

На фиг. 2 дано сравнение опытных и расчетных значений q_* при всех рабочих давлениях. Из графика видно, что свыше 60% всех опытов укладывается в полосу $\pm 20\%$ от расчетной линии, а остальные точки отклоняются не больше чем на 40%.

Проведенное исследование кризиса кипения метилового спирта при принудительном течении в трубках малого диаметра в широком диапазоне изменения давления в контуре, скорости течения и недогрева до температуры насыщения показало отсутствие влияния на кризис кипения данной жидкости размеров трубки. При всех давлениях отмечены случаи осложнения кризиса кипения термическим разложением спирта на поверхности нагрева, причем с увеличением давления вероятность разложения увеличивается. Проведенная обработка опытов позволяет предложить критериальное уравнение (7) для определения q_* пригодно для воды, метилового спирта и других жидкостей.

Поступила 18 VI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. П о в а р н и н П. И., С е м е н о в С. Т. Исследование кризиса кипения при течении недогретой воды в трубках малых диаметров при высоких давлениях. Теплоэнергетика, 1959, № 4; 1960, № 1.
2. А л а д ь е в И. Т., Д о д о н о в Л. Д., У д а л о в В. С. Теплоотдача и критические тепловые потоки при кипении недогретой воды в трубах. Атомная энергия, 1959, т. 6, вып. 1.
3. З е н к е в и ч Б. А., С у б б о т и н В. И. Критические тепловые нагрузки при вынужденном течении воды, не догретой до кипения. Атомная энергия, 1957, т. 2, вып. 8.
4. С т е р м а н Л. С., С т ю ш и н Н. Г. Влияние циркуляции на кризис теплообмена при кипении изопропилового спирта. Ж. техн. физ., 1952, № 3.
5. Б э й л и С., Д и н Л. Исследование теплообмена к топливу ракетного двигателя JP-4. Вопр. ракетн. техн. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1955, № 4.
6. А л а д ь е в И. Т., Д о р о ж у к В. Е., М и р о п о л ь с к и й З. Л., С т ы р и к о в и ч М. А. Кризис кипения в трубах. Докл. на 2-й Междунар. конф. по теплообмену в Колорадо. США, 1961.
7. К у т а т е л а д з е С. С. Критические тепловые потоки при течении смачивающей жидкости с ядром, не догретым до температуры насыщения. Научн. докл. Высп. школы. Сб. «Энергетика», 1959, № 2.
8. Т е л е т о в С. Г. О максимальном размере парового пузыря. Изд-во АН СССР, Изв. ЭНИН, 1940, т. XI.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

О. М. Киселев (Казань)

Известно лишь несколько работ, посвященных определению формы свободных границ потока с учетом действия сил поверхностного натяжения. Задача о нахождении формы двумерного пузыря в плоском потенциальном потоке несжимаемой жидкости внутри прямолинейного канала была решена Н. Е. Жуковским [1]. В 1955 г. Мак-Леод [2] другим методом решил частный случай задачи Жуковского (поток неограниченный, давление внутри пузыря равно давлению торможения). Наконец М. И. Гуревич [3] исследовал влияние сил поверхностного натяжения на коэффициент сжатия струи. Ниже предлагается приближенный метод определения формы газового пузыря в осесимметричном потенциальном потоке несжимаемой жидкости. Показывается, что искомая форма мало отличается от сплюснутого эллипсоида вращения. Определяются основные размеры пузыря в зависимости от физических параметров потока.

Обозначения

V — скорость потока,	R_1, R_2 — главные радиусы кривизны пузыря,
V_∞ — скорость невозмущенного потока,	$2a$ — длина пузыря (диаметр, параллельный оси x),
v — безразмерная скорость, $v = V/V_\infty$	$2b$ — толщина пузыря (диаметр, перпендикулярный к оси x),
p — давление в жидкости,	c — относительное удлинение
p_0 — давление заторможенного потока,	$c = a/b$
p_i — давление газа в пузыре	ρ — плотность жидкости.
$(p_i = \text{const}, p_i \geq p_0)$,	
T — сила поверхностного натяжения	
$(T = \text{const})$,	

Обтекание газового пузыря осесимметричным потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости (фиг. 1) рассматривается в цилиндрических координатах x, r .

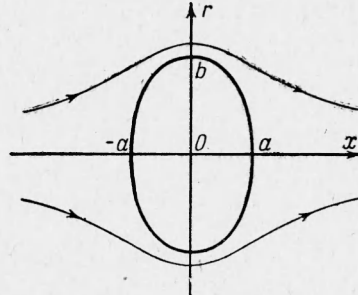
На границе раздела жидкости и газа должно выполняться уравнение Лапласа

$$T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = p_i - p \quad (1)$$

(вывод его можно найти, например, в работе [4]). При помощи уравнения Бернулли преобразуем (1) к виду

$$\gamma \left(\frac{a}{R_1} + \frac{a}{R_2} \right) = 1 + \alpha v^2$$

$$\left(\gamma = \frac{T}{a(p_i - p_0)}, \quad \alpha = \frac{\rho V_\infty^2}{2(p_i - p_0)} \right) \quad (2)$$



Фиг. 1

Пусть $x = x(t), r = r(t)$ — параметрические уравнения поверхности вращения; тогда, обозначая дифференцирование по t точкой, имеем

$$\frac{1}{R_1} = - \frac{r''_{xx}}{(1+r_x'^2)^{3/2}} = - \frac{(x\ddot{r} - \dot{x}\dot{r})\dot{x}/|\dot{x}|}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{r(1+r_x'^2)^{1/2}} = \frac{|\dot{x}|}{r(x^2 + r^2)^{1/2}}$$

Таким образом, уравнение (1) можно представить в виде

$$\gamma \alpha \frac{|\dot{x}|(x^2 + r^2) - r(x\ddot{r} - \dot{x}\dot{r})\dot{x}/|\dot{x}|}{r(x^2 + r^2)^{3/2}} = 1 + \alpha v^2 \quad (3)$$

Покажем, что в определенном интервале изменения параметра α уравнение (3) будет удовлетворяться с достаточно высокой степенью точности, если пузырь имеет форму эллипсоида вращения, сплюснутого в направлении оси x .

Для такого эллипсоида

$$x = a \cos t, \quad r = b \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi, a/b = c \leq 1)$$

$$\gamma \alpha \frac{|\dot{x}|(x^2 + r^2) - r(x\ddot{r} - \dot{x}\dot{r})\dot{x}/|\dot{x}|}{r(x^2 + r^2)^{3/2}} =$$

$$= \gamma \frac{c^2 [2 - (1 - c^2) \sin^2 t]}{[1 - (1 - c^2) \sin^2 t]^{3/2}} \equiv A(\gamma, c; t)$$

Обтекание сплюснутого эллипсоида вращения исследовано (см., например, в работе [5]). Используя приведенные там формулы, будем иметь

$$1 + \alpha v^2 = 1 + \beta \frac{c^2 \sin^2 t}{1 - (1 - c^2) \sin^2 t} \equiv B(\beta, c; t)$$

$$\alpha = \beta \frac{c^2}{(1 - c^2)^2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - c^2}} \arcsin \sqrt{1 - c^2} - c \right)^2 \quad (4)$$

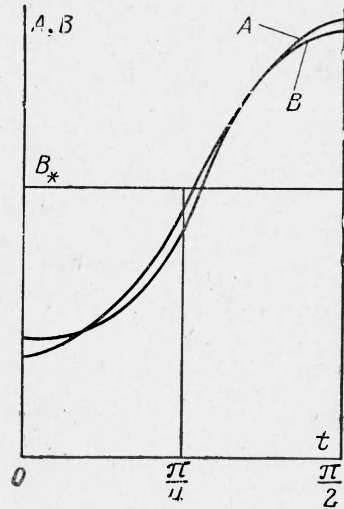
При фиксированном значении c определим параметры γ и β таким образом, чтобы функционал

$$I(\gamma, \beta) = \int_0^{\pi/2} (A - B)^2 dt$$

принимал минимальное значение. Потребовав обращения в нуль частных производных от I по γ и β , получим систему уравнений

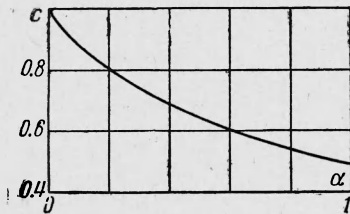
$$\gamma \left[\frac{2}{3} \frac{1 + c^2}{c^2} E(\sqrt{1 - c^2}) - \frac{1 + 3c^2}{3} K(\sqrt{1 - c^2}) \right] - \beta \pi \frac{1 + c - 2c^2}{4c(1 + c)} = \pi \frac{1 - c}{2c}$$

$$\gamma \pi \left[\frac{3 + 10c^2 + 19c^4}{16c^3} - \beta \frac{1}{1 - c^2} \left[\frac{2}{3} \frac{1 + c^2}{c^2} E(\sqrt{1 - c^2}) - \frac{1 + 3c^2}{3} K(\sqrt{1 - c^2}) \right] \right] = \frac{1}{c^2} E(\sqrt{1 - c^2}) + K(\sqrt{1 - c^2})$$

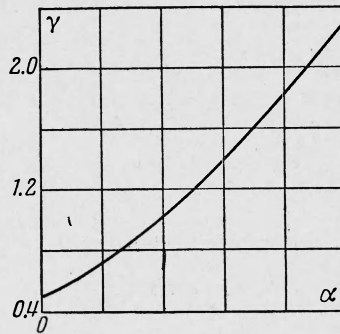


Фиг. 2

где $K(\sqrt{1-c^2})$, $E(\sqrt{1-c^2})$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Решения этой системы при различных значениях c ($0.5 \leq c \leq 1$) приведены в табл. 1. Величина α определена по формуле (4).



Фиг. 3



Фиг. 4

Таблица 1

c	γ	β	α
1.0	0.5	0	0
0.9	0.6175	0.2405	0.0985
0.8	0.7849	0.6040	0.2241
0.7	1.0352	1.1853	0.3821
0.6	1.4334	2.1909	0.6020
0.5	2.1460	4.1948	0.9375

В табл. 2 выписаны величины A и B , вычисленные в точках $t=0, 1/4\pi, 1/2\pi$ при соответствующих значениях параметров c, γ, β . Характер изменения указанных величин показан на фиг. 2. Величина

$$\delta = \frac{A - B}{B_*}$$

$$\left(B_* = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} B dt = 1 + \beta \frac{c}{1+c} \right)$$

характеризует точность равенства (3).

Полученные данные свидетельствуют о том, что при $0 \leq \alpha < 1$ форма пузыря действительно близка к форме сплюснутого эллипсоида вращения. С увеличением α различие между ними возрастает (растет величина погрешности δ).

При задании физических параметров потока основные размеры пузыря a, b могут быть найдены из графиков фиг. 3, 4 с учетом формул (2).

Таблица 2

c	t = 0			t = $\pi/4$			t = $\pi/2$		
	A	B	100 δ	A	B	100 δ	A	B	100 δ
1.0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0.9	1.0004	1	0.04	1.1068	1.1076	-0.07	1.2419	1.2405	0.13
0.8	1.0047	1	0.37	1.2315	1.2357	-0.35	1.6090	1.6040	0.39
0.7	1.0145	1	0.97	1.3768	1.3898	-0.87	2.2034	2.1853	1.22
0.6	1.0320	1	1.80	1.5461	1.5799	-1.91	3.2490	3.1909	3.28
0.5	1.0730	1	3.04	1.7644	1.8390	-3.11	5.3650	5.1948	7.10

Поступила 10 X 1962

ЛИТЕРАТУРА

- Жуковский Н. Е. Определение движения жидкости при каком-нибудь условии, данном на линии тока. Полн. собр. соч., М.—Л., ОНТИ, 1936, т. 3.
- McLeod E. B. The explicit solution of a free boundary problem involving surface tension. Journal of Rational Mechanics and Analysis, 1955, vol. 4, No. 4.
- Гуревич М. И. Влияние капиллярных сил на коэффициент сжатия струи. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.
- Прандтль Л. Гидроаэромеханика. ИЛ, 1949.
- Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, Т. 1, ГИТТЛ, 1948.