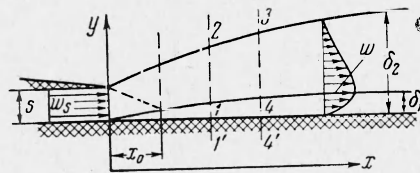


**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАТОПЛЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ
С ТВЕРДОЙ СТЕНКОЙ**

Э. П. Волчков, С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев
(Новосибирск)

Исследованию турбулентного слоя в пристенных струях посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ [1-10]. Большинство теоретических работ основано на совместном решении уравнений турбулентной струи и пограничного слоя, нарастающего на стенке. Различие заключается в способе сращивания распределения скоростей и температур, а также в принимаемых законах трения и теплообмена. Ниже излагается метод расчета, основанный на дальнейшем развитии идеи о консервативности законов пристенной турбулентности по отношению к изменению граничных условий.

1. Интегральное соотношение импульсов. Рассмотрим плоскую турбулентную струю, бьющую из щели и распространяющуюся вдоль гладкой плоской стенки (фиг. 1) в пространстве, заполненном жидкостью той же плотности. На стенке, начиная с сечения $x = 0$, нарастает пристеночный пограничный слой толщиной δ_1 , на внешней границе которого имеет место максимум скорости (точка перегиба в профиле скорости $\partial w / \partial y = 0$).



Фиг. 1. Схема течения в полуограниченной затопленной струе

Для элемента струи dx толщиной δ_2 уравнение импульсов имеет вид

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_2} \rho w^2 dy = -\tau_w \quad (1.1)$$

или

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_1} \rho w^2 dy + \frac{d}{dx} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \rho w^2 dy = -\tau_w \quad (1.2)$$

Полагая, что силы трения на внешней границе пристеночного пограничного слоя равны нулю (так как $\partial w / \partial y = 0$ при $y = \delta_1$), составляем уравнение импульсов для контура 1-2-3-4

$$\frac{d}{dx} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \rho w^2 dy + w_0 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_1} \rho w dy = 0 \quad (1.3)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{d}{dx} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \rho w^2 dy = -w_0 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_1} \rho w dy \quad (1.4)$$

С учетом (1.4) уравнение (1.2) примет вид

$$w_0 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_1} \rho w dy - \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_1} \rho w^2 dy = \tau_w \quad (1.5)$$

Введем характерные величины пограничного слоя: δ^{**} — толщину потери импульса и δ^* — толщину вытеснения

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta_1} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \left(1 - \frac{w}{w_0}\right) dy, \quad \delta^* = \int_0^{\delta_1} \left(1 - \frac{\rho w}{\rho_0 w_0}\right) dy$$

Уравнение (1.5) можно привести к виду

$$\tau_w = \frac{d}{dx} \rho_0 w_0^2 \delta^{**} + \rho_0 w_0 (\delta^* - \delta_1) \frac{dw_0}{dx} \quad (1.6)$$

или

$$\frac{dR^{**}}{dX} + \left[1 + \frac{\delta^*}{\delta^{**}} - \frac{\delta_1}{\delta^{**}} \right] \frac{R^{**}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} = \frac{C_{f1}}{2} R_s W_0 \quad (1.7)$$

Здесь

$$R^{**} = \frac{w_0 \delta^{**}}{\nu_0}, \quad X = \frac{x}{s}, \quad W_0 = \frac{w_0}{w_s}, \quad \frac{C_{f1}}{2} = \frac{\tau_w}{\rho_0 w_0^2}, \quad R_s = \frac{w_s s}{\nu_0}$$

При законе распределения скоростей в пристеночном пограничном слое по закону степени $n = 1/7$

$$1 + \frac{\delta^*}{\delta^{**}} - \frac{\delta_1}{\delta^{**}} = C_1 = \text{const} = -8 \quad (1.8)$$

Уравнение (1.7) можно получить также, интегрируя уравнение движения пограничного слоя по оси y от $y = 0$ до $y = \delta_1$

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (1.9)$$

с учетом уравнения неразрывности и граничных условий:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \quad \begin{array}{l} w_x = w_y = 0, \quad \tau = \tau_w \quad \text{при } y = 0 \\ w_x = w_0 = f(x), \quad \tau = 0 \quad \text{при } y = \delta_1 \end{array} \quad (1.10)$$

2. Трение и теплообмен. Принимаем, как обычно, закон трения в пристеночном пограничном слое в форме

$$\frac{C_{f1}}{2} = \frac{\tau_w}{\rho_0 w_0^2} = \frac{A}{R^{**m}} \quad (A = 0.0128, m = 0.25) \quad (2.1)$$

Здесь в скобках указаны значения для турбулентного пограничного слоя [11] в области закона $n = 1/7$. Уравнение импульсов (1.7) примет вид

$$\frac{dR^{**}}{dX} + C_1 \frac{R^{**}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} = \frac{A}{R^{**m}} W_0 R_s \quad (2.2)$$

Известно, что $\delta_1 \ll \delta_2$ [1]. Поэтому можно считать, что закон изменения максимальной скорости в пристеночной струе практически остается тем же, что и в свободной струе [1] с начальным сечением $2S$

$$W_0 = C_2 X^a \approx 3.8 X^{-0.5} \quad (2.3)$$

Тогда, интегрируя уравнение (2.2) от X_0 до X , получим

$$R^{**} = \left\{ R_0^{**m(m+1)} \left(\frac{x_0}{x} \right)^{C_1 a(m+1)} + \frac{A(m+1) R_s C_2 X^{a+1}}{a C_1 (m+1) + a + 1} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{C_1 a(m+1) + a + 1} \right] \right\}^{\frac{1}{m+1}} \quad (2.4)$$

При $x \gg x_0$ имеем

$$R^{**} \approx \left[\frac{A(m+1) R_s C_2 X^{a+1}}{a C_1 (m+1) + a + 1} \right]^{\frac{1}{m+1}} \quad (2.5)$$

Подставляя R^{**} в (2.1), можно получить для коэффициентов трения

$$\frac{\tau_w}{\rho_0 w_0^2} = \frac{C_{f1}}{2} = \frac{0.0315}{R_s^{0.2} X^{0.1}} \quad \left(C_{f1} = 0.0825 \left[\frac{w_0 x}{\nu_0} \right]^{-0.2} \right) \quad (2.6)$$

$$\frac{\tau_w}{\rho_0 w_s^2} = \frac{C_{f2}}{2} = \frac{0.457}{R_s^{0.2} X^{1.1}} \quad (2.7)$$

На фиг. 2 дается сопоставление расчетов по формуле (2.7) (сплошные линии) с опытными данными (точки) Майерса и др. [4]. Как видно, теория удовлетворительно описывает эксперимент. В работе Сигалла [9] была найдена экспериментальная зависимость коэффициента трения на стенке для $X > 30$

$$C_{f1} = 0.0865 \left(\frac{w_0 w_s}{\nu} \right)^{-0.2} \quad (2.8)$$

что только на 5% отличается от формулы (2.6). Себаном и Бэком [7] было найдено, что в спутном потоке с отношением массовых скоростей

$$3 < (\rho w)_s / (\rho w)_\infty < 9$$

величина w_0 меняется по закону

$$w_0 / w_s = 3.6 X^{-0.45} \quad (2.9)$$

Используя этот закон изменения скорости, из равенств (2.1) и (2.5) для пристеночной струи при наличии слабого спутного потока получим формулу для коэффициента трения

$$\frac{C_{f1}}{2} = \frac{0.0314}{R_s^{0.2} X^{0.11}} \quad (2.10)$$

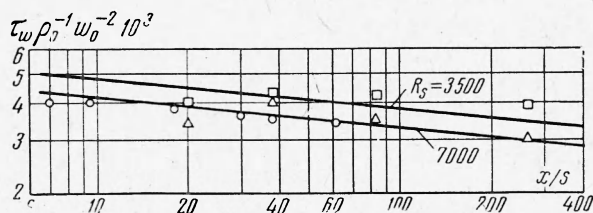
Фиг. 2. Сплошная линия — коэффициент трения на стенке в полуограниченной затопленной струе по формуле (2.7); опытные точки — из работы [4]

Как видно из фиг. 3, формула (2.10) удовлетворительно согласуется с опытными данными [7].

Используя зависимость числа Стантона

$$S = 1/2 C_f P^{0.6}$$

(где P — число Прандтля) из равенств (2.6) и (2.10) получаем:



Фиг. 3. Сплошная линия — трение на стенке при наличии слабого спутного потока по формуле (2.10); опытные точки — из работы [7]

а) для затопленной пристеночной струи числа Стантона и Нуссельта

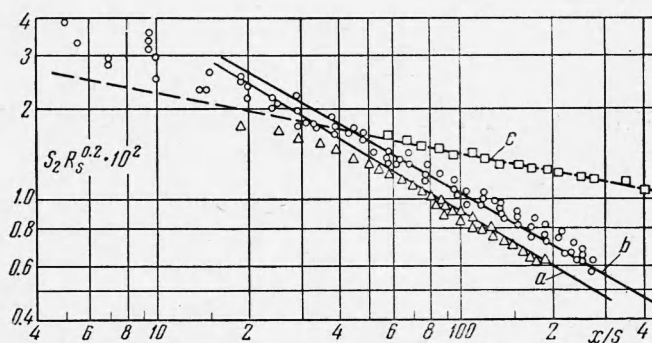
$$S_2 = \frac{\alpha}{\rho_0 w_s C_p} = \frac{0.12}{R_s^{0.2} X^{0.6} P^{0.6}} \quad (2.11)$$

$$N_x = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0.1197 \left(\frac{w_s x}{\nu_0} \right)^{0.8} X^{-0.4} P^{0.4} \quad (2.12)$$

б) для пристеночной струи при наличии слабого спутного потока

$$\frac{(\rho w)_s}{(\rho w)_\infty} > 3, \quad S_2 = \frac{0.113}{R_s^{0.2} X^{0.56} P^{0.6}} \quad (2.13)$$

На фиг. 4 дается сопоставление расчетов по формулам (2.11) и (2.13) с опытными данными [5], Себана и Бэка [6,7]. На этой фигуре нанесены



Фиг. 4. Коэффициент теплообмена в полуограниченной струе: a, b, c — расчет по формулам (2.11), (2.13) и (2.14); треугольные точки — опыты [5] при $t_w = \text{const}$; круглые — опыты [6,7] при $q_w = \text{const}$, $3 < (\rho w)_s / (\rho w)_\infty < 9$; точки четырехугольные — опыты [6] при $q_w = \text{const}$, $1.05 < (\rho w)_s / (\rho w)_\infty < 1.1$

их же опытные данные [6] для случая $(\rho w)_s / (\rho w)_\infty \approx 1$, которые хорошо описываются обычной зависимостью

$$S_2 = 0.0288 R_x^{-0.2} P^{-0.6} \quad (2.14)$$

В работе Якоба и др. [10] экспериментально была найдена зависимость

$$N_x = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0.105 \left(\frac{w_s x}{\nu} \right)^{0.8} X^{-0.4} \quad (2.15)$$

которая при числе Прандтля $P = 0.71$ совпадает с формулой (2.13).

Поступила 14 VIII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960.
2. Акатнов Н. И. Распространение плоской турбулентной струи вдоль твердой, гладкой и шероховатой поверхностей. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 1.
3. Кузнецов А. Л., Сударев А. В. Аэродинамика и теплоотдача плоской турбулентной струи, растекающейся вдоль плоской поверхности. Энергомашиностроение, 1964, № 6.
4. Myers G. E., Schauer I. I., Eustis R. H. Plane Turbulent Wall Jet Flow Development and Friction Factor. Trans. ASME, ser. D, 1963, vol. 85, No. 1.
5. Майерс Г. Е., Шауер И. И., Юстис Р. Н. Теплообмен в плоских турбулентных струях у стенки. Тр. Американского об-ва инженеров-механиков (русс. перев.; Теплопередача, сер. С., 1963, т. 85, № 3).
6. Seban R. A. Heat Transfer and Effectiveness for a Turbulent Boundary Layer With Tangential Fluid Injection. Trans. ASME, ser. C., 1960, vol. 82, No. 4.
7. Seban R. A., Bask L. H. Velocity and Temperature Profiles in a Wall Jet. Internat. J. Heat and Mass Transfer, 1961, vol. 3, No. 4.
8. Sigalla A. Measurements of Skin Friction in a Plane Turbulent Wall Jet., J. Roy. Aeronaut. Soc., 1958, vol. 62, December.
9. Sigalla A. Experimental Data on Turbulent Wall Jets. Aircraft Engng., 1958, vol. 30, No. 351.
10. Jakob M., Rose R., Spielman M. Heat Transfer From an Air Jet to a Plane Plate With Entrainment of Water Vapor From the Environment. Trans. ASME, 1950, vol. 72, No. 6.
11. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Изд-во СО АН СССР, 1962.