

4. Клайн С., Рейнольдс У., Шрауб Ф., Ранстадлер П. Структура турбулентных пограничных слоев.— Сб. пер. Механика, 1969, № 4, с. 41—78.
5. Бувич Ю. А. К модели снижения сопротивления при введении частиц в турбулентный поток вязкой жидкости.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 2, с. 114—120.

УДК 66.096.5 : 665.6

ЛОКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА БИНАРНОГО МЕЛКОДИСПЕРСНОГО ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ

Ю. А. Бувич, В. М. Ливенцов, А. Е. Мозольков

(Москва)

Приведены результаты расчетов величин, характеризующих случайные псевдотурбулентные движения фаз в однородном псевдоожигенном слое, содержащем частицы двух сортов, различающихся по размерам. Обсуждена зависимость коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц, среднеквадратичных скоростей пульсаций и т. п. от парциальных концентраций частиц, соотношения их размеров и других параметров.

Для зернистых слоев, псевдоожигенных газом или капельной жидкостью, характерны интенсивные хаотические пульсации обеих фаз, которые в значительной мере определяют наблюдаемые макроскопические свойства слоя и влияют на его эффективность в качестве рабочего тела различных теплообменников и химических реакторов. Такие случайные («псевдотурбулентные») движения особенно существенны для слоев мелких частиц в режиме однородного псевдоожигения, когда перемешивание, обусловленное подъемом в слое полостей, заполненных только псевдоожигающей средой, практически отсутствует. Подобная ситуация встречается в реакторных и регенераторных установках каталитического крекинга [1, 2], в слоях с капельной жидкой фазой, в разреженных двухфазных системах в условиях сильного псевдоожигения или транспорта сыпучих материалов в разбавленной фазе и т. п.

Характеристики псевдотурбулентности в локально-однородных потоках монодисперсных двухфазных систем исследовались, например, в [3—5]. Однако реальные псевдоожигенные слои обычно полидисперсны, причем наличие в слое частиц разных размеров весьма существенно влияет на интенсивность пульсаций, эффективные коэффициенты диффузии фаз слоя, эффективные вязкости и т. д. [1, 6]. Кроме того, хаотическое перемешивание в полидисперсных слоях определяет некоторые из технологических характеристик, в частности, интенсивность уноса мелких частиц потоком псевдоожигающей среды и осаждения крупных, степень разделения фракций дисперсной фазы, что очень важно при определении пределов существования псевдоожигенного состояния и при моделировании многочисленных процессов сепарации частиц по размерам или по плотности [1, 6].

1. Рассмотрим однородный псевдоожигенный слой частиц радиуса a_j и плотности d_j (индекс $j = 1, 2$ означает номер сорта частиц), считая числа Рейнольдса, построенные по a_j и относительной скорости жидкой фазы u , малыми. Последнее позволяет считать взаимодействие частиц с потоком линейным по u и использовать для силы взаимодействия f_j частицы со стесненным потоком в бидисперсном облаке частиц результаты работы [7], согласно которой можно записать

$$f_j = 6\pi\mu a_j F_j, \quad F_1 = \varepsilon K(\alpha, \kappa, \rho), \quad F_2 = \varepsilon K(\alpha^{-1}, \kappa^{-1}, \rho), \quad \varepsilon = 1 - \rho,$$

$$(1.1) \quad K(\alpha, \kappa, \rho) = 1 + \frac{3(5\kappa + 3\alpha + 2\alpha^2)\rho}{2(2 - 3\rho)(1 + \kappa)} + \frac{27(\kappa + \alpha)^2 \rho^2}{2(1 + \kappa)^2(2 - 3\rho)^2} +$$

$$\pm \frac{1}{2-3\rho} \left[1 + \frac{3(\kappa + \alpha)\rho}{(2-3\rho)(1+\kappa)} \right] \left[\frac{81(\kappa + \alpha)^2 \rho^2}{4(1+\kappa)^2} + \frac{9(\kappa + \alpha^2)(2-3\rho)\rho}{1+\kappa} \right]^{1/2}.$$

Здесь введены параметры

$$(1.2) \quad \kappa = \rho_1/\rho_2, \quad \alpha = a_1/a_2, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2,$$

где ρ_j — парциальные объемные концентрации частиц j -го типа; ε — пористость слоя; μ — вязкость жидкой фазы. Сила взаимодействия, относимая к частицам в единице объема смеси, получается путем умножения f_j из (1.1) на счетные концентрации $n_j = \sigma_j^{-1} \rho_j$ (σ_j — объем частицы j -го типа).

Малость числа Рейнольдса позволяет считать систему «бесстолкновительной» в том смысле, что взаимодействие между частицами осуществляется главным образом через посредство случайных возмущений в полях скорости и давления жидкой фазы, а роль непосредственных столкновений в процессах обмена импульсом и энергией между частицами невелика. Тогда допустимо использовать ту же модель и те же стохастические уравнения для случайных псевдотурбулентных величин, что и в [3—5].

Пренебрежение прямыми столкновениями вполне оправдано также для частиц умеренной крупности, вплоть до значений числа Рейнольдса порядка 100. Однако при таких числах Рейнольдса реальные псевдооживленные слои неоднородны. Поэтому получаемые результаты будут характеризовать лишь пульсации в так называемой «плотной» фазе псевдооживленного слоя (вне полостей, практически свободных от частиц). С дальнейшим повышением числа Рейнольдса роль прямых столкновений в обмене импульсом и энергией усиливается и, наконец, становится доминирующей, а модель в [3—5] перестает быть справедливой. Попытка учесть столкновения путем введения в кинетическое уравнение интегрального члена того же вида, что и фигурирующий в уравнении Больцмана для плотного газа, была сделана в [8], где не были учтены некоторые важные факторы, характеризующие взаимодействие частиц с жидкой фазой и особенно существенные именно для крупных частиц (например, сила Магнуса). По-видимому, более совершенная кинетическая теория грубодисперсного псевдооживленного слоя может быть построена на основе более современных представлений и модели, изложенных в [9, 10].

Парциальные концентрации ρ_1 и ρ_2 считаются ниже локальными характеристиками слоя, заданными априори, и вопрос об их конкретном определении в различных областях слоя не рассматривается. Для решения последней задачи необходимо исследовать макроскопическое распределение частиц обоих типов по высоте слоя, устанавливающееся в условиях динамического равновесия, подобно тому, как в [5] исследовалось распределение материала в монодисперсном псевдооживленном слое.

Характеристики псевдотурбулентности вычисляются ниже в первом («эйлеровом») приближении, когда ρ_j и другие динамические параметры, описывающие макроскопическое состояние системы, рассматриваются приближенно как величины, не зависящие от координат и времени и совпадающие с локальными значениями в исследуемой области слоя. Используется координатная система, в которой частицы в указанной области в среднем покоятся, а ось x_1 направлена вдоль средней скорости несущего потока u . Ясно, что задача симметрична относительно этой оси.

Стохастические уравнения для случайных пульсаций скорости частиц и жидкой фазы и пульсации давления получаются из уравнений движения тем же образом, что и в [3-5]. Представляя все случайные

величины φ в виде интегралов Фурье-Стилтьеса со спектральными мерами ∂Z_φ , из стохастических уравнений можно получить систему линейных алгебраических уравнений для спектральных мер, которые имеют форму

$$(1.3) \quad \begin{aligned} im_j \omega dZ_w^{(j)} &= 6\pi\mu a_j [F_j (dZ_v - dZ_w^{(j)}) + F_{j1} u dZ_\rho^{(1)} + F_{j2} u dZ_\rho^{(2)}]; \\ i(\omega + \mathbf{k}u) (dZ_\rho^{(1)} + dZ_\rho^{(2)}) - i\epsilon \mathbf{k} dZ_v &= 0; \\ id_0 \epsilon (\omega + \mathbf{k}u) dZ_v &= -i\mathbf{k} dZ_\rho - 6\pi\mu a_1 \rho_1 / \sigma_1 [F_1 (dZ_v - dZ_w^{(1)}) + \\ + F_{11} u dZ_\rho^{(1)} + F_{12} u dZ_\rho^{(2)}] &+ 6\pi\mu a_2 \rho_2 / \sigma_2 [F_2 (dZ_v - dZ_w^{(2)}) + F_{21} u dZ_\rho^{(1)} + \\ + F_{22} u dZ_\rho^{(2)}], F_{\gamma\delta} &= \frac{dF_\gamma}{d\Omega_\delta}, \end{aligned}$$

где $m_j = d_j \sigma_j$ — масса частицы j -го сорта; коэффициенты F_j и ϵ определены в (1.1); ω и \mathbf{k} — частота и волновой вектор пульсаций соответственно.

Система уравнений (1.3) будет замкнутой, если известны статистические характеристики спектральных мер $dZ_\rho^{(j)}$ парциальных объемных концентраций. Для спектральных плотностей флуктуаций этих концентраций используем выражения, следующие из теории в [11],

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \Psi_{\rho,\rho}^{(j)}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{\mathbf{k} D^{(j)} \mathbf{k}}{\pi} \frac{\Phi_j Y(\mathbf{k}^{(j)} - \mathbf{k})}{\omega^2 + (\mathbf{k} D^{(j)} \mathbf{k} - T_j \omega^2)^2}, \\ \Phi_j &= \frac{3\rho_j \rho (1 - \rho/\rho_*)}{4\pi \mathbf{k}^{(j)2}}, \mathbf{k}^{(j)} = (4,5\pi\rho)^{1/3} / a_j, T_j = \frac{\text{tr } D^{(j)}}{\langle w^{(j)2} \rangle}. \end{aligned}$$

Здесь $D^{(j)}$ — тензор эффективной псевдотурбулентной диффузии частиц j -го типа, диагональный в избранной системе координат, причем коэффициенты поперечной диффузии в обоих направлениях равны.

Для замыкания (1.3), (1.4) используем аналогично [4, 5] представление тензоров $D^{(j)}$ и величин $\langle w^{(j)2} \rangle$ через спектральную плотность $\Psi_{w,w}^{(j)}$ пульсационных скоростей частиц

$$(1.5) \quad D_i^{(j)} = \pi/2 \int \Psi_{w_i w_i}^{(j)}(0, \mathbf{k}) d\mathbf{k}, \langle w^{(j)2} \rangle = \iint \text{tr } \Psi_{w,w}^{(j)}(\omega, \mathbf{k}) d\omega d\mathbf{k}.$$

Уравнения (1.3) совместно с (1.4), (1.5) позволяют выразить все спектральные плотности, представляющие интерес, в замкнутой форме.

2. Выражая $dZ_w^{(j)}$ через $dZ_\rho^{(j)}$ при помощи (1.3), вычисляя отсюда тензорную спектральную плотность $\Psi_{w,w}^{(j)}(\omega, \mathbf{k})$ с учетом соотношений (1.4), полагая частоту ω равной нулю и интегрируя в первом соотношении (1.5), получаем после вычисления следующие уравнения для коэффициентов продольной $D_1^{(j)}$ и поперечной $D_2^{(j)} \equiv D_3^{(j)}$ псевдотурбулентной диффузии частиц:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} D_1^{(j)} D_2^{(j)} &= 2\pi u^2 \mathbf{k}^{(1)} \gamma_1^2 \Phi_1 [J_4^{(1)}/\epsilon^2 + 2J_2^{(1)} L_{j1}/\epsilon + L_{j1}^2 J_0^{(1)}] + \\ &+ 2\pi u^2 \mathbf{k}^{(2)} \gamma_2^2 \Phi_2 [J_4^{(2)}/\epsilon^2 + 2J_2^{(2)} L_{j2}/\epsilon + L_{j2}^2 J_0^{(2)}], \\ D_2^{(j)2} &= \pi u^2 / \epsilon^2 [\mathbf{k}^{(1)} \gamma_1^2 \Phi_1 (J_2^{(1)} - J_4^{(1)}) + \mathbf{k}^{(2)} \gamma_2^2 \Phi_2 (J_2^{(2)} - J_4^{(2)})], \end{aligned}$$

$$\gamma_j^2 = D_2^{(j)} / (D_1^{(j)} - D_2^{(j)}), J_n^{(j)} = \int_0^1 t^n / (t^2 + \gamma_j^2) dt, L_{j\delta} = \frac{\partial \ln F_j}{\partial \rho_\delta}.$$

Эти уравнения подобны по форме уравнениям в [4, 5]. Исключая из (2.1) величины $D_1^{(j)}$ и $D_2^{(j)}$, получаем систему двух трансцендентных уравнений для определения параметров γ_j

$$(2.2) \quad \gamma_1^2 J_4^{(1)} / \varepsilon^2 + 2\gamma_1^2 J_2^{(1)} L_{j1} / \varepsilon + \gamma_1^2 J_0^{(1)} L_{j1}^2 + \frac{1}{\alpha^2 \kappa} [\gamma_2^2 J_4^{(2)} / \varepsilon^2 + 2\gamma_2^2 J_2^{(2)} L_{j1} / \varepsilon + \gamma_2^2 J_0^{(2)} L_{j2}^2] = \frac{\gamma_1^2 (1 + \gamma_j^2)}{2\varepsilon^2 \gamma_j^2} (J_2^{(1)} - J_4^{(1)}) + \frac{\gamma_2^2 (1 + \gamma_j^2)}{2\varepsilon^2 \gamma_j^2 \kappa^2} (J_2^{(2)} - J_4^{(2)}), j = 1, 2.$$

Можно показать, что для любого набора значений параметров κ , α и ρ , имеющего физический смысл, система (2.2) имеет единственную пару положительных корней, причем $D_1^{(j)}$ и $D_2^{(j)}$ выражаются из (2.1) в виде

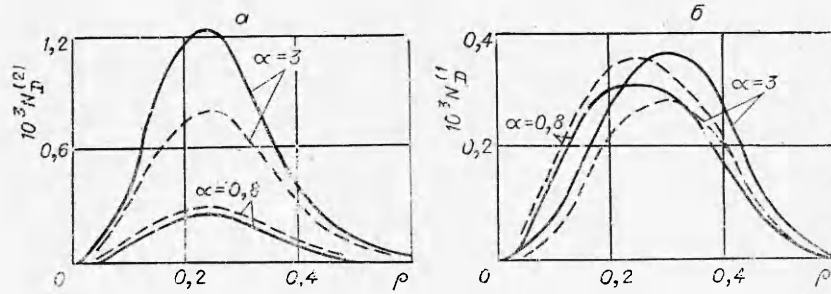
$$(2.3) \quad D_i^{(j)} = \varepsilon a_2 u D_i^{(j)*}, D_2^{(j)*} = N_D^{(j)} D_1^{(j)*}, \\ D_2^{(j)*} = \left\{ \frac{3}{4} \left(\frac{2}{9\pi} \right)^{2/3} \frac{\kappa \alpha^2 \rho^2 (1 - \rho/\rho_*)}{(1 + \kappa) \rho^{2/3} (1 - \rho)^4} [\gamma_1^2 (J_2^{(1)} - J_4^{(1)}) + \gamma_2^2 (J_2^{(2)} - J_4^{(2)})] \right\}^{1/2}, N_D^{(j)} = \frac{\gamma_j^2}{1 + \gamma_j^2}.$$

Отсюда видно, что коэффициент поперечной псевдотурбулентной диффузии одинаков для частиц обеих фракций, в то время как коэффициенты продольной диффузии существенно различны. Однако $D_2^* = D_2^{(j)*}$ из (2.3) зависит от корней γ_j системы (2.2), а следовательно, и от фракционного состава псевдооживленного слоя.

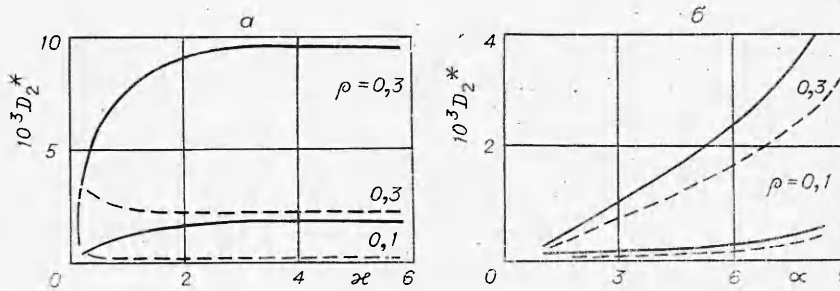
Решение уравнений (2.2) и расчет величин в (2.3) проводились численно на БЭСМ-4. Зависимости безразмерных коэффициентов из (2.3) от ρ имеют такой же характер, что и в монодисперсном слое [4, 5]. При стремлении ρ к нулю или к концентрации системы в состоянии плотной упаковки ρ_* эти коэффициенты обращаются в нуль, все они имеют максимумы при $\rho = 0,2 \dots 0,3$. Продольная диффузия оказывается значительно интенсивнее поперечной, что также согласуется с выводами для монодисперсного слоя в [4, 5].

Однако численные значения величин $N_D^{(j)}$ и $D_i^{(j)*}$ существенно зависят от фракционного состава слоя, т. е. от параметров α и κ из (1.2). Характерные зависимости $N_D^{(1)}$ и $N_D^{(2)}$ от ρ при $\kappa = 0,5$ (штрих) и $\kappa = 2$ (сплошные кривые) показаны на фиг. 1. Анизотропия псевдотурбулентной диффузии минимальна при значениях ρ , соответствующих максимумам кривых на фиг. 1 и весьма слабо зависящих от α и κ . Абсолютные величины коэффициентов $N_D^{(j)}$ для крупных (мелких) частиц значительно возрастают (убывают) с увеличением их относительной концентрации тем заметнее, чем сильнее отличаются размеры частиц.

Зависимости безразмерного коэффициента поперечной диффузии D_2^* от относительной объемной концентрации κ при $\alpha = 0,8$ (штрих) и $\alpha = 3$ (сплошные кривые) показаны на фиг. 2, а; на фиг. 2, б приведены зависимости D_2^* от параметра α при $\kappa = 0,5$; 2 (штриховые и сплошные кривые



Фиг. 1

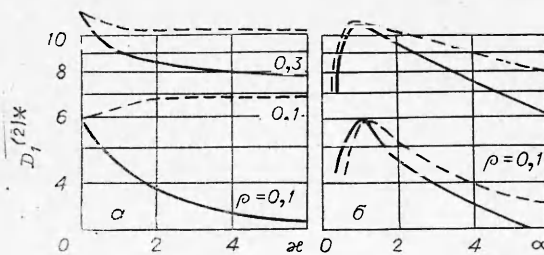


Фиг. 2

соответственно). На фиг. 2 видно, что разбавление монодисперсной системы более крупными частицами значительно (более чем в два раза) интенсифицирует поперечное псевдотурбулентное перемешивание. Напротив, добавление в систему относительно мелких частиц приводит к некоторому ослаблению диффузии в поперечном направлении, при этом D_2^* представляет собой монотонно возрастающую функцию отношения радиуса крупных частиц к радиусу мелких.

Аналогичные зависимости были построены и для безразмерных коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц обеих фракций в продольном направлении. Характер этих зависимостей ясен из представления $D_1^{(1)*}$ в виде произведения D_2^* на коэффициент $\frac{N_1^{(1)}}{N_1^{(2)}} - 1$ и кривых на фиг. 1, 2. Для примера на фиг. 3, а величина $D_1^{(2)*}$ показана как функция от α при $\alpha = 0,8$; 3 (штриховые и сплошные кривые соответственно), а на фиг. 3, б приведены зависимости этой же величины от α , при $\alpha = 0,5$ (штрих) и $\alpha = 2$ (сплошные кривые). Видно, что полидисперсность слоя серьезно сказывается на интенсивности продольной диффузии, причем общий характер зависимостей на фиг. 3 такой же, что и кривых на

фиг. 2. В частности, коэффициент продольной диффузии крупных (мелких) частиц представляет собой монотонно возрастающую (убывающую) функцию α ($\alpha > 1$), скорость его изменения с α тем выше, чем больше (меньше) относительная концентрация частиц в рассматриваемом бинарном слое.



Фиг. 3

Все эти выводы относятся, конечно, к системам, характеризуемым одинаковым значением ρ и различающимся только значениями α и κ .

3. Уравнения (1.3) — (1.5) дают возможность найти спектральные меры и плотности всех исследуемых случайных процессов и выразить различные корреляционные функции в виде определенных интегралов по частоте пульсаций ω и волновому пространству k при помощи стандартных приемов. Ниже приведены расчеты некоторых наиболее важных характеристик псевдотурбулентности, дающие достаточно верные качественные представления о свойствах псевдотурбулентности и о влиянии на них фракционного состава слоя. Для простоты ограничиваемся анализом зернистых слоев, псевдооживленного газом, считая $d_1 = d_2$ и используя отношение $\theta = d_0/d_1 \ll 1$ в качестве малого параметра. Именно такие слои типичны для установок каталитического крекинга [2].

Из (1.3), (1.4) стандартным путем получаем формальные представления для средних квадратов компонент скорости частиц в продольном и поперечном направлениях, зависящие от средних квадратов модуля скорости и коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц как от параметров. Опуская детали вычисления, запишем эти представления для частиц первой фракции

$$(3.1) \quad \langle (w_1^{(1)'})^2 \rangle^* = \frac{\langle (w_1^{(1)'})^2 \rangle}{u^2} = \frac{27\theta\rho^2(1-\rho/\rho_*)}{(4,5\pi)^{2/3} \text{Re}(1+\kappa)\rho^{2/3}D_2^{(1)*}} \times \\ \times \left[\kappa\gamma_1^2 J_4^{(1)}/\varepsilon^2 + \kappa\gamma_1^2 L_{11} J_0^{(1)} + \frac{\gamma_2^2 J_4^{(2)}}{\alpha^2 \varepsilon^2} + \frac{\gamma_2^2 J_0^2 L_{12}^2}{\alpha^2} + \frac{2\kappa\gamma_1^2 L_{11} J_2^{(1)}}{\varepsilon} + \right. \\ \left. + \frac{2\gamma_2^2 L_{12} J_2^2}{\alpha^2 \varepsilon} \right] + \frac{243\rho^2\theta^2(1-\rho/\rho_*)\varepsilon^2}{(4,5\pi)^{2/3} \text{Re}^2(1+\kappa)\alpha^2\rho^{2/3}} \left[\frac{\kappa(1+2N_D^{(1)})F_1^2 J_4^{(1)}}{\varepsilon^2 \langle (w^{(1)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(1)})} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa F_{12}(1+2N_D^{(2)})J_0^{(2)}}{\alpha^2 \langle (w^{(2)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(2)})} + \frac{2\kappa(1+2N_D^{(1)})F_1 F_{11} J_2^{(1)}}{\varepsilon \langle (w^{(1)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(1)})} + \right. \\ \left. + \frac{2(1+2N_D^{(2)})F_1 F_{12} J_2^{(2)}}{\varepsilon \alpha^2 \langle (w^{(2)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(2)})} \right]; \\ \langle (w_2^{(1)'})^2 \rangle^* = \frac{\langle (w_2^{(1)'})^2 \rangle}{u^2} = \frac{\langle (w_3^{(1)'})^2 \rangle}{u^2} = \frac{13,5\rho^2\theta(1-\rho/\rho_*)F_1}{(4,5\pi)^{2/3} \text{Re}(1+\kappa)\rho^{2/3}\varepsilon} \times \\ \times \left\{ \kappa [J_2^{(1)} - J_4^{(1)}] \left[\frac{\gamma_1^2}{\varepsilon D_2^{(1)*}} + \frac{9\theta F_1(1+2N_D^{(1)})\varepsilon u^2}{\text{Re}\alpha^2 \langle (w^{(1)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(1)})} \right] + \frac{J_2^{(2)} - J_4^{(2)}}{\alpha^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{\gamma_2^2}{\varepsilon D_2^{(1)*}} + \frac{9\theta F_1(1+2N_D^{(2)})\varepsilon u^2}{\text{Re}\alpha^2 \langle (w^{(2)'})^2 \rangle^* (1-N_D^{(2)})} \right] \right\}, \\ F_{j\delta} = \frac{dF_j}{d\rho_\delta}, \quad L_{j\delta} = \frac{\partial \ln F_j}{\partial \rho_\delta},$$

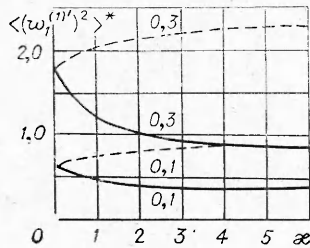
где введено число Рейнольдса Re , определяемое следующим образом: $\text{Re} = 2ud_0a_2(1-\rho)/\mu = 2ud_0a_1(1-\rho)/\alpha\mu$.

Суммируя выражение (3.1) в соответствии со вторым соотношением (1.5), получим уравнение

$$(3.2) \quad \langle (w^{(1)'})^2 \rangle = A_1 + \frac{B_1}{\langle (w^{(1)'})^2 \rangle} + \frac{C_1}{\langle (w^{(2)'})^2 \rangle},$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{6(9\pi)^{1/3}\theta\rho^{4/3}(1-\rho/\rho_*)F_1}{\pi\operatorname{Re}(1+\kappa)2^{1/3}D_2^{(1)*}} \left[\frac{\kappa\gamma_1^2 J_2^{(1)}}{\varepsilon^2} + 2\gamma_1^2 \kappa L_{11} J_2^{(1)}/\varepsilon + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2\gamma_2^2 L_{12} J_2^{(2)}}{\alpha^2 \varepsilon} + \frac{\gamma_2^2 J_2^{(2)}}{\alpha^2 \varepsilon} + \kappa\gamma_1^2 L_{11}^2 J_0^{(1)} + \gamma_2^2 L_{12}^2 J_0^{(2)}/\alpha^2 \right] u^2, \\
B_1 &= \frac{54(4,5\pi)^{1/3}\kappa\theta^2\rho^{4/3}(1-\rho/\rho_*)\varepsilon^2(1+2N_D^{(1)})}{\pi\operatorname{Re}^2\alpha^2(1+\kappa)(1-N_D^{(1)})} [F_1^2 J_2^{(1)}/\varepsilon^2 + \\
&\quad + 2F_1 F_{11} J_2^{(1)}/\varepsilon + F_{11}^2 J_0^{(1)}] u^4, \\
C_1 &= \frac{54(4,5\pi)^{1/3}\theta^2\rho^{4/3}(1-\rho/\rho_*)\varepsilon^2(1+2N_D^{(2)})}{\pi\operatorname{Re}^2(1+\kappa)\alpha^4(1-N_D^{(2)})} [F_1^2 J_2^{(2)}/\varepsilon^2 + \\
&\quad + 2F_1 F_{12} J_2^{(2)}/\varepsilon + F_{12}^2 J_0^{(2)}] u^4.
\end{aligned}$$

Выражения для величин $\langle(w_i^{(2)'})^2\rangle$, характеризующих частицы второй фракции, имеют такую же форму, что и (3.1). Их можно записать по аналогии с (3.1), учитывая, что κ , α и Re должны быть заменены на κ^{-1} , α^{-1} и $\alpha\operatorname{Re}$ соответственно. Суммирование этих величин приводит к уравнению для $\langle(w^{(2)'})^2\rangle$, аналогичному (3.2). Решение этих двух уравнений позволяет найти средние квадраты модуля скорости для частиц обеих фракций как функции физических и режимных параметров слоя и окончательно замкнуть соотношения (1.3)—(1.5).



Фиг. 4

Конкретные расчеты проводились при разных значениях параметров Re и $\theta = d_0/d_1$, отвечающих псевдооживленным слоям, встречающимся в реакторных и регенераторных аппаратах каталитического крекинга. В качестве примера на фиг. 4, 5 приведены данные о продольной пульсационной скорости, полученные при $\operatorname{Re} = 0,5$ и $\theta = d_0/d_1 = 0,00125$. На фиг. 4 изображены зависимости безразмерной величины $\langle(w_1^{(1)'})^2\rangle^*$ от κ при $\rho = 0,1$ или $0,3$ (цифры у кривых) и $\alpha = 0,8$ (сплошные кривые) или $\alpha = 3$ (штриховые кривые). На фиг. 5 показаны зависимости этой же величины от α при $\kappa = 0,5$; 2 (штриховые и сплошные кривые соответственно). Как видно из фиг. 4, пульсации мелких (крупных) частиц усиливаются (ослабевают) с увеличением их относительной концентрации и тем заметнее, чем выше полная объемная концентрация дисперсной фазы.

Аналогичным путем можно получить выражения и для других характеристик псевдотурбулентного движения, имеющих в общем случае весьма громоздкий вид. Наиболее простую форму имеют представления для средних квадратов продольной и поперечной скоростей газа

$$\begin{aligned}
\langle v_1'^2 \rangle &= \frac{\rho^2(1-\rho/\rho_*)}{15(1+\kappa)\varepsilon^2} \left[\frac{\kappa(3+2N_D^{(1)})}{1+2N_D^{(1)}} \langle(w^{(1)'})^2\rangle + (3+2N_D^{(2)}) \times \right. \\
&\quad \left. \times \langle(w^{(2)'})^2\rangle / (1+2N_D^{(2)}) + 3(1+\kappa)u^2 \right];
\end{aligned}$$

$$(3.3) \quad \langle v_2' \rangle = \langle v_3' \rangle = \frac{\rho^2(1-\rho/\rho_*)}{15(1+\kappa)\varepsilon^2} \left[\frac{\kappa(1+4N_D^{(1)})}{1+2N_D^{(1)}} \langle (w^{(1)'})^2 \rangle + \right. \\ \left. + \frac{1+4N_D^{(2)}}{1+2N_D^{(2)}} \langle (w^{(2)'})^2 \rangle + (1+\kappa)u^2 \right]$$

и для дополнительных пульсационных потоков газа

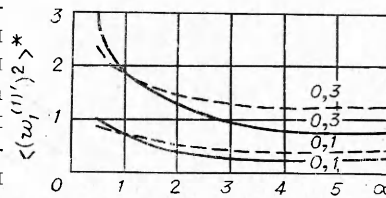
$$(3.4) \quad \langle \rho_1' v_1' \rangle = \frac{\kappa \rho^2 (1-\rho/\rho_*)}{3(1+\kappa)\varepsilon} u, \quad \langle \rho_2' v_1' \rangle = \frac{\rho^2 (1-\rho/\rho_*) u}{3(1+\kappa)\varepsilon}.$$

Характер зависимости этих величин от параметров слоя можно выявить на основе соотношений (3.3), (3.4) и кривых на фиг. 1.

Как следует из анализа выше, соотношения между размерами частиц обеих фракций и их содержаниями в дисперсной фазе весьма существенно влияют на интенсивность и свойства псевдотурбулентных пульсаций, причем характер этого влияния зависит от значений других параметров слоя. Изменение уровня развития псевдотурбулентности приводит к соответствующим изменениям в характере и интенсивности перемешивания фаз в псевдооживленном слое и, в конечном итоге, сказывается на эффективности использования слоя при организации процессов тепло- и массообмена в реакторах химической технологии и других аппаратах, что должно учитываться при расчете и проектировании. В этом отношении особенно важен вывод о существенном ослаблении пульсаций и снижении эффективности перемешивания при добавлении к первоначально монодисперсному слою небольшого (по объему) количества мелких частиц. Этот вывод подтверждается экспериментально известными опытами по зависимости вязкости псевдооживленных систем от состава их дисперсной фазы (см., например, [1, 7, 12]), согласно которым сравнительно небольшие добавки мелочи значительно снижают вязкость. Другие следствия модели, представленные выше, касающиеся зависимости среднеквадратичных скоростей пульсаций и коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц от κ и α , в целом подтверждаются некоторыми наблюдениями со слоями, участвующими в процессах каталитического крекинга. Однако современное состояние экспериментальных исследований бинарных и других полидисперсных псевдооживленных слоев не позволяет провести какого-либо детального сопоставления теоретических выводов с опытными данными.

В значительной мере последнее затруднительно также вследствие сложности и громоздкости самой теории, весьма неудобной для использования в прикладных целях. Поэтому представляется необходимым создание упрощенной теоретической модели и инженерных вариантов анализа бинарных слоев. В этой связи расчетные данные типа приведенных выше окажутся полезными как при выявлении наиболее существенных факторов, определяющих поведение полидисперсного слоя в тех или иных условиях, так и при проверке выводов, следующих из таких упрощенных схем.

Фиг. 5



ЛИТЕРАТУРА

1. Гельперин Н. И., Айнштейн В. Г., Кваша В. Б. Основы техники псевдооживления. М., «Химия», 1967.
2. Бондаренко Б. И. Установки каталитического крекинга. М., Гостоптехиздат, 1958.
3. Бувич Ю. А. Локальные пульсации и взаимодействие фаз в суспензиях мелких частиц.— ПМТФ, 1974, № 4.
4. Бувич Ю. А., Чубанов О. Н. Диффузия частиц в однородном псевдооживленном слое.— ПМТФ, 1972, № 1.
5. Buvich Yu. A. Statistical hydromechanics of disperse systems. Part 3. Pseudo-turbulent structure of homogeneous suspensions.— «J. Fluid Mech.», 1972, vol. 56, pt 2, p. 313.
6. Забродский С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдооживленном (кипящем) слое. М., Госэнергоиздат. 1963.
7. Tam C. K. W. The drag on a cloud of spherical particles in low Reynolds number flow.— «J. Fluid Mech.», 1969, vol. 38, pt. 3, p. 537.
8. Мясников В. П. О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем.— ПМТФ, 1967, № 2.
9. Гольдштик М. А. Элементарная теория кипящего слоя.— ПМТФ, 1972, № 6.
10. Гольдштик М. А., Козлов Б. Н. Элементарная теория концентрированных дисперсных систем.— ПМТФ, 1973, № 6.
11. Бувич Ю. А. Спектральная теория концентрированных дисперсных систем.— ПМТФ, 1970, № 6.
12. Trawinski H. Effective Zähigkeit und Inhomogenität von Wirbelschichten.— «Chem. Ing. Techn.», 1953, vol. 25, N 5, S. 229.

УДК 678 : 532; 517.2 : 532

К ВЫВОДУ РЕОЛОГИЧЕСКОГО СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ

А. Г. Гроссман, В. И. Попов

(Новосибирск)

На основе сеточной модели концентрированных растворов полимеров вычислено выражение для тензора напряжения, определяемое через моменты функции распределения и кинетическое уравнение для этих моментов. Полученные результаты в предельном случае совпадают с известными результатами для обычных ньютоновских жидкостей.

Основная проблема описания движения неньютоновских жидкостей в том числе концентрированных растворов полимеров, состоит в формулировке реологического соотношения о связи напряженного состояния среды с ее деформационными характеристиками.

Для слабоконцентрированных растворов полимеров (c концентрацией $c \leq 0,01\%$ по весу) эта проблема получила наиболее полное завершение в работах (см., например, [1, 2]). Для растворов средней и высокой концентрации ($c \geq 1\%$) вопрос в значительной мере остается неясным. С ростом концентрации раствора полимера его макромолекулы утрачивают свою индивидуальность; их реакция на внешнее возмущение приобретает все более сложный характер.

В отличие от весьма распространенного в реологии полимерных систем феноменологического подхода в данной работе формулируется реологическое соотношение для концентрированных растворов полимеров с молекулярно-кинетических позиций.