. 5. Степени рассогласования  $\Delta$  для триплетов 1–4 (1–4).

стенке степени расстройки для всех триплетов как правило уменьшаются, хотя в областях заведомо малых  $\Delta$  есть и обратные соотношения. Как замечено ранее [4, 10], если в продольном направлении существуют области зацепления, где значения  $\Delta$  малы, а интенсивности волн в них выше пороговых значений таким

образом, что нелинейное взаимодействие волн возможно и уже проявилось, то вниз по потоку оно сохранится даже при увеличении рассогласования в фазовых соотношениях триплетов.

Следующие рисунки непосредственно иллюстрируют нелинейное взаимодействие в разных трехволновых системах. Выбрана система представления данных в виде соотношения  $I_n/I_{lin}$ , по рисунку можно сразу увидеть соотношение нелинейного ( $n$ ) и линейного ( $lin$ ) процессов. На рис. 6 приведены данные для первого триплета. Установлено, что в нем нелинейное взаимодействие осуществляется в режиме параметрической накачки. Волной накачки выступает гармоническая (цифра 1) компонента, которая развивается по линейному закону как на непроницаемой (штриховые линии), так и на пористой (сплошные кривые) поверхностях.

Установлено, что в данном триплете нелинейно нарастет только первая субгармоника, обозначенная цифрой 2. Рост этот начинает проявляться уже при невысоких числах  $Re$  и существенен на обеих поверхностях. Степень нарастания этой компоненты в нелинейной области более значительна на пористой поверхности. Можно только предположить, что преимущественное усиление этой субгармоники в данном триплете связано с ее невысокими линейными инкрементами. Вторая субгармоника (цифра 3) развивается по чисто линейному закону.

Согласно системе (5), пространственная эволюция амплитуд компонент триплетов определяется как линейным усилением в соответствии с их инкрементами  $\alpha^i$  (первые члены в правых частях уравнений), так и нелинейными добавками,

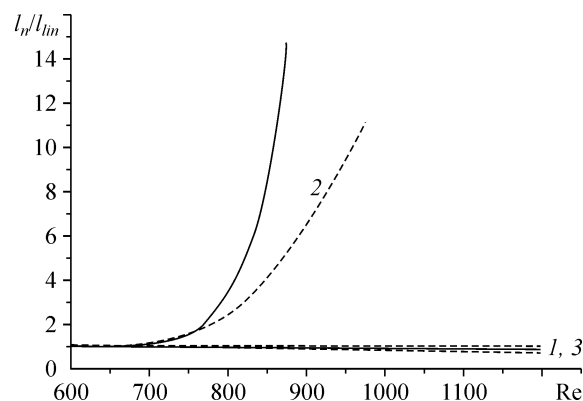
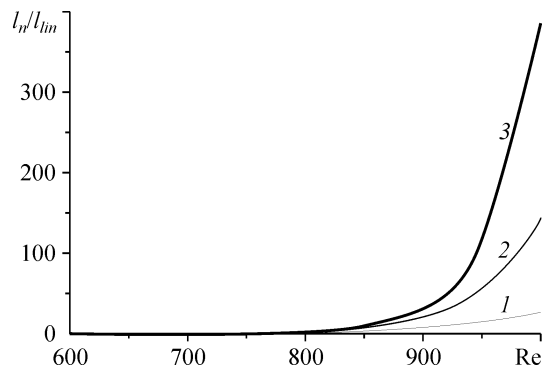


Рис. 6. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей  $I_n/I_{lin}$ , взаимодействующих вихревых волн первого триплета от  $Re$  на непроницаемой (штриховые линии) и на пористой (сплошные линии) поверхностях для гармоники и субгармоник (1–3).



Рис. 7. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей  $I_n/I_{lin}$  от  $Re$  для первой субгармоники первого триплета на пористой поверхности при разных степенях пористости  $n = 0,25$  (1),  $0,5$  (2),  $0,75$  (3).



представленными коэффициентами взаимовлияния  $S$ . Можно только предположить, что преимущественное нелинейное усиление первой субгармоники

в данном триплете связано с ее невысокими линейными инкрементами  $\alpha^i$ , что ясно можно видеть из рис. 4 (семейство  $S_1$ ), и превалированием нелинейного члена в этой сумме.

Для второй субгармоники (семейство  $S_2$ , см. рис. 4) линейные инкременты достаточно велики в сравнении с первой, что и определяет сравнительное преобладание линейного усиления в процессе продольной эволюции этой компоненты.

Для несимметричного триплета проведено исследование влияния на нелинейное взаимодействие степени пористости  $n$ . Рассмотрены  $n = 0,25, 0,5, 0,75$ , инкременты при данных степенях показаны на рис. 4. Для этого варианта начальные интенсивности субгармоник были несколько ниже разобранный выше случая. Рис. 7 показывает сравнительные интенсивности первой субгармоники в нелинейной области. Как и следовало ожидать, увеличение пористости поверхности интенсифицирует нелинейный рост этой компоненты.

Аналогично этому сценарию идут нелинейные взаимодействия в триплетах 2 и 4 (рис. 8 и 9). В них из-за симметрии достаточно проследить за поведением только одной субгармоники (цифра 2 на рис. 8, 9). Заданная начальная интенсивность гармонической компоненты на непроницаемой поверхности оказывается ниже пороговой и поведение всех волн определяют чисто линейные процессы. Нелинейные взаимодействия заметны только на пористой поверхности, они осуществляются в том же режиме параметрической накачки и приводят к усилению субгармонических компонент, причем трехмерная субгармоника (см. рис. 8) усиливается значительно раньше и сильнее двумерной (см. рис. 9).

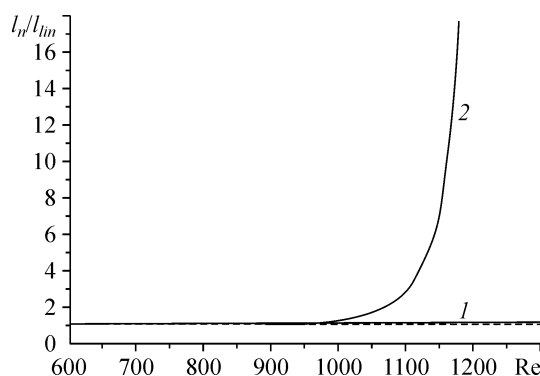


Рис. 8. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей  $I_n/I_{lin}$  от  $Re$  для 2D гармоника (1) и 3D субгармоники (2) второго триплета на пористой поверхности при степени пористости  $n = 0,5$  (2) и непроницаемой (штриховая линия).

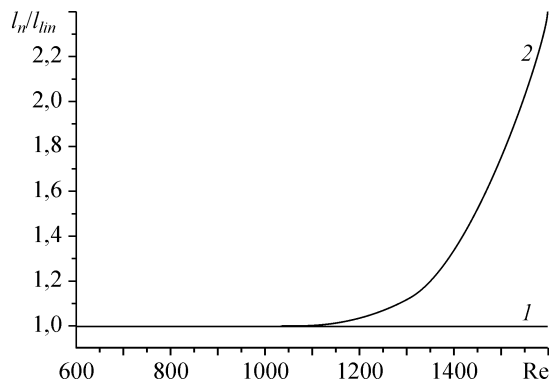


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, для 2D гармоники (1) и 2D субгармоники (2) четвертого триплета ( $n = 0,5$ ).

Сравнение интенсивностей нелинейных процессов в триплете 1 и триплетах 2 и 4 подтверждает вывод о приоритете несимметричного (экспериментального) триплета в нелинейной области.

Нелинейные взаимодействия в триплете 3 значительно отличаются от разобранных выше, а эволюцию волн в нем можно назвать аномальной (рис. 10). В этом триплете рассмотрено взаимодействие трехмерной гармоники (цифра 1) и трехмерной и двумерной субгармоник (цифры 2 и 3). Оказалось, что в нем нелинейные процессы очень слабые, они проходят не в параметрическом режиме, а в режиме перераспределения, когда усиление одной волны вызывает деградацию другой. Установлено, что в нелинейной области интенсивность гармоники понижается по сравнению с ее линейными значениями, а интенсивность субгармоник возрастает, причем 2D компонента усиливается больше 3D компоненты. Аномальность проявляется и в том, что нелинейные степени роста волн на непроницаемой поверхности опережают аналогичные на пористой стенке. Известно, что при слабых нелинейных взаимодействиях направление передачи энергии зависит от взаимной фазовой ориентации амплитудных векторов (фаз  $\psi$  в (5)). Численное моделирование этой зависимости показало, что меняются величины  $I_n/I_{lin}$ , но не меняется направленность процесса. Пример триплета 3 показывает, что существуют комбинации волн, развитие которых в нелинейной области индивидуально. Скорее всего это связано с соотношениями линейных инкрементов, составляющих такие триплеты. Вопрос нуждается в дальнейшей проработке и экспериментальной проверке.

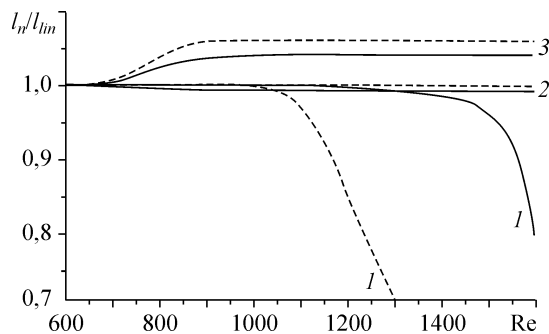


Рис. 10. Зависимость отношения нелинейных и линейных интенсивностей  $I_n/I_{lin}$  от  $Re$  для 3D гармоники, 3D и 2D субгармоник (1–3) третьего триплета на непроницаемой (штриховые линии) и на пористой (сплошные линии) поверхностях при степени пористости  $n = 0,5$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в рамках слабонелинейной теории устойчивости моделирование взаимодействия вихревых возмущений в сверхзвуковом пограничном слое при числе Маха  $M = 2$  на непроницаемой и пористой поверхностях позволило выявить основные закономерности взаимодействий в трехволновых резонансных системах. Решена краевая задача и установлено, что на пористой поверхности линейные инкременты вихревых возмущений значительно увеличиваются, расширяется область опасных частот и возрастает пространственная протяженность существования растущих колебаний.

Рассмотрены взаимосвязи в нескольких триплетах, составленных из двумерных и трехмерных волн на частотах, связанных условиями фазового синхронизма. Выявлено, что нелинейные взаимодействия в несимметричном триплете значительно сильнее по сравнению с взаимодействиями в симметричных триплетах как на непроницаемой, так и на пористой поверхностях.

Установлено, что в сверхзвуковом пограничном слое нелинейные взаимодействия в большинстве случаев осуществляются в режиме параметрического резонанса. Волной накачки выступает волна на большей частоте (гармоника), процесс проходит с преимущественным усилением субгармонических компонент, имеющих в линейной области невысокие инкременты. Нелинейные взаимодействия, как правило, значительно интенсивнее на пористой поверхности, они осуществляются в широком частотном диапазоне, что приводит к широкополосному нарастанию субгармонических вихревых волн.

Обнаружено, что существуют триплеты, в которых относительно слабые нелинейные взаимодействия осуществляются между волнами в режиме перераспределения, что приводит к небольшому затуханию гармоники и небольшому усилению субгармонических компонент. Подобное взаимодействие проходит более интенсивно для двумерных вихревых волн. В таких триплетах нелинейные взаимодействия более интенсивны на непроницаемой поверхности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гапонов С.А., Терехова Н.М., Смородский Б.В. Трехволновое взаимодействие возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 39–45.
2. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // Известия РАН. МЖГ. 2009. №3. С. 39–45.
3. Bountin D.A., Shplyuk A.N., Maslov A.A., Chokani N. Nonlinear aspects of hypersonic boundary layer stability on a porous surface // 42<sup>nd</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2004/Reno, NV; AIAA Paper. 2004. N 0258.
4. Гапонов С.А., Масленикова И.И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 1–10.
5. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–38.
6. Tumin A. Nonlinear interaction of wave trains in a supersonic boundary layer // Phys. Fluids. 1996. Vol. 8, No. 9. P. 2552–2554.
7. Гапонов С.А. Влияние сжимаемости газа на устойчивость пограничного слоя над пористой поверхностью при дозвуковых скоростях // ПМТФ. 1975. № 1. С. 121–125.
8. Гапонов С.А. Влияние свойств пористого покрытия на устойчивость пограничного слоя // Изв. СОАН СССР. Сер. техн. наук. 1971. № 3, вып. 1. С. 21–23.
9. Daniels F.B. On the propagation of sound waves in a cylindrical conduit // J. Acoust. Soc. Amer. 1950. Vol. 22, No. 5. P. 563–564.
10. Зельман М.Б. О нелинейном развитии возмущений в плоскопараллельных потоках // Изв. СОАН СССР. Сер. техн. наук. 1974. Вып. 3, № 13. С. 16–21.
11. Kosinov A.D., Semionov N.V., Shevelkov S.G. Investigation of supersonic boundary layer stability and transition using controlled disturbances // Inter. Conf. on Methods of Aerophysical Research. Pt. 2. Novosibirsk. 1994. P. 159–166.

*Статья поступила в редакцию 5 марта 2009 г.*