5. **Belgaumker B. M.** Shock propagation and crack in materials.— In: Proc. Int. Conf. Fract. Mech. and Technol., Hong-Hong, 1977, v. 2. Alphen aan den Rijn, 1977.
6. **Цветков В. М., Лукишов Б. Г., Лифшиц Л. Д.** Формирование осколков при дроблении хрупкой среды в условиях всестороннего сжатия.— ФТПРПИ, 1979, № 3.
7. **Салганик Р. Л.** Механика тел с большим числом трещин.— Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 4.
8. **Панасюк В. В.** Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1966.
9. **Черепанов Г. П.** О развитии трещин в сжатых телах.— ПММ, 1966, т. 30, № 1.
10. **Melville P. H.** Fracture mechanics of brittle materials in compression.— Intern. J. Fracture, 1977, v. 13, p. 532.
11. **Бетехтин В. И., Владимиров В. И. и др.** Сообщение 1. Деформация и развитие микротрещин.— Пробл. прочности, 1979, № 7.

Поступила 17/IV 1984 г.

УДК 539.217.1+539.214

О ПОРООБРАЗОВАНИИ, УРАВНЕНИЯХ СОСТОЯНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

О. Б. НАЙМАРК

(*Пермь*)

Под сверхпластическим понимают такое состояние и поведение материалов, при котором существенно возрастает их способность деформироваться (иногда на сотни и тысячи процентов) без признаков макроскопического разрушения с одновременным уменьшением напряжения текучести [1, 2]. В настоящее время установлено, что эффект сверхпластичности проявляется почти на всех машиностроительных сплавах на основе железа, никеля, титана, алюминия, включая труднодеформируемые инструментальные и жаропрочные стали и сплавы, композиционные, металлокерамические и керамические материалы.

Традиционно выделяют два основных вида сверхпластичности: структурную (изотермическую) сверхпластичность, обусловленную ультрамелкозернистой структурой, и сверхпластичность перехода в интервале температур фазового превращения. Особенности проявления эффекта сверхпластичности свидетельствуют о необходимости учета структуры материала, а сильное влияние скорости деформирования на режимы сверхпластичности — корректного описания релаксационных процессов. Изучению влияния структуры материала, порообразования на сверхпластическое поведение и его устойчивость посвящена данная работа.

Основным структурным признаком сверхпластической деформации при определенных температурно-скоростных режимах является массовое перемещение зерен типа «перетекания». Массовость таких перемещений обеспечивает исключительно высокую пластичность без заметной деформации отдельных зерен. Развитие почти «гидродинамического» характера течения по отношению к каждому конкретному зерну при сверхпластичности естественно связать с появлением свободного объема. Известно, что пластическое деформирование сопровождается образованием микротрещин, пор и это явление получило название пластического разрыхления [3]. В [4, 5] изучен механизм сверхпластичности, сопровождающийся интенсивным порообразованием, и показано, что наличие пор, микротрещин является важным структурным фактором, обеспечивающим необычно высокую пластичность.

В качестве параметра, определяющего объемную концентрацию и преимущественную ориентацию пор, микротрещин, может служить симметричный тензор $p_{ik} = n\langle s_{ik}\rangle$, где n — число микротрещин в единице объема, а «микроскопическая» величина

$$s_{ik} = s\nu_i\nu_k \tag{1}$$

характеризует объем и ориентацию микротрещины нормального отрыва с основанием $\mathrm{S}_D = S_D\nu$ и вектором $\mathrm{b} = b\nu$ скачка смещений [6]. Объем микротрещины есть $s = \mathrm{Sp}s_{ik} = S_Db$, а билинейная по отношению к компонентам единичного вектора ν структура тензора s_{ik} аналогична, например, структуре тензора ориентации в физике полимеров и жидких кристаллов [7].

Закономерности трещинообразования в поликристаллических твердых телах связаны с существенной гетерогенностью их микроструктуры [8]. Зародышами микротрещин в металлах являются скопления дислокаций, границы блоков, межзеренные границы. Зародыши, превышающие некоторый критический размер, способны при определенных условиях увеличить свой объем и развиться в микротрещину. В [9, 10] экспериментально исследован механизм микроразрушения, заключающийся в ускорении роста имеющихся микротрещин и в зарождении новых в результате сброса энергии упругой деформации, выделяющейся при разрушении микрообъема. Этот механизм позволяет предложить модель разрушения, основанную на вычислении энергии упругой деформации, выделяющейся в локальном объеме при трещинообразовании. Энергию микротрещины в приближении самосогласованного поля можно записать в виде [11]

(2) $$E = E_0 - H_{ik}s_{ik} + \alpha s_{ik}^2,$$

где E_0 — слагаемое, зависящее от p_{ik}*; H_{ik} — эффективное силовое поле, действующее на микротрещину; α и λ — параметры материала. В [13] предложена модель термоактивированного зарождения микротрещин и показано, что в области их появления создаются значительные перенапряжения. При этом зарождение микротрещин является эффективным механизмом возврата в объемах с размерами $\sim 10^{-5}$ мм. Квадратичный по s_{ik} член в (2) определяет величину упругой энергии, «закачиваемой» в материал при увеличении объема V_0 зародыша микротрещины. Из соображений размерности можно записать $\alpha \sim G/V_0$, где G — модуль упругости материала, V_0 — характерный объем зародышей микротрещин. Эффективное поле H_{ik} представляется пропорциональным макроскопическому напряжению σ_{ik} и достигнутому уровню трещиноватости p_{ik}:

(3) $$H_{ik} = \gamma\sigma_{ik} + \tilde{\lambda} p_{ik} = \gamma\sigma_{ik} + \lambda c_{ik},$$

где $c_{ik} = \langle s_{ik} \rangle$; $\lambda = \tilde{\lambda} n$.

Вид H_{ik} отражает тот факт, что внутренние перестройки структуры происходят под действием локальных напряжений, которые могут существенно отличаться от макроскопического среднего [14]. Слагаемое $\tilde{\lambda} p_{ik}$ определяет силовое воздействие на микротрещину, приписываемое обычно дальнодействующим полям дислокаций и вызывающее рост микротрещин в поле собственных перенапряжений. Замечание о структуре коэффициента α позволяет сделать предположение о том, что с ростом объемной концентрации микротрещин в материале и уменьшением его модуля параметр α также уменьшается.

В равновесии вероятность различных ориентаций и размеров микротрещин пропорциональна $\exp(-E/T)$, где T — температура, измеренная в энергетических единицах. С учетом (2) и (3) нормированная функция распределения имеет вид

(4) $$W = Z^{-1} \exp\left[\frac{1}{T}\left(-E_0 + H_{ik}s_{ik} - \alpha s_{ik}^2\right)\right],$$

$$Z = \int \exp\left[\frac{1}{T}\left(-E_0 + H_{ik}s_{ik} - \alpha s_{ik}^2\right)\right] ds\, d^2\mathbf{v}.$$

Это выражение содержит макроскопический тензор p_{ik}, который по своему определению есть среднее от s_{ik} с функцией распределения W. Таким образом, для p_{ik} получаем уравнение самосогласования

(5) $$p_{ik} = n \int s_{ik} Z^{-1} \exp(-E/T)\, ds\, d^2\mathbf{v}.$$

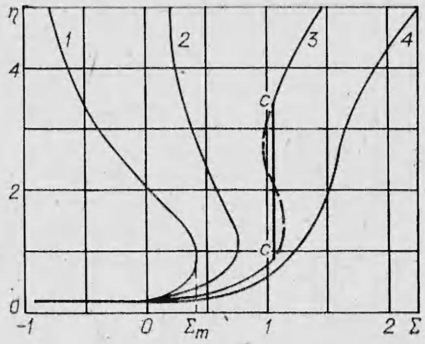
Изучение равновесных свойств упругой среды с микротрещинами на основе уравнения (5) проведено в [15] при одноосном растяжении образца постоянным напряжением. В этом случае $\sigma_{ik} = \sigma n_i n_k$, $p_{ik} = p n_i n_k$ (растяжение в направлении оси $\mathbf{n}$) и уравнение (5) после введения безразмерных параметров принимает вид

(6) $$\eta = \frac{\int\limits_0^\infty \int\limits_0^1 v x^2 \exp\left\{\frac{1}{\theta}\left[\frac{2}{\delta}(\eta + \Sigma) v x^2 - v^2\right]\right\} dx\, dv}{\int\limits_0^\infty \int\limits_0^1 \exp\left\{\frac{1}{\theta}\left[\frac{2}{\delta}(\eta + \Sigma) v x^2 - v^2\right]\right\} dx\, dv},$$

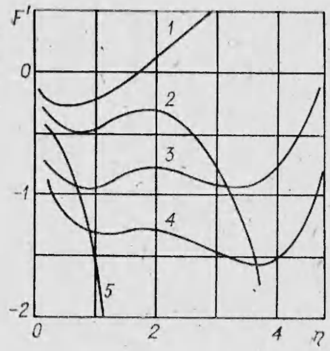
где $x = (\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})$; $\theta = T\lambda^2/G^2\alpha$; $v = \frac{\lambda}{G} s$; $\eta = \frac{\lambda}{Gn} p$, $\Sigma = \frac{\gamma\sigma}{G}$; $\delta = \frac{2\alpha}{\lambda}$. Статистико-термодинамическое описание позволило выяснить характерные реакции твердых тел на трещинообразование. На фиг. 1 (линии *1—4* — δ = 0,8; 1; 1,2; 1,4) изображены зависимости концентрации микротрещин от величины напряжения при $\theta = 1$ для различных значений структурного параметра $\delta = 2\alpha/\lambda$, полученные на основе численного решения уравнения (6). Величина параметра δ определяется естественными масштабными характеристиками материала [11]: средним размером гетерогенной структуры (например, размером зерна, блоков в металле) и корреляционным радиусом полей микро-

---

* В [12] показано, что в нулевом приближении среднего поля следует писать $E_0 = -\frac{1}{2}\lambda\langle s_{ik}\rangle^2$.



Фиг. 1



Фиг. 2

напряжений, вносимых микротрещинами. Для значений $\delta > \delta_*$ ($\delta_* = 1{,}3$), что соответствует материалам с относительно малым размером зерна R ($\delta \sim R^{-3}$), имеет место устойчивая равновесная реакция твердого тела на трещинообразование. Соответствующий этому результату обратимый характер изменения объемной концентрации микротрещин наблюдался на начальной стадии пластической деформации в алюминии и цинке [16]. В интервале $\delta_c < \delta < \delta_*$ (δ_c — 1) существует метастабильность по параметру p_{ik}, связанная с ориентационными степенями свободы микротрещин. При этом в области неоднозначности может наблюдаться скачкообразный ориентационный переход, аналогичный фазовому переходу первого рода (c — c — линия равновесного перехода). Для $\delta < \delta_c$(уменьшение δ можно рассматривать, например, как следствие увеличения характерного размера зерна) скачок по параметру p_{ik} становится бесконечным. Результаты решения уравнений самосогласования легко пояснить, вычислив вклад в свободную энергию F, связанный с микротрещинами. Как известно, $F = -nT \ln Z$ и с учетом (4) для случая одноосного нагружения получаем

$$F = n\frac{G^2\alpha}{\lambda^2}\left\{\frac{1}{\delta}\eta^2 - \theta \ln \int\limits_0^\infty \int\limits_0^1 \exp\left[\frac{1}{\theta}\left(\frac{2}{\delta}(\eta + \Sigma)\, vx^2 - v^2\right)\right] dx dv\right\}. \tag{7}$$

На фиг. 2 приведены зависимости $F'(\eta) = (nG^2\alpha/\lambda^2)^{-1}F$ (линии *1—5* соответствуют $\delta = 1{,}4$; 1; 1,2; 1,2; 1 и $\Sigma = 0{,}6$; 0,57; 1,05; 1,1; 0,8). Равновесные значения параметра η соответствуют точкам минимума функции $F'(\eta)$. Для значений $\delta > \delta_*$ на кривых имеется один минимум, метастабильность фаз в области перехлеста ($\delta_c < \delta < \delta_*$) связана с существованием двух минимумов функции $F'(\eta)$. Увеличение растягивающего напряжения приводит к выполаживанию левого минимума, правый же минимум становится более глубоким. При некотором напряжении, определяющем верхнюю границу области метастабильности, левый минимум исчезает и закономерности трещинообразования при дальнейшем увеличении напряжения аналогичны рассмотренному выше случаю. При $\delta < \delta_c$ множеству значений напряжений, меньших Σ_m, соответствует область метастабильности, однако правый минимум функции $F(\eta)$ здесь становится бесконечно глубоким и объемная концентрация микротрещин при конечном напряжении может стать бесконечно большой. Для растягивающих напряжений, превышающих Σ_m (предел устойчивости термодинамической ветви [17]), метастабильное состояние исчезает, что свидетельствует об отсутствии равновесия в системе. Изучение кинетики процесса трещинообразования показало [15], что именно в этой области наблюдался лавинообразный рост объемной концентрации микротрещин, заканчивающийся зарождением очагов макротрещин и разрушением.

Как известно, пластическая деформация и разрушение являются взаимодействующими процессами, происходящими практически в течение всего времени пребывания твердого тела под нагрузкой. Описание кинетики трещинообразования и выяснение взаимосвязи процессов разрушения и пластической деформации можно провести на основе теории распада метастабильных состояний [14]. В соответствии с ней при переходе системы из одного равновесного состояния в другое требуется преодолеть потенциальный барьер, высота которого зависит от выбора конкретной траектории в пространстве состояний. Кинетику таких переходов можно описать в различных приближениях. Следуя [18], построим уравнения состояния в приближении локального равновесия, для чего воспользуемся следующим представлением для объемной плотности свободной энергии $\mathcal{F}$ [11]:

$$\mathcal{F} = F + \mu\left(u_{ik} - \frac{1}{3}u_{ll}\delta_{ik}\right)^2 + Ku_{ll}^2/2, \tag{8}$$

где u_{ik} — тензор упругой деформации; μ и K — сдвиговый и объемный модули изотропного в отсутствие микротрещин материала. Используя законы сохранения массы, импульса и полной энергии, а также соотношение Гиббса для роста энтропии, можно получить выражение для диссипативной функции [19]

(9) $$TP_S = -\frac{q_k}{T}\frac{\partial T}{\partial x_k} + \sigma_{ik}e^p_{ik} - \Pi_{ik}\frac{dp_{ik}}{dt} \geqslant 0,$$

где P_S — производство энтропии; q_k — компоненты вектора потока тепла; тензор $\Pi_{ik} = \partial F/\partial p_{ik}$ является термодинамической силой, действующей на систему, когда значение p_{ik} отличается от равновесного. Тензор скоростей пластических деформаций e^p_{ik} вычисляется как разность

(10) $$e^p_{ik} = e_{ik} - \dot{u}_{ik},$$

где $e_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)$ — тензор скоростей деформаций; v_i — компоненты вектора скорости. Компоненты тензора упругих деформаций u_{ik} с учетом анизотропии свойств, вносимой микротрещинами, определяются соотношениями анизотропной теории упругости [20]

(11) $$u_{ik} = c_{iklm}\sigma_{lm}.$$

Здесь c_{iklm} — тензор эффективных упругих податливостей материала с микротрещинами:

(12) $$c_{iklm} = c\delta_{il}\delta_{km} + c_1(p_{il}\delta_{km} + p_{kl}\delta_{im}) + c_2 p_{ik}p_{lm},$$

c, c_1 и c_2 — феноменологические коэффициенты.

Условию знакоопределенности выражения (9) можно удовлетворить, записав определяющие уравнения в виде [19]

(13) $$q_i = -\lambda_{ik}(p_{\alpha\beta})\frac{\partial T}{\partial x_k};$$

(14) $$\sigma_{ik} = L^{(1)}_{iklm}(p_{\alpha\beta})e^p_{lm} - L^{(2)}_{iklm}(p_{\alpha\beta})\dot{p}_{lm},$$
$$\Pi_{ik} = L^{(2)}_{iklm}(p_{\alpha\beta})e^p_{lm} - L^{(3)}_{iklm}(p_{\alpha\beta})\dot{p}_{lm}$$

с учетом симметрии кинетических коэффициентов по Онзагеру и при условии положительной определенности коэффициентов λ_{ik}, $L^{(1)}_{iklm}$, $L^{(3)}_{iklm}$:

(15) $$\{\lambda_{ik}\} > 0, \ \{L^{(1)}_{iklm}\} > 0, \ \{L^{(3)}_{iklm}\} > 0.$$

Уравнения состояния (13), (14) квазилинейные, т. е. предполагается зависимость кинетических коэффициентов λ_{ik}, $L^{(\alpha)}_{iklm}$ от параметра p_{ik}. Вызываемая структурным параметром p_{ik} анизотропия кинетических коэффициентов $L^{(\alpha)}_{iklm}$ описывает деформационную анизотропию механических свойств и появление текстур в пластически деформируемом материале. С учетом симметрии параметра плотности микротрещин общий вид зависимости кинетических коэффициентов $L^{(\alpha)}_{iklm}$ от p_{ik} следующий:

(16) $$L^{(\alpha)}_{iklm} = l^{(\alpha)}\delta_{il}\delta_{km} + l^{(\alpha)}_1(p_{il}\delta_{km} + p_{kl}\delta_{im}) + l^{(\alpha)}_2 p_{ik}p_{lm},$$

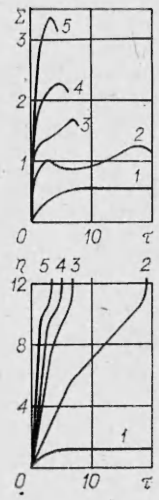
где $l^{(\alpha)}$, $l^{(\alpha)}_1$ и $l^{(\alpha)}_2$ — некоторые феноменологические коэффициенты.

Рассмотрим влияние трещинообразования на деформационные свойства материалов при традиционных видах нагружения. Используя выражения (10), (11) и ограничиваясь в (12) и (16) первыми членами разложения, для случая одноосного растяжения в направлении оси z ($e_{zz} = e$, $\sigma_{zz} = \sigma$, $p_{zz} = p$) уравнения (14) можно привести к виду

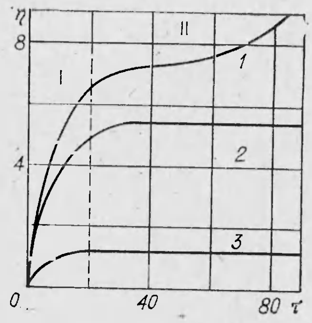
(17) $$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = G\left(e - \frac{\sigma}{l^{(1)}} - \frac{l^{(1)}}{l^{(2)}}\frac{\partial p}{\partial t}\right), \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{l^{(2)}}{l^{(3)}}\frac{1}{G}\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \frac{l^{(2)}}{l^{(3)}}e - \frac{1}{l^{(3)}}\Pi,$$

где G — модуль Юнга. В [11] показано, что микротрещины, увеличивая податливость материала, вызывают уменьшение величины параметра δ. С учетом малых объемных концентраций микротрещин в материале вплоть до состояний, предшествующих разрушению, естественно ограничиться линейным приближением по η в разложении для δ : $\delta = \delta_0(1 - \varepsilon\eta)$ (ε — положительная константа материала). После перехода к безразмерным переменным уравнения (17) могут быть преобразованы к виду

(18) $$\frac{\partial\Sigma}{\partial\tau} = \Gamma - \Sigma - \chi_1\frac{\partial\eta}{\partial\tau}, \quad \frac{\partial\eta}{\partial\tau} = \chi_2\left(\Gamma - \frac{\partial\Sigma}{\partial\tau}\right) - \chi_1\chi_2\Pi',$$



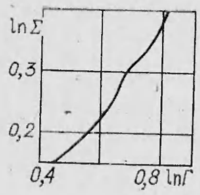
Фиг. 3



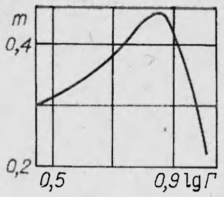
Фиг. 4

где $\Sigma = \sigma/G$; $\tau = t/t_m$; $t_m = l^{(1)}/G$ — время релаксации; $\Gamma = \dot{e}t_m$ — безразмерная скорость деформации; $\chi_1 = \frac{l^{(1)}}{l^{(2)}}\frac{Gn}{\lambda}$; $\chi_2 = l^{(2)}/l^{(3)}$; $\Pi' = \frac{\delta}{2}\frac{\partial F'}{\partial \eta}$. Система (18) исследовалась численно для двух режимов деформирования: растяжения с постоянной скоростью деформации (Γ = const, $\eta = \Sigma = 0$ при $\tau = 0$) и при постоянном растягивающем напряжении (Σ = const, $\eta = 0$ при $\tau = 0$). Исходное значение структурного параметра δ соответствовало устойчивой реакции материала на трещинообразование $\delta_0 = 1{,}5$. Изображенные на фиг. 3 зависимости $\Sigma(\tau)$ и $\eta(\tau)$ вычислены для следующих параметров: $\varepsilon = 0{,}05$, $\chi_1 = 1{,}0$, $\chi_2 = 0{,}5$ (линии *1—5* соответствуют $\Gamma = 0{,}5$; 1,5; 4; 5; 7). При высоких скоростях деформации зависимость $\Sigma(\tau)$ носит почти линейный характер. Резкое снижение сопротивления деформированию связано с интенсивным ростом объемной концентрации микротрещин при переходе на абсолютно неустойчивую ветвь зависимости $\eta(\Sigma)$ при $\delta < \delta_c$ (см. фиг. 1), минуя метастабильные состояния в интервале $\delta_c < \delta < \delta_*$. Уменьшение скорости растяжения приводит к появлению площадки текучести, что обусловлено резким изменением концентрации микротрещин на метастабильной ветви и, как следствие этого, увеличением темпа релаксации напряжений. При значениях скоростей деформаций, меньших некоторой критической ($\Gamma < \Gamma_*$), устанавливается режим стационарного течения с постоянным уровнем объемной концентрации микротрещин. Такой режим деформации естественно интерпретировать как сверхпластический, что подтверждается экспериментальными результатами работ [4, 5], где показано, что условием, при котором реализуется так называемая структурная сверхпластичность, является постоянство объемной концентрации пор. Постоянный уровень пористости поддерживается в ходе динамического процесса зарождения одних пор при относительном проскальзывании зерен и схлопывании других. Для реализации режимов структурной сверхпластичности должно выполняться условие $\Pi = \partial F/\partial p > 0$, т. е. увеличение объема пористости до значений выше равновесных за счет пластической деформации приводит к относительному увеличению свободной энергии, что термодинамически невыгодно для системы. В этом, по-видимому, и заключается суть аккомодационного механизма при структурной сверхпластичности: дополнительное раскрытие пор при проскальзывании зерен вызывает обратную термодинамическую реакцию в материале — стремление уменьшить объем пор. В [21, 22] проведено экспериментальное исследование сверхпластического поведения при испытаниях на ползучесть. При этом установлено, что в оптимальных условиях деформация осуществляется в основном путем индивидуального перемещения проскальзывающих друг относительно друга зерен. Именно это обстоятельство отличает оптимальные условия течения от остальных.

На фиг. 4 (линии *1—3*— Σ = 1; 0,7; 0,5) приведены результаты численного интегрирования уравнений (18) для растяжения в условиях ползучести при тех же значениях параметров. Изображенные кривые имеют следующие особенности. При малых и средних Σ кривая ползучести делится на два участка с сильно различающимися скоростями ползучести. Первый участок *I* характеризуется относительным постоянством Γ. Здесь скорость максимальна и накапливаемая деформация составляет наибольшую часть достигаемой к моменту разрушения деформации. На втором участке ползучести скорость деформации значительно ниже (почти на порядок) средней скорости ползучести на первом участке. С увеличением Σ относительная протяженность второго участка сокращается, а начиная с $\Sigma = 1{,}3$ он полностью исчезает. В области деформаций, принадлежащих первому участку, зависимость $\lg\Sigma \sim f(\lg\Gamma)$ носит четко выраженный сигмоидальный характер (фиг 5). В области средних скоростей *II* она имеет наибольший наклон и точку перегиба на зависимости $m = \lg\Sigma/\lg\Gamma$ (фиг. 6). Аналогичные результаты получены экспериментально в [22]



Ф и г. 5



Ф и г. 6

на сплаве АК4-1. Образец из этого материала накапливает основную часть деформации в условиях сверхпластичности, а затем выходит из этого состояния в результате структурных изменений и разрушается.

В [23] отмечается, что условием возникновения сверхпластичности может явиться также метастабильность сплавов — так называемая сверхпластичность перехода. Эффект сверхпластичности возникает при этом вследствие стабилизации, т. е. снятия метастабильного состояния, физически выражающегося в устранении несоответствия фаз состоянию, в котором они находятся, и в снятии искажений кристаллической решетки. «Метастабильная» структура материала определяется значениями параметра δ, соответствующими кривым с перехлестом на фиг. 1. Для значений напряжений в области неоднозначности наблюдается резкий переход к большим значениям объемной концентрации пор в материале. Такой переход характеризуется уменьшением свободной энергии материала ($\partial F/\partial p \to 0$), что, как следует из (18), приводит к усилению темпа релаксации напряжений и увеличению пластичности. Такое локальное увеличение пластичности (локальная шейка) не приводит к разрушению образца вследствие конечной величины скачка по параметру плотности микротрещин. Появление многочисленных локальных шеек по длине образца может приводить к увеличению пластической деформации при постоянном или даже ниспадающем напряжении.

Проведенные выше рассуждения по механизмам структурной сверхпластичности и сверхпластичности перехода позволяют также рассмотреть вопросы устойчивости сверхпластической деформации, связав устойчивость со структурой материала. Традиционный для теории пластичности анализ устойчивости сверхпластического деформирования проведен Россаром, Хартом и Кемпбеллом [24], которыми исследована устойчивость на основе уравнений состояния теории пластического течения в зависимости от феноменологических параметров, определяющих скоростное и деформационное упрочнение. Однако в [24, 25] отмечается, что анализ условий устойчивости должен проводиться с учетом структурных изменений в материале. К ним в первую очередь относятся влияние порообразования и увеличения среднего размера зерен при температурах $T = 0{,}4T_{пл}$.

Как следует из результатов самосогласования и уравнений (17), сверхпластическая деформация, в том числе связанная с реализацией локальных «конечных» неустойчивостей, будет наблюдаться в области значений структурного параметра $\delta > \delta_c$. Укрупнение зерен, происходящее при температурах сверхпластичности, увеличивает характерный размер зародышей микротрещин и может привести к неограниченному росту объемной концентрации пор в материале и разрушению.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бочвар А. А.** Сверхпластичность металлов и сплавов. М.: Ин-т металлургии АН СССР, 1967.
2. **Кайбышев О. А.** Пластичность и сверхпластичность металлов. М.: Металлургия, 1975.
3. **Новожилов В. В.** О пластическом разрыхлении.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 4.
4. **Кузнецова Р. И.** Роль зернограничной пористости в сверхпластичности.— ФММ, 1978, т. 45, вып. 3.
5. **Кузнецова Р. И.** Уровень зернограничной пористости при сверхпластичности.— ДАН СССР, 1982, т. 263, вып. 1.
6. **Наймарк О. Б.** О деформационных свойствах и кинетике разрушения полимеров с субмикротрещинами.— Механика композит. материалов, 1981, № 1.
7. **Шлиомис М. И., Райхер Ю. Л.** Ориентационное упорядочение и механические свойства твердых полимеров.— ЖЭТФ, 1978, т. 14, вып. 5.
8. **Бетехтин В. И., Владимиров В. И.** Кинетика микроразрушения кристаллических тел.— В кн.: Проблемы прочности и пластичности твердых тел. Л.: Наука, 1979.
9. **Лексовский А. М., Баскин Б. Л. и др.** Исследование развития микротрещин методом РЭМ in situ.— ФТТ, 1983, т. 25, вып. 4.
10. **Лексовский А. М., Баскин Б. Л., Азимов Ш. Ш., Регель В. Р.** Влияние освобождения упругой энергии на развитие разрушения при статическом и циклическом нагружении.— В кн.: Тезисы Всесоюз. конф. по усталости металлов. М., 1982.
11. **Наймарк О. Б., Давыдова М. М., Постных А. М.** О деформировании и разрушении гетерогенных материалов с микротрещинами.— Механика композит. материалов, 1984, № 2.

12. **Вакс В. Г., Ларкин А. И., Пикин С. А.** О методе самосогласованного поля при описании фазовых переходов.— ЖЭТФ, 1966, т. 51, вып. 2.
13. **Владимиров В. И., Орлов А. Н.** Энергия активации зарождения микротрещин в голове скопления дислокаций.— ФТТ, 1969, т. 11, вып. 2.
14. **Инденбом В. Л., Орлов А. Н.** Долговечность материала под нагрузкой и накопление повреждений.— ФММ, 1977, т. 43, вып. 3.
15. **Наймарк О. Б.** О термодинамике деформирования и разрушения твердых тел с микротрещинами. Препринт ИМСС УНЦ АН СССР. Свердловск, 1982.
16. **Бетехтин В. И., Владимиров В. И., Петров А. И., Садовников Б. В.** Обратимый характер начальной стадии разрушения в металлах.— В кн.: Металлофизика. Киев: Наук. думка, 1975, вып. 61.
17. **Николис Г., Пригожин И.** Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
18. **Инденбом В. Л., Орлов А. Н.** Термически активированные процессы в кристаллах. М.: Мир, 1973, вып. 2.
19. **Де Гроот С., Мазур П.** Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964.
20. **Лехницкий С. Г.** Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977.
21. **Кузнецова Р. И., Жуков Н. Н.** Структурные изменения при сверхпластической деформации сплавов Al — Ge.— ФММ, 1979, т. 47, вып. 6.
22. **Кузнецова Р. И., Малярова Т. А. и др.** Сверхпластичность сплава АК4-1 в условиях ползучести.— ФММ, 1981, т. 52, вып. 2.
23. **Пресняков А. А., Аубакирова Ф. К.** Сверхпластичность металлических материалов. Алма-Ата: Наука, 1982.
24. **Пуарье Ж. П.** Высокотемпературная пластичность кристаллических тел. М.: Металлургия, 1982.
25. **Бочвар А. А.** Сверхпластичность мелкозернистых материалов.— В кн.: II Всесоюз. конф. «Сверхпластичность металлов». М.: МИСИС, 1981.

Поступила 14/IX 1984 г.

УДК 539.376

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ ИЗ НЕОДНОРОДНО СТАРЕЮЩЕГО МАТЕРИАЛА В УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

А. Д. ДРОЗДОВ

(Москва)

В работе получены условия устойчивости армированного стержня, изготовленного из неоднородно стареющего материала, при нелинейном законе ползучести.

Задача устойчивости неоднородно стареющих вязкоупругих стержней в линейной постановке исследовалась в [1, 2].

1. Постановка задачи. Рассмотрим изгиб прямолинейного стержня длины l, изготовленного из неоднородно стареющего вязкоупругого материала. Стержень имеет две оси симметрии. Изгиб происходит в плоскости, проходящей через продольную ось и ось симметрии. Введем ось Ox, направленную вдоль продольной оси стержня в недеформированном состоянии. Поперечное сечение стержня одинаково для всех точек x. Введем в сечении стержня оси x_1 и x_2. Ось x_1 лежит в плоскости изгиба стержня, ось x_2 направлена по нейтральной оси. Область на плоскости x_1x_2, занятую сечением стержня, обозначим через Ω. Площадь поперечного сечения стержня S, момент инерции сечения относительно нейтральной оси J:

$$\int\limits_{\Omega} ds = S, \quad \int\limits_{\Omega} x_1 ds = 0, \quad \int\limits_{\Omega} x_1^2 ds = J. \tag{1.1}$$

Здесь ds — элемент площади сечения.

Начало отсчета времени положим в момент зарождения материала в окрестности точки O. Возраст материала в окрестности точки x относительно материала в точке O обозначим через $\rho(x)$. Функция ρ кусочно-непрерывная и ограниченная.

В момент времени $t_0 \geqslant 0$ к стержню приложена сжимающая сила P и распределенная поперечная нагрузка интенсивности $q(x)$. При одноосном напряженном состоянии напряжение $\sigma(t, x)$ и деформация $e(t, x)$ в точке x в момент времени $t \geqslant t_0$ связаны соотношением [3]

$$E\varphi(e(t, x)) = (I + K)\sigma, \quad \sigma(t, x) = E(I - R)\varphi(e), \tag{1.2}$$

где E — постоянный модуль упругомгновенной деформации; I — единичный оператор; K, R — операторы ползучести и релаксации:

$$K\sigma = \int\limits_{t_0}^{t} k(t + \rho(x),\ \tau + \rho(x))\,\sigma(\tau, x)\,d\tau, \quad Re = \int\limits_{t_0}^{t} r(t + \rho(x),\ \tau + \rho(x))\,e(\tau, x)\,d\tau;$$