

УДК 621; 536

ПРОИЗВОДСТВО ЭНТРОПИИ И ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В КВАДРАТНЫХ КАВЕРНАХ С ВОЛНООБРАЗНЫМИ СТЕНКАМИ

С. Морсли, А. Сабер-Бендехина

Научно-технологический университет г. Оран, Оран, Алжир

E-mails: sabeuramina@hotmail.com, asabeur@univ-usto.dz

Путем численного моделирования проведено исследование производства энтропии при естественной конвекции в квадратных кавернах с волнообразными горячими стенками для различных волновых мод и чисел Рэлея при постоянном числе Прандтля. Установлено, что геометрия горячей стенки оказывает существенное влияние на скорость потока тепла в каверне. В результате численного моделирования обнаружено, что при теплопереносе в каверне с волнообразными стенками среднее число Нуссельта меньше, чем при теплопереносе в каверне с гладкими стенками. Вычислены безразмерные скорость, температура, распределение локальной энтропии, обусловленной как переносом тепла, так и вязкостью жидкости, локальное число Бежана, локальное производство энтропии для различных волновых мод и чисел Рэлея. Исследование выполнено для чисел Рэлея в диапазоне $10^3 < Ra < 10^5$, коэффициента необратимости процесса — в диапазоне $10^{-4} < \varphi < 10^{-2}$ при числе Прандтля $Pr = 0,71$. Обнаружено, что с увеличением волновых мод производство общей энтропии возрастает.

Ключевые слова: естественная конвекция, волнообразная каверна, производство энтропии, число Бежана.

Введение. В последнее время большое внимание уделяется исследованию переноса тепла при естественной конвекции. Это обусловлено тем, что данное явление встречается в различных энергетических системах: электронных охлаждающих устройствах, оранжереях, системах обогрева и охлаждения зданий и т. п. Также представляет интерес проектирование оптимальных тепловых систем с минимальным производством энтропии. Таким образом, количество производимой энтропии является важной характеристикой инженерных тепловых систем. Для определения количества энтропии, производимой в каверне вследствие как переноса тепла, так и движения жидкости, а также для его минимизации используется второй закон термодинамики. Исследование данных задач очень важно при создании эффективных энергетических проектов. Производство энтропии обусловлено необратимостью термодинамических процессов, что имеет место во всех процессах передачи тепла.

Существует большое количество работ, посвященных исследованию производства энтропии как вследствие движения жидкости, так и вследствие наличия теплового потока. В работах [1, 2] особое внимание уделено исследованию причин, обуславливающих производство энтропии в тепловых установках. Производство энтропии приводит к уменьшению срока службы систем. Поэтому исследование необратимых процессов теплопередачи тепла и течения жидкости, а также производства энтропии, обусловленного этими процессами, весьма важно для энергетики. В [3] численно решена задача о производстве энтропии при

ламинарной естественной конвекции в квадратной камере с нагретыми вертикальными стенками. В работе [4] также решена задача о производстве энтропии при естественной конвекции в квадратной полости с различными температурами верхней и нижней стенок. Для таких камер с увеличением температуры стенок производство общей энтропии увеличивается и становится оптимальным при некоторых значениях числа Рэлея. В [5] изучалась задача минимизации производства энтропии в наклонной квадратной капсуле. В [6] проведен анализ производства энтропии в переходном режиме в частично или полностью нагретой квадратной камере. Обнаружено, что необратимость процесса обусловлена в основном переносом тепла, в то время как необратимость вследствие наличия вязкого течения пренебрежимо мала, как и в случае естественной конвекции. В [7] изучалось производство энтропии при естественной конвекции в капсуле Г-образной формы. Обнаружено, что в основном производство энтропии имеет место при числах Рэлея $Ra < 10^5$. В [8] исследовано влияние на производство энтропии отношения длин стенок прямоугольной камеры, имеющих различные температуры. Установлено, что с увеличением отношения длин стенок общее производство энтропии, обусловленное наличием вязкого течения, и общая энтропия возрастают. В [9] изучено производство энтропии при естественной конвекции в симметричном равномерно нагретом вертикальном канале. В результате этого исследования установлено, что при увеличении как соотношения длин стенок, так и числа Рэлея скорость производства глобальной энтропии возрастает.

Помимо работ, в которых рассматривались капсулы с регулярной геометрией, имеющие форму квадратов и прямоугольников, существует большое количество работ, посвященных исследованию капсул с волнообразными стенками, имеющих различные инженерные приложения. В [10] изучались характеристики теплопереноса и ламинарного течения жидкости в камере с двумя горизонтальными прямолинейными стенками и двумя вертикальными волнообразными стенками. Волнообразные стенки имели косинусоидальный профиль. Такая геометрия использовалась для изучения теплопереноса с помощью метода визуализации тепловых линий [11].

Целью настоящей работы является исследование производства энтропии при естественной конвекции в камере, форма которой подобна форме камер, рассмотренной в работах [12, 13]. В отличие от этих работ в предлагаемой работе изучается влияние на производство энтропии числа Рэлея, числа волн и коэффициента необратимости процесса.

1. Математическая модель. Рассматривается двумерный поток тепла в квадратной камере. Горячая стенка является волнообразной и поддерживается при постоянной температуре T_h . Противоположная холодная стенка имеет температуру T_c , остальные стенки изолированные. Число Рэлея изменяется до значения $Ra = 10^5$, число Прандтля постоянно и принято равным $Pr = 0,71$. На рис. 1 показаны геометрия камеры и система координат.

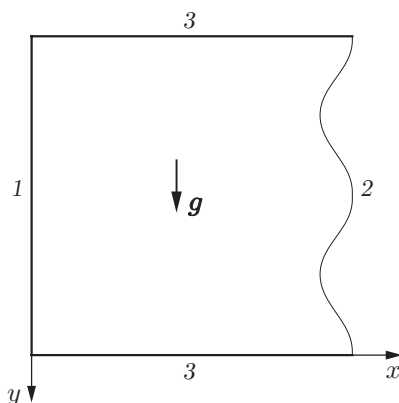


Рис. 1. Геометрия полости:

1 — холодная стенка, 2 — горячая стенка,
3 — изолированные стенки

Термофизические свойства жидкости, за исключением плотности, предполагаются постоянными. Вследствие переменной плотности в уравнении сохранения количества движения появляется слагаемое, обусловленное наличием массовых сил. Для жидкости в соотношении, связывающем плотность и температуру, принимается приближение Буссинеска. В результате получается связанная задача для полей скорости и температуры. В случае установившейся естественной конвекции определяющая система уравнений, включающая законы сохранения массы, количества движения и энергии, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_c), \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x, y — декартовы координаты; u, v — компоненты вектора скорости в направлениях x, y соответственно; ρ — плотность; ν — кинематическая вязкость; p — давление; α — коэффициент тепловой диффузии; β — коэффициент температурного расширения; T — температура.

В безразмерных переменных

$$\begin{aligned} X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha}, \quad V = \frac{vL}{\alpha}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \\ P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Ra} = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3 \text{Pr}}{\nu^2} \end{aligned}$$

(L — характерная длина) уравнения (1) записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0, \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \\ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra Pr } \theta, \\ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для гидродинамической задачи на границе ставятся условия непроникания и непротекания. В температурной задаче горизонтальные стенки адиабатические, в то время как на вертикальных стенках поддерживается постоянная температура: на горячих стенках — температура $\theta_h = 0,5$, на холодных — $\theta_c = -0,5$.

Для поля скорости в расчетной области ставятся нулевые начальные условия. Волнообразные вертикальные стенки имеют синусоидальную форму:

$$f(y) = 1 - A(1 - \cos(2\pi ny))$$

(n, A — число волн и амплитуда соответственно). В настоящей работе амплитуда считается постоянной и равной 0,05.

При конвекции в замкнутом объеме скорость теплового потока определяется числом Нуссельта. На волнообразной стенке локальное и среднее числа Нуссельта определяются следующим образом:

$$\text{Nu}_l = \frac{\partial \theta}{\partial n}, \quad \overline{\text{Nu}} = \frac{1}{s} \int_0^s \frac{\partial \theta}{\partial n} ds.$$

В случае двумерной задачи выражения для безразмерного локального производства энтропии, обусловленного наличием потока тепла и течения вязкой жидкости, в декартовой системе координат записываются в виде

$$S_{lht} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2, \\ S_{lff} = \varphi \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right\}.$$

Здесь φ — параметр, определяющий вклады в производство энтропии потока тепла и потока вязкой жидкости:

$$\varphi = \frac{S_{lff}}{S_{lht}} = \frac{\mu T_0}{k} \left(\frac{\alpha}{L \Delta T} \right)^2,$$

μ — динамическая вязкость; $T_0 = (T_h + T_c)/2$; k — теплопроводность.

Локальное производство энтропии S_l есть сумма S_{lht} и S_{lff} :

$$S_l = \left[\left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial Y} \right)^2 \right] + \varphi \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right\}. \quad (3)$$

Полное производство энтропии получается в результате интегрирования локальных величин по объему, занимаемому системой:

$$S_{tht} = \int_V S_{lht} dV, \quad S_{tff} = \int_V S_{lff} dV, \quad S_t = S_{tht} + S_{tff}.$$

Локальное число Бекана характеризует интенсивность производства энтропии, обусловленного необратимостью процесса переноса тепла:

$$\text{Be} = \frac{S_{lht}}{S_l}.$$

При $\text{Be} \gg 1/2$ необратимость процесса в основном обусловлена переносом тепла, при $\text{Be} \ll 1/2$ — наличием потока вязкой жидкости, при $\text{Be} = 1/2$ необратимость течения жидкости в каверне в равной мере обусловлена переносом тепла и наличием потока вязкой жидкости. При $\text{Be} = 1$ энтропия производится только вследствие необратимости переноса тепла, при $\text{Be} = 0$ — вследствие необратимости процесса течения вязкой жидкости.

2. Выбор сетки. Для проверки точности вычислений были опробованы различные сетки. В таблице приведены результаты расчетов, полученные на различных сетках, для трех значений числа Рэлея в случае волнообразной стенки при $n = 3$. В качестве критерия точности вычислений выбраны значения среднего числа Нуссельта, характеризующего процесс переноса тепла. Выбор сетки размером 67×80 , которая использовалась в дальнейших вычислениях, обусловлен тем, что результаты, полученные на ней, отличаются от результатов, полученных на более мелкой сетке, не более чем на 4 %.

Результаты расчетов, полученные на различных сетках

Сетка	\bar{Nu}		
	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^3$
29×34	3,907	2,225	1,095
40×48	3,820	2,219	1,072
67×80	3,760	2,156	1,067
83×100	3,720	2,149	1,064

3. Численный алгоритм. Система уравнений задачи в безразмерных переменных решалась методом конечных объемов с использованием процедуры корректировки давления [14], подробно изложенной в [13]. Определив градиент температуры на стенках каверны, локальную энтропию во всей каверне нетрудно найти из уравнений (3) по известным из решения уравнений (2) температуре и полю скорости.

4. Обсуждение результатов. В данной работе представлены результаты расчетов для каверны с волнообразной стенкой ($n = 4$) при $\varphi = 0,0001$ и различных значениях числа Рэлея.

На рис. 2 приведены результаты расчетов при $Ra = 10^5$. Анализ поведения линий тока показывает, что волнообразная стенка влияет на геометрическую форму ячейки. В частности, вблизи горячей стенки линии тока сходятся к ней за каждой вершиной и удаляются от нее за каждой впадиной, что оказывает влияние на конвективный перенос тепла вблизи стенки. Действительно, когда линия тока вследствие наличия нормальной составляющей вектора скорости приближается к стенке, интенсивность переноса тепла возрастает. Следует отметить, что при ускорении термоконвективного потока ячейка вытягивается вдоль одной из ее диагоналей. В окрестности вершины линии тока располагаются вблизи стенки непосредственно за вершиной. Такую же особенность имеет расположение изо-

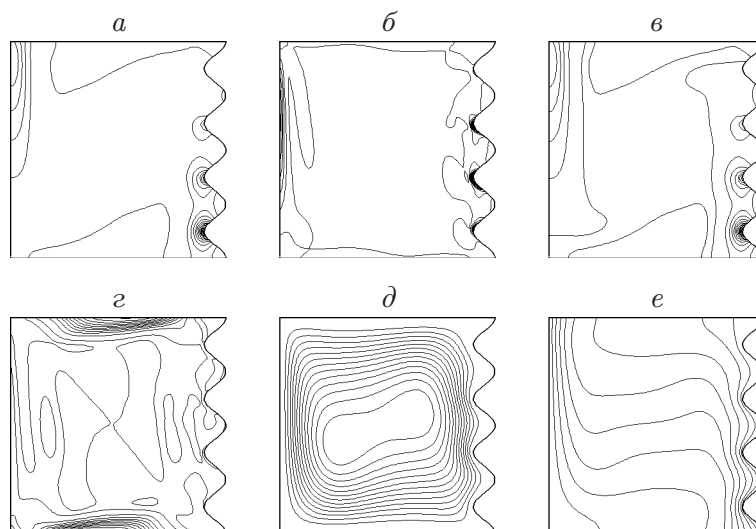


Рис. 2. Результаты расчетов для каверны с волнообразной стенкой ($n = 4$) при $\varphi = 0,0001$, $Ra = 10^5$:

a — производство локальной энтропии, обусловленное переносом тепла; *b* — производство локальной энтропии, обусловленное течением вязкой жидкости; *в* — производство локальной энтропии, обусловленное переносом тепла и течением вязкой жидкости; *г* — изолинии числа Бежана; *д* — линии тока; *е* — изотермы

терм (см. рис. 2), что свидетельствует об уменьшении толщины теплового пограничного слоя непосредственно за вершиной. В центральной области каверны поток остается стратифицированным. В окрестности горячей стенки толщина пограничного слоя поочередно увеличивается и уменьшается вдоль нее. В частности, вблизи горячей стенки линии тока сходятся к ней за каждой вершиной и расходятся за каждой впадиной. Изотермы не параллельны вертикальным стенкам, что обусловлено волнообразной формой стенки и наличием сильного течения жидкости. Производство локальной энтропии вследствие наличия вязкой жидкости существенно больше, чем ее производство, обусловленное наличием теплового потока. Поэтому распределение производства энтропии практически совпадает с распределением теплового потока. На рис. 2–4 видно, что производство энтропии в основном сосредоточено в нижнем углу каверны вблизи горячей волнообразной стенки и в верхнем углу вблизи холодной стенки. Это обусловлено наличием градиента скорости температуры в указанных областях (см. рис. 2, *д, е*, 3, *д, е*, 4, *д, е*).

При больших числах Рэлея изолинии производства энтропии сосредоточены на активных (горячих и холодных) стенках, что также обусловлено наличием значительных градиентов скорости температуры и следует из характера расположения изотерм и линий тока.

Из рис. 3, 4, на которых представлены распределения по полости локального числа Бижана, следует, что во всех рассмотренных случаях необратимость процесса обусловлена в основном переносом тепла. Анализ полученных результатов показывает, что локальное число Бижана изменяется от 0 до 1. Также отмечено увеличение локального числа Бижана. Это свидетельствует о том, что в рассмотренных случаях при любом числе волн волнообразной стенки необратимость процесса в основном обусловлена переносом тепла. При малых числах Рэлея жидкость практически неподвижна в полости, поэтому необратимость процесса в основном обусловлена переносом тепла. Изолинии числа Бижана расположены симметрично, необратимость переноса тепла наблюдается как вблизи волнообразной стенки, так и в центральной части полости. При больших числах Рэлея конвективное течение становится сильнее, что приводит к искажению изотерм. При увеличении числа Рэлея зона необратимости в центральной части полости сужается.

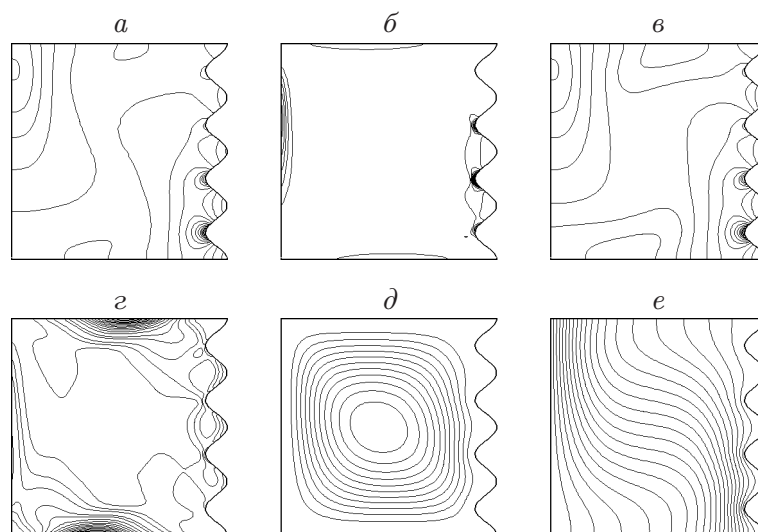


Рис. 3. Результаты расчетов для каверны с волнообразной стенкой ($n = 4$) при $\varphi = 0,0001$, $Ra = 10^4$ (обозначения те же, что на рис. 2)

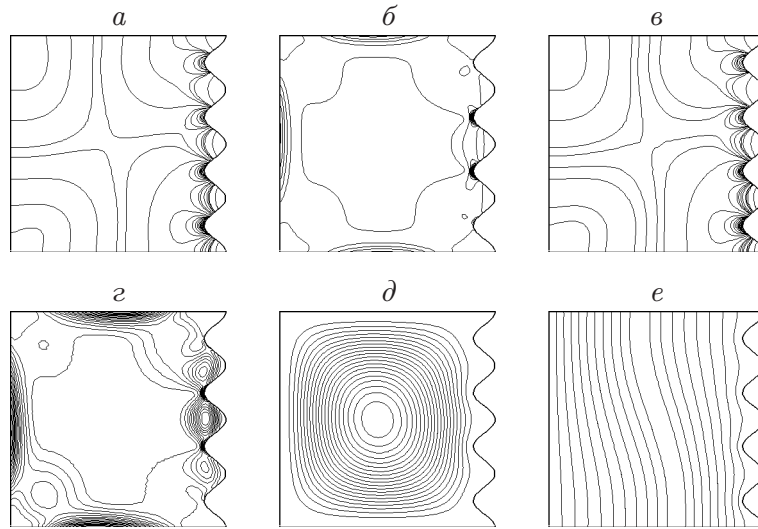


Рис. 4. Результаты расчетов для каверны с волнообразной стенкой ($n = 4$) при $\varphi = 0,0001$, $Ra = 10^3$ (обозначения те же, что на рис. 2)

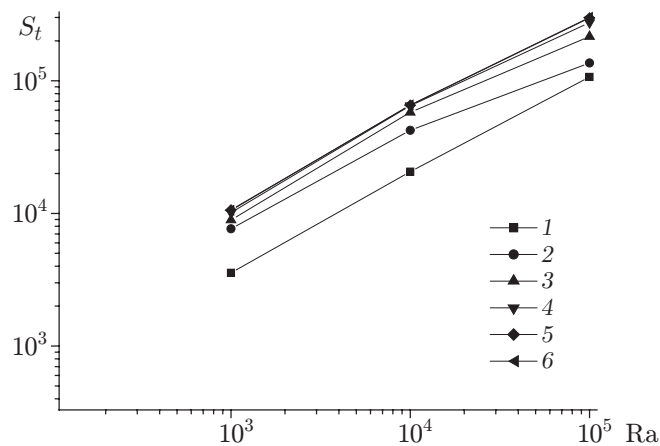


Рис. 5. Зависимость производимой энтропии от числа Рэлея при $\varphi = 0,0001$:
 1 — квадратная каверна, 2–6 — каверна с волнообразными стенками (2 — $n = 2$, 3 — $n = 3$, 4 — $n = 4$, 5 — $n = 5$, 6 — $n = 6$)

На рис. 5 приведена зависимость полной энтропии от числа Рэлея для всех исследуемых каверн при $\varphi = 0,0001$. Для различных чисел волн волнообразной стенки, а также для квадратной полости эти зависимости имеют аналогичный характер. Очевидно, что с увеличением числа Рэлея энтропия возрастает по линейному закону. С увеличением числа волн волнообразной стенки энтропия также возрастает.

На рис. 6,а представлена зависимость производимой энтропии от числа волн волнообразной стенки при $Ra = 10^3$ и различных значениях параметра φ . Видно, что характер изменения общей производимой энтропии в зависимости от числа волн при $\varphi = 0,0001$ и $\varphi = 0,01$ один и тот же, но при $\varphi = 0,001$ общая производимая энтропия значительно больше. Однако для других значений числа Рэлея общая производимая энтропия увеличивается с увеличением числа волн, но при $\varphi = 0,001$ и $\varphi = 0,0001$ она меньше, чем при $\varphi = 0,01$, и достигает максимального значения при $n = 4$. Наиболее отчетливо эта закономерность проявляется при $Ra = 10^4$ (ср. рис. 6,б,в).

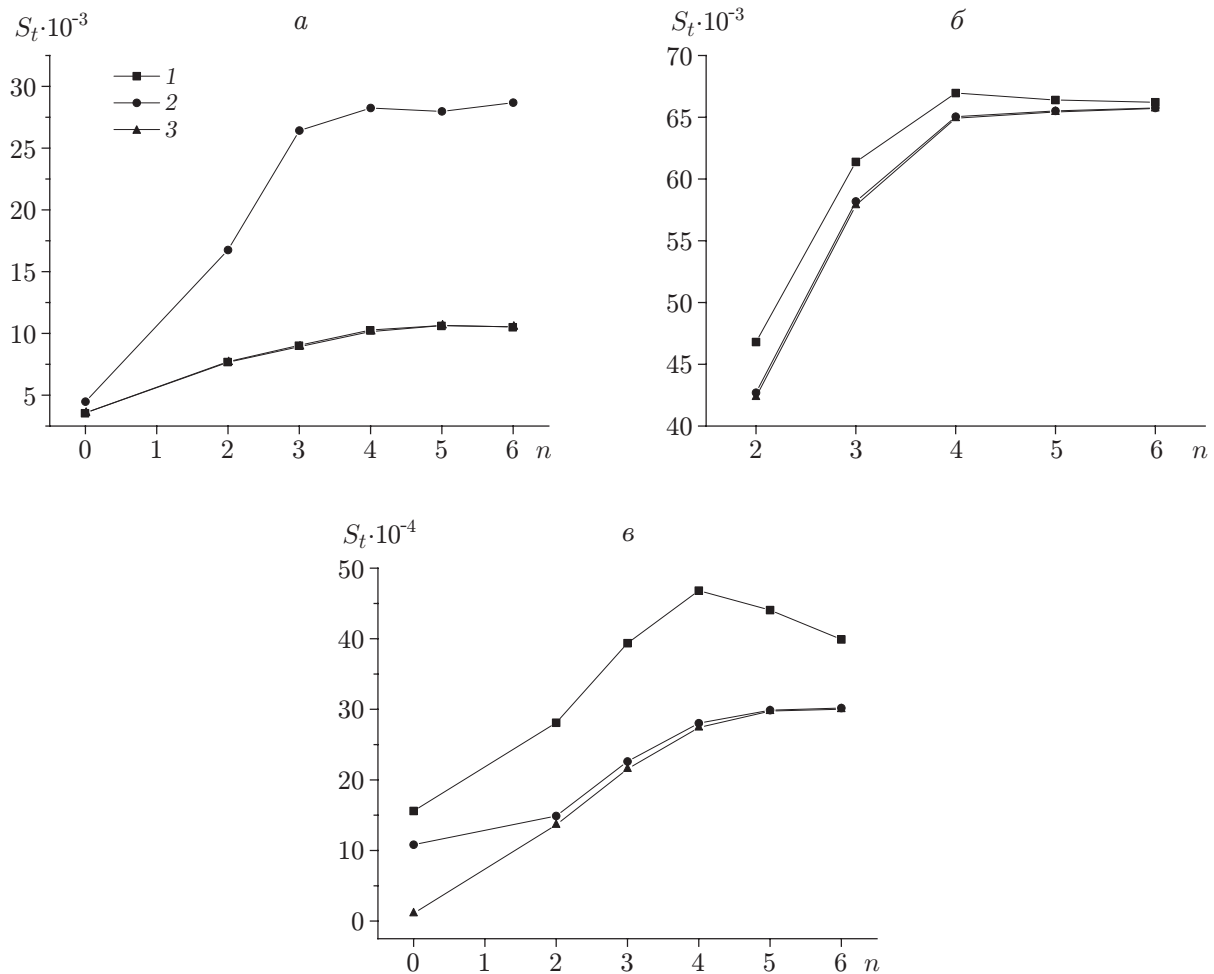


Рис. 6. Зависимость производимой энтропии от числа волн волнообразной стенки при различных значениях Ra , φ :
 а — $Ra = 10^3$, б — $Ra = 10^4$, в — $Ra = 10^5$; 1 — $\varphi = 0,01$, 2 — $\varphi = 0,001$, 3 — $\varphi = 0,0001$

Заключение. В работе исследованы необратимость процессов и производство локальной и общей энтропий в полости с волнообразной стенкой при различном числе волн. Для оценки общей производимой энтропии вследствие переноса тепла использовано среднее число Бежана. На необратимость процессов переноса тепла и течения вязкой жидкости существенно влияет число волн волнообразной стенки. Наибольшее количество энтропии производится в полости при $Ra = 10^3$, $\varphi = 0,001$, причем это имеет место при любом числе волн волнообразной стенки.

В процессе производства энтропии преобладает перенос тепла, при этом с увеличением числа волн волнообразной стенки энтропия увеличивается. Однако при большом числе Рэлея ($Ra = 10^5$) и всех значениях параметра φ максимальное количество энтропии производится при $n = 4$, затем это количество уменьшается.

Из результатов проведенных исследований следует, что задача о распространении тепла и гидродинамическая задача являются связанными. Среди теплофизических устройств при наличии в них естественной конвекции устройства с волнообразными стенками являются более предпочтительными. Такую конфигурацию можно использовать в солнечных батареях, электронных и других энергетических устройствах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Bejan A.** Entropy generation minimization. N. Y.: CRC Press, 1996.
2. **Bejan A.** A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer // J. Heat Transfer. 1979. V. 101. P. 718–725.
3. **Magherbi M. A., Abbassi A., Brahim A. B.** Entropy generation in the onset of natural convection // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 3441–3450.
4. **Yilbas B. S., Shuja S. Z., Gbadebo S. A., et al.** Natural convection and entropy generation in a square cavity // Intern. J. Energy Res. 1998. V. 22. P. 1275–1290.
5. **Bayatas A. C., Yang W. J., Arbour A.** Optimization in an inclined enclosure for minimum entropy generation in natural convection // J. Non-Equilib. Thermodyn. 1997. V. 22. P. 145–155.
6. **Erbay L. B., Altac Z., Sulus B.** Entropy generation in a square enclosure with partial heating from a vertical lateral wall // Heat Mass Transfer. 2004. V. 40. P. 909–918.
7. **Dagtekin I., Oztop H. F., Bahloul A.** Entropy generation for natural convection in Γ -shaped enclosure // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2007. V. 34. P. 502–510.
8. **Ilis G., Mobedi M., Sunden B.** Effect of aspect ratio in entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2008. V. 35. P. 696–703.
9. **Andreozzi A., Auletta A., Manca O.** Entropy generation in natural convection in a symmetrically and uniformly heated vertical channel // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2006. V. 49. P. 3221–3228.
10. **Mahmud S., Sadrul Islam A. K. M.** Laminar free convection and entropy generation inside an inclined wavy enclosure // Intern. J. Therm. Sci. 2003. V. 42. P. 1003–1012.
11. **Mahmud S., Fraser R. A.** Free convection and entropy generation inside a vertical imphase wavy cavity // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2004. V. 31. P. 455–466.
12. **Adjlout L., Imine O., Azzi A., Belkadi M.** Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2002. V. 45. P. 2141–2152.
13. **Sabeur-Bendehina A., Imine O., Adjlout L.** Laminar free convection in undulated cavity with non uniform boundary conditions // Comptes Rendus Mécanique. 2011. V. 339, iss. 1. P. 42–57.
14. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. S. 1.: McGraw-Hill, 1980. (Series in computational methods in mechanics and thermal sciences).

Поступила в редакцию 8/VIII 2012 г.
