ПМТФ, № 5, 1961

РАСШИРЕНИЕ ГАЗОВОЙ ПОЛОСТИ В НЕСЖИМАЕМОЙ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

(К ИЗУЧЕНИЮ ДЕЙСТВИЯ ВЗРЫВА НА ГРУНТ)

Е. И. Шемякин

(Новосибирск)

Рассматривается задача о расширении сферической полости в упруго-пластической среде. Результаты, приведенные в статье, позволяют оценить радиусы зон ожидаемых разрушений грунта при подземном взрыве.

1. Рассмотрим центрально-симметричную задачу для полей напряжений и скоростей, возникающих при расширении сферической полости под действием внутреннего давления в несжимаемой упруго-пластической среде. Скорость частиц среды $u(r, t)$ направлена по радиусу из центра полости; поле напряжений σ_r, $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$ является главным.

Состояние среды характеризуется следующим образом:

а) Объемные деформации отсутствуют, т. е. $\varepsilon = 0$ при нагрузке и при разгрузке, начальная плотность среды не меняется.

b) В упругой области главное касательное напряжение и деформация сдвига γ (главный сдвиг) связаны законом Гука

$$\tau = \mu\gamma, \qquad \mu = \text{const} \ \ (\mu \text{ — модуль сдвига}) \tag{1.1}$$

По достижении деформацией сдвига предельного упругого значения γ_e (для упругих сред величина $\gamma_e \approx 10^{-2} - 10^{-4}$) начинается пластическое течение материала. Если разгрузка начинается при некотором $\gamma' > \gamma_e$, т. е. в пластической области, то при разгрузке считается справедливым закон Гука

$$\tau - \tau' = \mu(\gamma - \gamma'), \qquad \tau' = \mu\gamma' \tag{1.2}$$

с) В пластической области главные напряжения σ_r и σ_φ связаны условием пластичности. В общем случае для центрально-симметричного поля напряжений условие пластичности можно записать в виде [1]

$$\sigma_\varphi - \sigma_r = f(I_1, I_3) \tag{1.3}$$

где $f(I_1, I_3)$ — некоторая функция первого и третьего инвариантов тензора напряжений. Напомним, что $\sigma_\varphi - \sigma_r = 2\tau$, а главное касательное напряжение τ имеет порядок второго инварианта тензора напряжений

$$\tau \approx I_2$$

Таким образом, условие (1.3) определяет некоторую связь всех трех инвариантов тензора напряжений.

Обычно условие (1.3) упрощают и пользуются для оценок одним из простых условий пластичности:

(а) $\sigma_\varphi - \sigma_r = 2\tau_s = \text{const}$ — условие идеальной текучести.

(б) $\sigma_\varphi - \sigma_r = k + m(\sigma_r + 2\sigma_\varphi)$ — условие Прандтля.

Последнее условие для сыпучих сред определяет при постоянных k и m линейную связь между главными напряжениями σ_r и σ_φ.

Примем в дальнейшем в качестве основного в рассматриваемой задаче условие идеальной текучести

$$\sigma_\varphi - \sigma_r = 2\tau_s \tag{1.4}$$

Это условие пластичности определяет некоторый согласованный закон изменения компонент σ_r и σ_φ тензора напряжений с расстоянием, поэтому при решении задачи можно ограничиться изучением поведения σ_r.

2. Пусть в момент времени $t = 0$ в среде, механические свойства которой описаны в п. 1, начинает расширяться сфера радиуса $R_0(t)$ под действием внутреннего давления

$$p_0 = p_{00}\left(\frac{R_0'}{R_0}\right)^{3n} \tag{2.1}$$

созданного газообразными продуктами взрыва, R_0' — первоначальный радиус газовой полости (радиус заряда), p_{00} и n — постоянные [2]

$$p_{00} = 1.2\cdot 10^4 \ \mathit{ата}, \qquad n = 1.25 \tag{2.2}$$

Движение среды описывается уравнением

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = \rho\frac{\partial u}{\partial t} + \rho u\frac{\partial u}{\partial r} \tag{2.3}$$

Здесь r — координата, ρ — плотность.

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial r} + 2\frac{u}{r} + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = 0$$

вследствие предположения $\rho = \mathrm{const}$ допускает известный интеграл

$$u = \frac{\lambda(t)}{r^2} \tag{2.4}$$

Здесь $\lambda(t)$ — некоторая произвольная функция времени.

В пластической области уравнение движения (2.3) можно проинтегрировать (при этом в (2.3) подставляется u из (2.4) и учитывается условие пластичности (1.4))

$$\sigma_{rp} = 4\tau_s \ln r - \frac{\rho\dot{\lambda}_p}{r} + \frac{\rho\lambda_p^{\,2}}{2r^4} + C(t) \tag{2.5}$$

где $C(t)$ — произвольная функция[1].

В упругой области (среда несжимаемая, но допускает упругие сдвиги) напряжения и деформации связаны соотношениями

$$\sigma_{re} = -p + 2\mu\frac{\partial w}{\partial r}, \qquad \sigma_{\varphi e} = -p + 2\mu\frac{w}{r} \tag{2.6}$$

Здесь $p(r, t)$ — гидростатическое давление, равное

$$-3p = \sigma_{re} + 2\sigma_{\varphi e}$$

а $w(r, t)$ — упругое перемещение, деформации $\partial w/\partial r$ и w / r считаются малыми в упругой области.

После элементарных преобразований уравнение движения (2.3) к функции $p(r, t)$ с учетом интеграла (2.4) для упругой области и интегрирования (2.3) в упругой области можно определить гидростатическое давление

$$-p = -\frac{\rho\dot{\lambda}_e^{\,7}}{r} + \frac{\rho\lambda_e^{\,2}}{2r^4} + C_1(t) \tag{2.7}$$

---

[1] Индексы p и e здесь и в дальнейшем используются для обозначений величин, относящихся к пластической и упругой областям соответственно. Точка означает дифференцирование по времени.

Здесь $\lambda_e(t)$, $C_1(t)$ — также произвольные функции времени.

Система четырех произвольных функций должна быть определена при помощи следующих краевых условий.

1) На границе расширяющейся полости при $r = R_0(t)$ имеем

$$u_p(R_0) = \dot{R}_0, \qquad -\sigma_r(R_0) = p_0 \tag{2.8}$$

2) На «фронте» пластической волны при $r = R(t)$, т. е. на границе упругой и пластической областей, должны быть учтены аналогичные условия

$$-p = \sigma_r + \frac{4}{3}\tau_s, \qquad u_p(R) = u_e(R) \tag{2.9}$$

Из последнего условия сразу же следует

$$\lambda_p = \lambda_e \equiv \lambda(t)$$

Кроме того, для интеграла (2.7) должно быть поставлено условие $p \to p_h$ при $r \to \infty$. Будем считать p_h постоянной величиной, о выборе ее значений при проведении оценок будет упомянуто ниже.

3. Согласно условию на бесконечности полагаем в (2.7) $C_1(t) = p_h$, что позволяет в свою очередь определить $C(t)$ при помощи первого из условий (2.9). Так что

$$\sigma_{rp} = 4\tau_s \ln\frac{r}{R} - \frac{4}{3}\tau_s - \frac{\rho\dot{\lambda}}{r} + \frac{\rho\lambda^2}{2r^4} - p_h \tag{3.1}$$

Если учесть условия (2.8), то можно получить простое уравнение для неизвестной в задаче функции $R_0(t)$

$$R_0\ddot{R}_0 + \frac{3}{2}\dot{R}_0^2 = \frac{p_{00}}{\rho}\left(\frac{R_0'}{R_0}\right)^{3n} - \frac{4}{3}\frac{\tau_s}{\rho}\left[\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + 1\right] - \frac{p_h}{\rho} \tag{3.2}$$

Введем безразмерные переменные

$$y = \frac{\rho}{p_{00}}\dot{R}_0^2, \qquad x = \frac{R_0}{R_0'} \tag{3.3}$$

и будем считать, что

$$y|_{x=1} = V^2 \quad \text{при } x = 1, \qquad V = \text{const}$$

Из (3.2) следует уравнение для $y(x)$

$$y' + 3\frac{y}{x} = \frac{2}{x}\left\{x^{-3n} - \frac{4}{3}\frac{\tau_s}{p_{00}}\left[\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + 1\right] - \frac{p_h}{p_{00}}\right\} \tag{3.4}$$

которое будет основным в задаче. В самом деле, если будет найден интеграл $y(x)$, можно найти распределение напряжений и скоростей в среде, в частности и на фронте пластической волны при $r = R(t)$.

Так, например, зависимость нормального напряжения $\sigma_r(R)$ от x представляется в виде

$$-\frac{\sigma_r(R)}{p_{00}} = \frac{4\tau_s}{3p_{00}} + \frac{R_0}{R}\left[x^{-3n} - \frac{4A\tau_s}{3p_{00}} + \frac{y(x)}{2}B\right] + \frac{p_h}{p_{00}}\left(1 - \frac{R_0}{R}\right) \tag{3.5}$$

Здесь

$$A = \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + 1, \qquad B = 1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^3$$

Из уравнения (3.4) можно определить радиус полости для статической задачи; давление p_{00} прилагается к стенкам полости не скачком, а весьма медленно. В этом случае

$$x_0 = \left(\frac{4A\tau_s}{3p_{00}} + \frac{p_h}{p_{00}}\right)^{-\frac{1}{3n}}$$

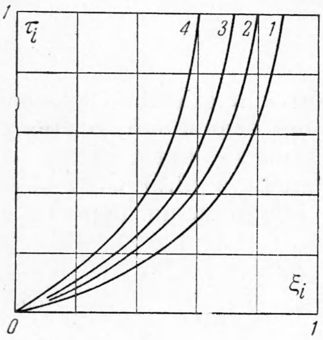
4. Воспользуемся конкретным свойством диаграммы $\tau - \gamma$, позволяющим выполнить элементарное интегрирование уравнения (3.4).

Как было отмечено выше, пластическое течение материала наступает по достижении деформацией сдвига γ значения γ_e. Для того чтобы определить $\gamma(r, t)$, необходимо знать явное описание перемещения $w(r, t)$.

Перемещение точки, имеющей координату r до деформации, можно найти из условия несжимаемости материала

$$w(r, t) = (r^3 + R_0^3 - R_0'^3)^{1/3} - r \tag{4.1}$$

При $r \gg R_0$, что имеет место в окрестности фронта пластической волны на значительном участке его движения, перемещение w можно приближенно описать выражением



Фиг. 1

$$w(r, t) \approx \frac{R_0^3}{3r^2}(1 - x^{-3}) \tag{4.2}$$

При помощи (4.1) можно вычислить главный сдвиг

$$\gamma = \frac{w}{r} - \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{2}\left(\frac{w}{r}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2$$

так что

$$\gamma = z\frac{1 + {}^1/_2 z}{(1+z)^{4/3}}, \qquad z = \left(\frac{R_0}{r}\right)^3 (1 - x^{-3}) \tag{4.3}$$

Следует отметить, что при $r / R_0 > 1 > 1 / x$ можно определить главный сдвиг при помощи простой аппроксимации

$$\gamma = \ln(1 + z) \tag{4.4}$$

Имея в виду применение (4.3) к области, в которой $\gamma \ll 1$, будем пользоваться простым описанием γ, следующим из (4.3) и, естественно, из (4.4)

$$\gamma \approx z \tag{4.5}$$

На фронте пластической волны $\gamma = \gamma_e$, отсюда просто определяется связь R_0, R_0', R

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^3 (1 - x^{-3}) = \gamma_e \tag{4.6}$$

Подставим в правую часть (3.4) отношение R_0/R из (4.6) и выполним интегрирование; в результате получим

$$\frac{y(x)}{2} = Ex^{-3} - \frac{x^{-3n}}{3n-3} - \frac{4\tau_s}{9p_{00}}\left[A' + \frac{x^3 - 1}{x^3}\ln(x^3 - 1) - \ln x^3\right] - \frac{p_h}{3p_{00}} \tag{4.7}$$

где

$$A' = \ln\frac{1}{\gamma_e} + 1, \qquad E = \frac{V^2}{2} + \frac{1}{3n-3} + \frac{4A'\tau_s}{9p_{00}} + \frac{p_h}{3p_{00}}$$

Так как $\gamma_e \approx 10^{-3}$, то в выражении для A' главным будет логарифмический член; исследование остальных слагаемых в квадратной скобке в (4.7) показывает, что ими можно пренебречь при всех $x \leqslant 1$ по сравнению с единицей. Это позволяет пользоваться в дальнейшем более простыми формулами

$$\frac{y(x)}{2} = Ex^{-3} - \frac{4}{3}x^{-3.75} - \frac{4A'\tau_s}{9p_{00}} - \frac{p_h}{3p_{00}} \qquad (B \approx 1) \tag{4.8}$$

$$-\frac{\sigma_r(R)}{p_{00}} = \frac{4\tau_s}{3p_{00}}\left(1 - \frac{4A'R_0}{3R}\right) + \frac{R_0}{R}\left(Ex^{-3} - \frac{1}{3}x^{-3.75} - \frac{4}{3}\frac{p_h}{p_{00}}\right) + \frac{p_h}{p_{00}}$$

5. Для применения результатов к расчетам необходимо в (4.8) определить постоянные τ_s, γ_e, V^2 и ρ; в этом заключается определенная трудность, так как τ_s и γ_e, а вместе с ними и V^2 являются идеализированными характеристиками грунта и непосредственными измерениями определены быть не могут.

Будем считать, что из опыта известны:

1) максимальный радиус газовой полости, образующейся в грунте при камуфлетном взрыве (радиус полости в момент ее остановки);

2) величина скорости распространения поперечных волн (волн сдвига) в среде и плотность грунта ρ.

Если принять, что радиус газовой полости в момент ее остановки $x = x_1$ совпадает с радиусом полости, наблюдаемым в грунтах после опыта, то x_1 просто связать с характеристикой грунта при взрывах, названной ϑ,— показателем простреливания

$$x_1 = \left(\frac{R_0}{R_0'}\right)_{\max} = \vartheta^{1/3} = \left(\frac{v_{\max}}{v_0}\right)^{1/3} \qquad (5.1)$$

Здесь v_0 — объем полости (сферического заряда) в начальный момент, $v_{\max}$ — объем полости при камуфлетном взрыве, наблюдаемый после опыта.

Свяжем работу расширения полости продуктами взрыва с потенциальной энергией деформаций в момент остановки полости.

Работа газов, расширяющихся по закону (2.1), описывается выражением

$$U = \int\limits_{v_0}^{v_{\max}} p_0 dv = 4 v_0 p_{00} \left[1 - \left(\frac{v_0}{v_{\max}}\right)^{0.25}\right] \qquad (5.2)$$

Потенциальная энергия деформации частицы в упругой области равна $^1/_2\, \mu\gamma^2$, где γ определена формулой (4.5). Тогда в упругой области потенциальная энергия деформаций сдвига равна

$$\Pi_e = \frac{1}{2} \tau_s v_{\max} (1 - x^{-3}) \qquad (5.3)$$

Потенциальная энергия деформаций в пластической области ($R_0 < r < R$) запасена как упруго (так как каждая частица нагружена упруго до предела $\gamma = \gamma_e$), так и в виде пластических деформаций. Если принять всюду γ согласно (4.5), что приближенно справедливо, так как в момент остановки полости зона больших деформаций должна быть невелика, то можно вычислить Π_p, так как Π_p для частицы равна

$$\frac{1}{2} \mu \gamma_e{}^2 + \tau_s \gamma$$

а для всей области

$$\Pi_p = \tau_s v_{\max} (1 - x^{-3}) \left\{ \ln \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^3\right]\right\} \approx$$

$$\approx \tau_s v_{\max} (1 - x^{-3}) \left[\ln \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 + 1\right] \qquad (5.4)$$

При выводе приближенной формулы (5.4) пренебрегаем малыми величинами по сравнению с единицей [1].

---

[1] При выводе (5.4), имея в виду интегрирование по всей области пластического течения, можно для γ взять более точное представление, чем (4.5), а именно $\gamma = \ln (1 + z)$ из (4.4). В этом случае после выполнения интегрирования можно сделать очевидные приближения, которые снова приводят к (5.4), что повышает достоверность этой формулы.

Приравнивая (5.2) сумме $\Pi_e + \Pi_p$, получаем зависимости между параметрами $A'\tau_s/p_{00}$ и x_1

$$\frac{A'\tau_s}{p_{00}} = 4\,\frac{1 - x_1^{-0.75}}{x_1^3 - 1}\,, \quad \text{или} \quad \frac{A'\tau_s}{p_{00}} = 2.5x_1^{-3} \tag{5.5}$$

Формулы (5.3) и (5.4) позволяют дать оценку отношения энергии, затраченной при взрыве на необратимые деформации грунта и запасенной в виде упругих деформаций

$$\frac{\Pi_e}{\Pi_p} \approx \frac{1}{-2\ln\gamma_e + 1} = N \tag{5.6}$$

На основе сейсмических данных можно указать весьма ориентировочно порядок величины N; для грунтов типа известняк, глина ломовая $N \approx 5\%$. Если принять это в качестве предположения и задать сетку значений N, то из (5.6) можно найти соответствующие значения γ_e, не обращаясь ко второму условию, которое было указано выше,— к величине скорости распространения поперечных волн.

Величина N для грунтов, вообще говоря, неизвестна (порядок этой величины в опытах можно оценить по энергии продольных и поперечных волн, хотя в проведенных здесь рассуждениях участвуют фактически только последние); поэтому оценка этой величины представляет интерес.

После того как величина $A'\tau_s/p_{00}$ определена, можно найти величину E в (4.8); так как в момент остановки полости имеем $y(x_1) = 0$ и, следовательно

$$E = \frac{4}{9(1 - x_1^{-3})}\,(4 - 3x_1^{-3.75} - x_1^{-0.75}) + \frac{p_h x_1^3}{3p_{00}} \tag{5.7}$$

Подставим значение $n = 1.25$ в адиабате Джонса для тротила из (2.2). Далее

$$V^2 = y(1) = \frac{8}{9}\,(1 - x_1^{-0.75}) + \frac{2p_h}{3p_{00}}\,(x_1^3 - 1) \tag{5.8}$$

Таким образом, зависимость безразмерной скорости стенки полости от безразмерного радиуса полости будет определяться формулой

$$\frac{y(x)}{2} = Ex^{-3} - \frac{4}{3}\,x^{-3.75} - \frac{16}{9}\,\frac{1 - x_1^{-0.75}}{x_1^3 - 1} - \frac{p_h}{3p_{00}} \tag{5.9}$$

Для определения поля напряжений и, в первую очередь, функции $\sigma_r(R)$ необходимо знать величину γ_e, чтобы определить R_0/R и τ_s/p_{00}.

Как было принято выше, считаем заданной для рассматриваемого грунта скорость поперечных волн V_s и плотность грунта ρ. Известно, что $\rho V_s^2 = \mu$, где $\mu = \tau_s/\gamma_e$ — модуль сдвига.

Тогда (5.5) для определения γ_e дает трансцендентное уравнение, которое можно решить графически

$$\ln\frac{1}{\gamma_e} + 1 = \frac{D}{\gamma_e}\,, \qquad D = \frac{4p_{00}}{\mu}\,\frac{1 - x_1^{-0.75}}{x_1^3 - 1} \tag{5.10}$$

Этим заканчивается определение параметров задачи через опытные данные x_1, ρ и V_s, так как последняя, подлежащая определению, величина — идеализированная характеристика пластичности τ_s — может быть определена либо из соотношения $\tau_s = \mu\gamma_e$, либо из (5.5).

Способ выбора параметров, приведенный выше, отнюдь не является единственным. Об одном отклонении от такого пути выбора было сказано при введении термина N — отношения долей упругой и пластической энергии.

Кроме того, следует отметить, что параметры среды γ_e, τ_s не зависят от величины p_h, что является естественным, а параметры движения зависят от p_h. Это позволяет выбрать γ_e и τ_s на основании опытных данных о величинах x_1 и V_s, полученных в условиях, когда p_h можно считать равным нулю. При дальнейших же оценках параметров движения u, σ_r, σ_φ и величины x_1 можно ввести p_h, отвечающее глубине центра камуфлетного заряда, и в этом случае воспользоваться значениями γ_e и τ_s, определенными при $p_h = 0$.

Таблица 1

	x_1	$\rho, \frac{г}{см^3}$	$V_s, \frac{м}{сек}$	
(1)	8	1.8	300	лесс
(2)	5	2.2	800	глина
(3)	3.5	2.4	1500	песчаник
(4)	2.5	2.7	2500	скала

6. Приведем в качестве примера расчет поля напряжений для четырех типов сред с характеристиками (табл. 1)

В табл. 2 приведены рассчитанные идеализированные характеристики грунта γ_e, τ_s и некоторые вспомогательные величины: μ — модуль сдвига, R_1 / R_0' — максимальный безразмерный радиус зоны пластических деформаций, величина N, а также $R_0(1)$.

Таблица 2

	$\mu, \frac{кг}{см^2}$	$\tau_s, \frac{кг}{см^2}$	$\gamma_e \cdot 10^2$	$\frac{R_1}{R_0'}$	N, %	$R_0(1), \frac{м}{сек}$
(1)	$1.65 \cdot 10^3$	12.7	0.77	40	9	670
(2)	$1.44 \cdot 10^4$	39.0	0.28	36	8	577
(3)	$5.50 \cdot 10^4$	95.0	0.17	30	7	514
(4)	$1.73 \cdot 10^5$	215.0	0.124	23	7	440

Как было отмечено выше, в расчетах было положено $p_h = 0$ и считалось, что x_1 — радиус полости в момент ее первой остановки. В действительности же, по-видимому, полость после остановки может совершить слабое возвратное движение к положению равновесия за счет энергии упругих деформаций.

При описании разгрузки можно считать, что снятие напряжений, отвечающих упругим деформациям, происходит по закону (2.6), где p описывается интегралом (2.7), и что при сжатии продукты взрыва описываются прежней изэнтропой с $n = 1.25$.

Тогда можно оценить величину радиуса полости x_2 после первого возвратного движения (момент остановки полости при сжатии) по формуле

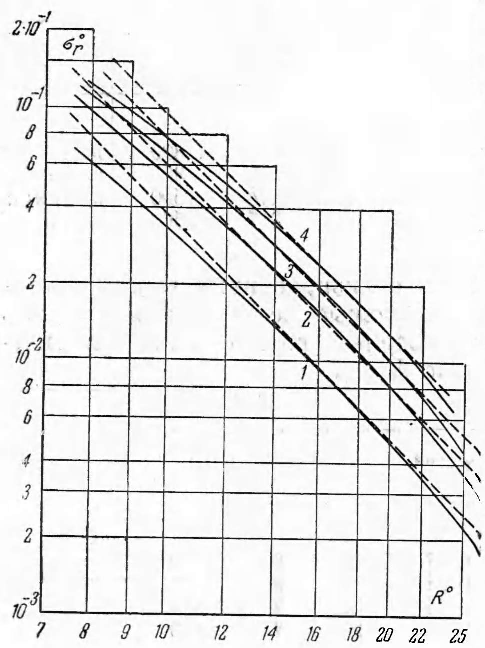
$$y(x) = \frac{8}{9}\left[(z-1)\frac{\tau_s + {}^3/_4 p_h}{3p_{00}} - (z^{1.25} - z)\, x_1^{-3.75}\right] \qquad \left(z = \left[\frac{x_1}{x}\right]^3\right) \qquad (6.1)$$

а для определения x_2 следует положить $y = 0$. При этом, кроме очевидного корня $x = x_1$, следует найти ближайший корень уравнения $y(x) = 0$, лежащий справа от точки $z = 1$.

Так, для среды (3) величина $x_2 = 3.1$. Это означает, это истинное значение радиуса котловой полости $x = X$ оценивается неравенствами $3.1 < X < 3.5$.

Из формулы для определения x_2 следует, что горное давление p_h оказывает существенное влияние на возвратное движение, если оно по величине сравнимо с величиной τ_s.

Если в формуле (5.9) ввести $p_h \neq 0$, то легко видеть, что горное давление слабо влияет на изменение поля скоростей и поля напряжений при $r \geqslant R$. Выше было принято $p_h = \mathrm{const}$; так например, в условиях взрыва на выброс p_h можно принять равным горному давлению на глубине центра заряда, что, по-видимому, должно дать оценку наибольшего влияния силы тяжести. Как следует из (5.9), влияние силы тяжести на развитие пластической зоны становится заметным, если p_h приблизительно на порядок превосходит τ_s. Отсюда следует, в свою очередь, что влияние силы тяжести на образование котловой полости в прочных породах (типы (3), (4)) наступает на глубинах, приблизительно на порядок больших, чем в мягком грунте типа лёссовидных суглинков (табл. 2).



Фиг. 2

Конкретные оценки можно получить при помощи (5.9), если задать величину p_h и затем определить x_{1h} из условия $y(x_{1h}) = 0$. Очевидно, что $x_{1h} < x_1$.

В реальных грунтах уменьшение котловой полости при взрывах на различной глубине проявляется, по-видимому, не за счет влияния силы тяжести, а главным образом за счет увеличения прочности породы с глубиной h; в нашей схеме за счет увеличения τ_s.

На фиг. 1 приведены графики, иллюстрирующие развитие газовой полости во времени: по оси абсцисс отложены величины $\xi_i = (x_1 - 1)/x_{1i}$, $i = 1, 2, 3, 4$, а по оси ординат $\tau_i = t / t_{1i}$, где t_{1i} — время остановки полости. Результаты расчета позволяют дать приближенную формулу, связывающую характеристику грунта x_{1i} и время развития полости t_{1i}

$$\frac{t_{1i}}{R_0'} = 1.4\ x_1^2 \qquad (t_{1i} - \textit{м сек},\ R_0' - \textit{м}) \tag{6.2}$$

На фиг. 2 указаны зависимости $\sigma_r(R) / p_{00}$ для четырех типов грунта, рассчитанные по формуле (5.9)—сплошные кривые и по формуле (4.8) — пунктирные кривые. Эти зависимости указаны в двойном логарифмическом масштабе и внутри пластической области допускают приближенные представления в виде

$$-\frac{\sigma_r}{p_{00}} = \frac{K_i}{(R/R_0)^3} \quad \text{или} \quad -\frac{\sigma_r}{\tau_s} = \frac{K_i^\circ}{(R/R_0')^3} \tag{6.3}$$

где K_i и K_i° — безразмерные постоянные: $K_i = 38.5,\ 63.8,\ 80.0,\ 101.0$; $K_i^\circ = 3.64 \cdot 10^4,\ 1.96 \cdot 10^4,\ 1.01 \cdot 10^4,\ 0.56 \cdot 10^4$ в порядке возрастания $i = (1), (2), (3), (4)$.

Обработка расчетных данных позволяет указать зависимость

$$K_i = 1.2 \cdot 10^3 x_{1i}^{5/3} \tag{6.4}$$

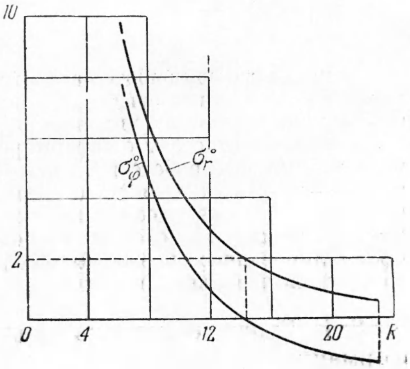
с удовлетворительной точностью описывающую все четыре типа «грунтов»; x_{1i} связано с параметрами среды формулой (5.5).

Окончательно

$$\frac{\sigma_r(R)}{\tau_s} = \frac{1.2 \cdot 10^3 x_1^{5/3}}{(R / R_0)^3} \tag{6.5}$$

Приводим графики изменения $\sigma_r(R)/\tau_s$ и $\sigma_\varphi(R)/\tau_s$ в зависимости от R/R_0. Эти графики являются типичными для рассматриваемого в задаче условия пластичности и приведены только для одной среды — среды (3) (фиг. 3)

Как следует из этих зависимостей, на расстояниях $< 5R_0'$ $\sigma_r \approx \sigma_\varphi$, так как σ_r и σ_φ по абсолютной величине превосходят τ_s. Это позволяет считать, что напряженное состояние грунта близко к гидродинамическому. Так как элемент грунта испытывает в этой зоне всестороннее сжатие, то единственный тип разрушения, который следует ожидать в этой зоне, — это разрушение за счет *раздавливания*.



Фиг. 3

На расстояниях ~ 5—$14 R_0'$ σ_r и σ_φ остаются сжимающими, но здесь их следует различать, так как по абсолютной величине они сравнимы с τ_s. В этой зоне разрушения могут и не произойти, так как сжимающие напряжения упали, а растягивающих напряжений нет.

Наконец, начиная с расстояний $\sim 14R_0'$, напряжение σ_φ обращается в нуль и затем становится растягивающим, в то время как σ_r уменьшается и остается сжимающим. В этой зоне могут образоваться (или раскрыться) радиальные трещины. Ориентировочно можно оценить зону радиальных трещин радиусом зоны пластических деформаций. Но при этом следует помнить, что вследствие непрерывности напряжений на границе с упругой зоной $\sigma_\varphi > 0$ могут реализоваться и в упругой зоне вблизи границы с пластической зоной.

Указанные качественные закономерности вполне согласуются с описанием разрушений в ближней зоне подземного взрыва, приведенным в [3].

Отметим, что влияние горного давления на картину разрушений в ближней зоне может проявиться, по-видимому, в том, что преимущественное развитие могут получить радиальные трещины в вертикальных плоскостях.

В заключение статьи сделаем два замечания. Во-первых, при описании различных типов «грунта» пренебрегалось объемной сжимаемостью и изменением сжимаемости, которые могут привести к существованию пластической волны сжатия с ударным характером нагружения (например, в мягких грунтах типа лёсс, глина). Во-вторых, условие пластичности в области высоких деформаций сдвига вплоть до разрушения было взято в простейшем виде. Эти ограничения, по нашему мнению, могут исказить поле напряжений, существующее в реальных грунтах в ближней зоне взрыва, но вряд ли приведут к существенным искажениям в описании процесса развития полости.

Поступила 9 V 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности М., 1956.
2. Коул Р. Подводные взрывы. М., ИИЛ, 1950.
3. Покровский Г. И., Федоров И. С. Действие удара и взрыва в деформируемых средах. М., 1957.