

ОБ ОДНОМ ЭФФЕКТЕ, СТАБИЛИЗИРУЮЩЕМ ИСКРИВЛЕННЫЙ ФРОНТ ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ

Я. Б. Зельдович (Москва)

Исследование гидродинамической устойчивости плоского фронта ламинарного пламени было начато в 1944 г. работой Л. Д. Ландау [1], который получил парадоксальный результат об абсолютной неустойчивости плоского фронта в линейном приближении. В работе Л. Д. Ландау использовалось представление ламинарного пламени в виде поверхности разрыва температуры, давления, плотности и скорости, которая распространяется относительно газа с постоянной скоростью, не зависящей от искривлений поверхности. Поэтому полученный Л. Д. Ландау результат следует применять только к таким искривлениям фронта пламени, длина волн которых велика по сравнению с его толщиной.

Искривления малых длин волн оказывают влияние на структуру пламени и изменяют скорость его распространения. Характер влияния может быть различным в зависимости от соотношения между коэффициентом температуропроводности и диффузии лимитирующего скорость химической реакции вещества (на это обстоятельство обращалось внимание [2] еще до работы Л. Д. Ландау). Именно, если коэффициент температуропроводности превышает коэффициент диффузии, то из физических соображений можно ожидать уменьшения скорости пламени на выпуклых участках и увеличения на вогнутых, что приведет к стабилизации пламени. Ясно, однако, что числа Рейнольдса для таких мелких возмущений должны быть порядка единицы.

Приведенные качественные соображения получили количественное развитие в ряде теоретических работ [3-5]. Из этих работ следует, что в рамках линеаризованной теории критическое число Рейнольдса не может превышать величины 10-20. Это противоречит экспериментальным данным: в опытах [6-8] наблюдались устойчивые ламинарные пламена при числах Рейнольдса до 10^4-10^6 .

Разгадка возникшего парадокса, по-видимому, заключается, с одной стороны, в особенности распространения пламени в условиях, когда поверхность пламени растет: А. Г. Истратов и В. Б. Либрович показали, что в этом случае критическое число Рейнольдса во много раз увеличивается [9]. С другой стороны, возможны нелинейные эффекты, которые могут стабилизировать пламя, если возмущения на поверхности пламени достаточно велики. При рассмотрении пламени в трубах и других устройствах следует, кроме того, учитывать стабилизирующее влияние стенок.

В настоящей заметке приводятся соображения по одному возможному нелинейному эффекту, обеспечивающему стабилизацию пламени. Впервые на этот эффект было обращено внимание в работе [10], в последнее время аналогичные соображения были высказаны К. И. Щелкиным [11].

В теории Л. Д. Ландау нарастание возмущений при распространении ламинарного пламени происходит в результате неоднородного движения газа, связанного с перепадом давления на искривленной поверхности пламени. Представим мысленно такой эксперимент: пусть мы выключили движение газа. Тогда гидродинамическое развитие возмущений остановится, искривленный фронт пламени, распространяясь по неподвижному газу с постоянной нормальной скоростью, начнет изменять свою форму: будут увеличиваться выпуклые участки пламени и уменьшаться вогнутые. В конце концов, на месте вогнутых участков возникнут угловые точки. На фиг. 1 нанесены три последовательных положения фронта пламени, которые построены методом Гюйгенса (вокруг точек фронта наносятся окружности радиуса $u_n \Delta t$, где u_n — нормальная скорость пламени, Δt — промежуток времени, а затем проводится их огибающая). Положение 3 соответствует моменту возникновения на пламени угловых точек.

Из-за смыкания двух участков фронта скорость распространения образовавшихся угловых точек будет больше нормальной скорости пламени. Это приведет к тому, что имеющиеся возмущения поверхности пламени начнут уменьшаться, как отмечено в [10]. Рассмотрим полуквантитативно то стационарное возмущенное состояние, к которому приведет рассмотрение этого эффекта. Пусть α угол наклона фронта пламени в угловой точке (фиг. 2). Тогда скорость распространения угловой точки равна $u_n / \cos \alpha$. Для скорости убывания амплитуды возмущений вследствие большей скорости угловых точек имеем

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_- = -u_n \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1\right) \quad (1)$$

При этом принято, что скорость пламени в угловой точке остается равной нормальной скорости. В действительности, из-за резкого искривления фронта в угловой точке скорость пламени будет изменяться и на месте угловой точки возникнет область, подобная вершине бунзеновского пламени. Предполагая постоянную скорость, мы тем самым пренебрегаем ее структурой.

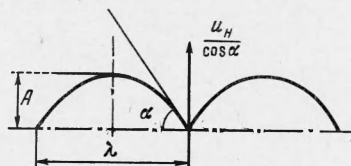
Зададимся теперь формой искривленного пламени. Допустим, что фронт пламени состоит из кусков парабол (фиг. 2). Из геометрических соображений при малых α , имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha = \frac{4A}{\lambda} = \frac{2Ak}{\pi} \quad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right) \quad (2)$$

Здесь A — амплитуда, λ — длина волны возмущения, k — волновое число.

Поэтому (1) перепишем в виде

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_- = -\frac{2}{\pi^2} k^2 u_n A^2 \quad (3)$$



Фиг. 2

Таким образом, рассматриваемый эффект стабилизации фронта пламени угловыми точками нелинейный, пропорциональный квадрату амплитуды возмущения. Ясно поэтому, что в линеаризованной теории Л. Д. Ландау, в которой принцип Гюйгенса содержался в условии постоянства нормальной скорости пламени, эффект (3) не был учтен. Установим теперь связь между теорией Л. Д. Ландау и рассмотренным эффектом, что позволит найти соотношение между длиной волны и амплитудой возмущений для стационарного искривленного фронта пламени.

В линейном приближении имеет место соотношение

$$\frac{dA}{dt} = \omega A, \quad \omega > 0 \quad (4)$$

где ω — характеристическая частота задачи.

Рассматривая (4) как первый член разложения производной dA/dt в ряд по степеням A , выпишем это выражение с точностью до следующего члена:

$$\frac{dA}{dt} = \omega A + \kappa A^2 \quad (5)$$

Здесь κ — некоторая постоянная. Из соображений размерности получается, что

$$\omega = \Omega k u_n, \quad \kappa = \mu k^2 u_n \quad (6)$$

где Ω, μ — безразмерные константы¹.

Из (5) видно, что если $\mu < 0$, то возмущенный фронт не будет бесконечно разбалтываться, а перейдет в стационарное искривленное состояние с амплитудой

$$A_* = -\Omega/\mu k \quad (7)$$

Можно оценить значение μ , сопоставив формулу (5) и (3):

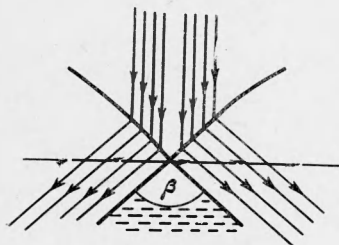
$$\mu = -2/\pi^2 \quad (8)$$

Такой способ определения μ является приближенным, так как не учтены последовательно все члены второго порядка в уравнениях. Однако этот способ, по-видимому, удовлетворительно описывает основной стабилизирующий эффект, связанный с наличием на пламени угловых точек. Для точного определения μ следует решать нелинейную задачу о движении газа при распространении искривленного пламени, что в настоящее время составляет большие трудности.

Изложенные соображения дают соотношение между длиной волны и амплитудой возмущения, но не определяют саму длину волны на стационарном искривленном пламени. Для ее определения необходимо иметь дополнительное условие. Можно, например, предположить, что длина волны соответствует тем начальным возмущениям, скорость роста которых была максимальной (см. работу [3], в которой рассчитывалась длина волны возмущения, растущего с максимальной скоростью).

Обратим еще внимание на то, что угловые точки на фронте пламени приводят к образованию в продуктах сгорания застойных областей. Это видно из фиг. 3, на которой изображены линии тока газа вблизи угловой точки. Преломление линий тока,

¹ Такой же прием использовал Л. Д. Ландау в теории возникновения турбулентности. Здесь в отличие от случая турбулентности движение выходит не на автоколебательный, а на стационарный режим. Поэтому в разложении (5) присутствуют квадратичные члены, которые в теории турбулентности выпадают за счет осреднения на временах, больших сравнительно с периодом колебания амплитуды [12].



Фиг. 3

вызванное тепловым расширением газа, приводит к тому, что в область за угловой точкой не может попасть ни одна линия тока — поэтому эта область должна быть заполнена неподвижным относительно фронта пламени газом. Легко найти угол β в этой области:

$$\beta = 2\alpha(1-r) = \frac{4Ak}{\pi}(1-r) \quad (9)$$

Здесь r — отношение плотности продуктов сгорания к плотности холодного газа.

Действие вязкости, а также турбулентное размытие образующегося за угловой точкой тангенциального разрыва, приводит к тому, что застойная область существует лишь вблизи угловой точки. На больших расстояниях от фронта пламени за угловой точкой возникает турбулентный след.

Поступила 18 VIII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д. К теории медленного горения. Ж. эксперим. и теор. физ., 1944, т. 14, вып. 6.
2. Зельдович Я. Б. Теория горения и детонация газов. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1944.
3. Markstein G. H. Experimental and theoretical studies of flame-front stability. J. Aeronaut. Sci., 1951, v. 18, No. 3.
4. Non-steady flame propagation. Ed. by G. H. Markstein. Pergamon Press, 1964.
5. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени. ПМТФ, 1962, № 4.
6. Зельдович Я. Б., Розловский А. И. Об условиях возникновения неустойчивости нормального горения. Докл. АН СССР, 1947, т. 37, № 4.
7. Ракипова Х. А., Трошин Я. К., Щелкин К. И. Измерение скоростей пламени ацетилено-кислородных смесей. Ж. техн. физ., 1947, т. 17, вып. 12.
8. Трошин Я. К., Щелкин К. И. Структура фронта шаровых пламен и неустойчивость горения. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 9.
9. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости распространения сферического пламени. ПМТФ, 1966, № 1.
10. Petersen R. E., Emmons H. W. The stability of laminar flames. Phys. Fluids. 1961, vol. 4, No. 4.
11. Щелкин К. И. Неустойчивость горения и детонации газов. Усп. физ. наук, 1965, т. 87, вып. 2.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.

О ФОРМЕ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ВЗРЫВЧАТОГО ВЕЩЕСТВА, ГОРЯЩЕГО ЗА ПРЕДЕЛОМ УСТОЙЧИВОСТИ

А. Д. Марголин, С. В. Чуйко

(Москва)

После работы Л. Д. Ландау [1] об устойчивости нормального горения жидких взрывчатых веществ опубликовано много экспериментальных исследований этого явления, например [2,3]. В данной работе на основе теории Ландау исследуется форма возмущений, которые развиваются на поверхности горящего жидкого вещества в сосуде круглого сечения, и рассчитывается влияние диаметра сосуда на устойчивость горения. Приводятся также результаты экспериментального наблюдения за формой поверхности жидкости при развитом турбулентном режиме горения в круглой цилиндрической трубке. Расчет проводился в обычных предположениях, что химическая реакция горения происходит в тонком слое паров над плоской (мениск не учитывается) поверхностью вязкого жидкого взрывчатого вещества.

При горении в цилиндрической трубке, помимо условий на горячей поверхности, должны удовлетворяться граничные условия на стенках трубки, где радиальная составляющая скорости равна нулю. Этим условием определяются допустимые значения волнового числа возмущения поверхности k :

$$k = k_{mn} = \alpha_{mn} / R \quad (1)$$

где α_{mn} — корни первой производной функции Бесселя I_m первого рода порядка m , а n — номер корня и R — радиус трубки. Форма элементарных возмущений поверхности $\xi(r, \varphi)$

$$\xi \sim I_m(\alpha_{mn} r / R) \cos m\varphi$$

определяется значениями целых чисел m (количество узловых диаметров) и n (количество узловых окружностей). Критическая скорость горения $W_*(R)$ связана с диа-