

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОМ ВЗРЫВЕ
С УЧЕТОМ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ**

Э. А. Штессель, К. В. Прибыткова, А. Г. Мержанов
(Москва)

Вопрос о необходимости рассмотрения влияния свободной конвекции на тепловой взрыв был впервые поставлен в работе [1], где было указано, что параметр δ , характеризующий предел теплового самовоспламенения, должен зависеть от параметра, характеризующего интенсивность естественной конвекции, т. е. от критерия Рэлея — Ra (для газов критерий Ra равен критерию Грасгофа). Причем было высказано предположение, что влияние конвекции на тепловой взрыв для газов начинает проявляться при значениях $Ra \geq 10^4$. В [2] путем экспериментального исследования распределения температуры в сосудах с реагирующим газом обнаружено проявление конвективных эффектов при значительно меньших значениях критерия Ra ($Ra \approx 600$).

В работе [3] обобщением экспериментальных данных по тепловому взрыву модельных жидкостей, реагирующих без газовыделения, была получена связь между критерием Франк-Каменецкого δ и критерием Ra . Теоретические или численные исследования данного вопроса в литературе отсутствуют.

В настоящей работе предпринята попытка численного решения уравнений теплового взрыва совместно с уравнениями движения жидкости в поле гравитационных сил.

Постановка задачи

Рассмотрим наиболее простую для исследования замкнутую область квадратного сечения, бесконечную в одном из горизонтальных направлений и заполненную химически реагирующей жидкостью. Вдоль этого направления все свойства жидкости считаем неизменными, т. е. будем рассматривать зависимость искомых величин только от двух координат. Такое приближение в настоящее время кажется физически обоснованным, так как наличие двумерной конвекции в форме рулонов подтверждено экспериментально [4, 5].

На горизонтальных границах области ($y=0$; $y=l$) поддерживается постоянная температура T_0 . Вертикальные границы области теплоизолированы ($x=0$; $x=l$). Примем, что в начальный момент времени температура жидкости равна температуре стенок и движение жидкости полностью отсутствует. В случае симметричных граничных условий есте-

ственная конвекция возникает за счет разогрева жидкости реакцией относительно температуры окружающей среды.

Уравнения, описывающие процесс теплового взрыва при наличии естественной конвекции в зоне реакции несжимаемой жидкости, можно представить в безразмерном виде:

$$\left. \begin{aligned} \text{Pr} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right] &= -\nabla p + \text{Pr} \Delta \vec{v} + \text{Ra} \theta \vec{\gamma}, \\ \text{Pr} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \vec{v} \nabla \theta \right] &= \Delta \theta + \delta e^{\theta}, \\ \text{div} \vec{v} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

если считать, что имеет место реакция нулевого порядка и выполняются все обычные приближения, принятые в теории тепловой естественной конвекции [6].

Безразмерные переменные: $\xi = \frac{y}{r}$; $\eta = \frac{x}{r}$ — координаты, где $r = l/2$,
 $\tau = \nu/r^2 x t$ — время, $\vec{v} = \frac{r}{\nu} \vec{v}_1$ — скорость, $p = \frac{r^2}{\rho \nu a} p_1$ — давление,
 $\theta = \frac{E}{R T_0} (T - T_0)$ — температура.

Безразмерные параметры: $\text{Ra} = \frac{g \varphi R T_0^2}{\nu a E} r^3$ — критерий Рэлея,
 $\text{Pr} = \nu/a$ — критерий Прандтля, $\delta = \frac{Q}{\lambda} \frac{E}{R T_0^2} r^2 k_0 \exp(-E/R T_0)$ — параметр Франк-Каменецкого.

Здесь t — время, \vec{v}_1 — скорость, p_1 — давление, T — температура, x, y — размерные координаты, r — полувисота слоя жидкости, Q — тепловой эффект реакции, E — энергия активации, k_0 — предэкспонент, φ — коэффициент объемного расширения, ν — коэффициент кинематической вязкости, a — коэффициент температуропроводности, λ — коэффициент теплопроводности, g — ускорение силы тяжести, R — универсальная газовая постоянная, $\vec{\gamma}$ — единичный вектор, направленный противоположно направлению силы тяжести.

Решение задачи позволяет исследовать поля температур $\theta = \theta(\xi, \eta, \tau, \delta, \text{Ra}, \text{Pr})$ и скоростей $\vec{v} = \vec{v}(\xi, \eta, \tau, \delta, \text{Ra}, \text{Pr})$ при различных значениях параметров.

Метод решения

При решении (1) использовалась иная форма записи задачи [7]. Обычными методами, исключив давление, вводя вихрь Σ и функцию тока Ψ , приходим к следующей системе двумерных уравнений:

$$\text{Pr} \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \tau} + u \frac{\partial \Sigma}{\partial \eta} + v \frac{\partial \Sigma}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial \xi^2} + \text{Ra} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}; \quad (2)$$

$$\text{Pr} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \delta e^{\theta}; \quad (3)$$

$$\Sigma = -\Delta \Psi, \quad u = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial \eta}; \quad (4)$$

с начальными условиями

$$\theta(\eta, \xi, 0) = \Psi(\eta, \xi, 0) = 0 \quad (5)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} \Psi(\eta, 0, \tau) = \Psi(\eta, 2, \tau) = \Psi(0, \xi, \tau) = \Psi(2, \xi, \tau) = 0; \\ \theta(\eta, 2) = \theta(\eta, 0) = 0; \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}(0, \xi, \tau) = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}(2, \xi, \tau) = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=2} = 0; \quad (6) \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}(\eta, 0, \tau) = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}(\eta, 2, \tau) = 0; \\ \Sigma = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \text{ при } \xi = 0; \xi = 2; \\ \Sigma = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \text{ при } \eta = 0; \eta = 2, \end{aligned}$$

u, v — компоненты скорости по η и ξ направлениям. В дальнейшем удобно рассматривать единую запись уравнений (2) и (3):

$$\text{Pr} \frac{\partial S}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \eta^2} - \text{Pr} u \frac{\partial S}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \xi^2} - \text{Pr} v \frac{\partial S}{\partial \xi} \right) - L, \quad (7)$$

где $L = -\text{Ra} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}$, если $S = \Sigma$ и $L = -\delta e^{\theta}$, если $S = \theta$. Введем обозначения

$$\begin{aligned} n_i = ih; \quad \xi_j = jh; \quad \tau_n = n\tau; \quad (i=1, 2, \dots, M); \quad (j= \\ = 1, 2, \dots, M; \quad n=0, 1, \dots, L), \end{aligned}$$

где h — шаг по координатам η и ξ ; τ — шаг по времени;

$$\begin{aligned} S_n = S_n(i, j) = S(\eta_i, \xi_j, \tau_n); \\ \nabla_{\eta} S_n = (S_n(i+1, j) - S_n(i-1, j))/2h; \\ \nabla_{\eta}^2 S_n = (S_n(i+1, j) - 2S_n(i, j) + S_n(i-1, j))/h^2; \\ \delta_{\eta} S_n = (\nabla_{\eta}^2 - \text{Pr} u \nabla_{\eta}) S_n, \\ \delta_{\xi} S_n = (\nabla_{\xi}^2 - \text{Pr} v \nabla_{\xi}) S_n. \end{aligned}$$

Операторы ∇_{ξ} , ∇_{ξ}^2 вводятся аналогично.

Уравнение (7) решается методом переменных направлений, т. е. решение двумерной задачи сводится к последовательному решению одномерных задач, причем сначала решается одномерная задача по направлению ξ (находится промежуточное решение \tilde{S}), а затем — по направлению η . Уравнение (4) решается методом последовательной верхней релаксации [7]

Разностные уравнения в точке (x_i, y_j, τ_n) имеют вид:

$$\frac{1}{2} \delta_{\xi} (\tilde{S}_{n+1} + S_n) + \delta_{\eta} S_n = \text{Pr} (\tilde{S}_{n+1} - S_n)/\tau + L; \quad (8)$$

$$\left(\delta_{\eta} - \frac{2 \text{Pr}}{\tau} \right) S_{n+1} = \delta_{\eta} \cdot S_n - \frac{2 \text{Pr}}{\tau} \tilde{S}_{n+1}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{n+1}^{(\alpha)}(i, j) = & \frac{1}{4} \left[h^2 \sum_{n+1} + \Psi_{n+1}^{(\alpha-1)}(i+1, j) + \right. \\ & + \Psi_{n+1}^{(\alpha)}(i-1, j) + \Psi_{n+1}^{(\alpha-1)}(i, j+1) + \Psi_{n+1}^{(\alpha)}(i, j-1) - \\ & \left. - 4 \Psi_{n+1}^{(\alpha-1)}(i, j) \right] + \Psi_{n+1}^{(\alpha-1)}(i, j). \end{aligned} \quad (10)$$

u, v, L берутся на $(n+1)$ слое, α — номер итерации. u, v, L внутри области и производные от ψ и θ по η или ξ на границе аппроксимируются с точностью h^2 . Для Σ использовалась следующая аппроксимация:

$$\Sigma(0, j) = [-4v(1, j) + v(2, j)]/2h.$$

Указанный порядок решения одномерных задач удобен в силу граничных условий по температуре θ , так как если решать задачу сначала по направлению η , а затем по ξ , то необходимо пересчитывать граничные значения θ при $\eta=0$ и $\eta=2$ из условий $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0$ и $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=2} = 0$ по найденным значениям θ на целом шаге τ . Пересчет необходим, так как иначе неверно находится производная $\frac{\partial \theta}{\partial \tau}$ (см. $L = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$) в уравнении для вихря Σ .

Система (8) — (10) решалась методом итераций с прогонкой. Порядок счета следующий: ищется ψ , Σ (процесс внутренних итераций), затем — температура θ и проверяется сходимость внешних итераций, т. е. сходимость по Σ и θ в каждой точке координатной сетки. Процесс считался установившимся, если

$$\max |(F_{n+1}^{(\alpha)}(i, j) - F_{n+1}^{(\alpha-1)}(i, j)) / F_{n+1}^{(\alpha)}(i, j)| \leq \varepsilon,$$

$F^{(\alpha)}$ — итерация номера α для Σ, θ или ψ ; $\varepsilon = 0,01 \div 0,1$.

Обычно на каждом шаге по времени было 20—25 внутренних итераций и 2—4 внешних итераций. Но в отдельных точках по времени число внутренних итераций резко возрастало (≈ 200). Поэтому был введен переменный шаг по времени, который выбирался по числу итераций, а именно, если число внутренних итераций меньше константы C ($C \approx 40; 50$), то $\tau = 0,01$, если же число внутренних итераций больше C , то шаг τ делился на константу C_1 ($C_1 = 4; 8; 10$). Константы C и C_1 выбирались экспериментально. Шаг по пространству по обоим переменным был равен 0,1.

При заданных значениях Pr и Ra искалось такое значение δ , при котором θ достигала больших значений, т. е. происходил тепловой взрыв.

Счет проводился при фиксированном значении $Pr = 20$, что соответствует реальным значениям этого критерия для большинства жидких и расплавленных ВВ. Значения критерия Ra менялись от 0 до $3 \cdot 10^4$.

Для возбуждения конвективного движения за порогом устойчивости в начальное поле жидкости нужно внести возмущения [8]. Без внесения дополнительных начальных возмущений в реагирующей жидкости, также как и в инертной жидкости, возбудить конвективное движение не удается. Для возбуждения конвекции задавались малые возмущения температуры различных типов. Амплитуды возмущений выбирались обратнопропорциональными величине критерия Ra . Следует отметить, что для всех типов возмущений процесс устанавливался на одно и то же время, причем в установившемся состоянии поля температур и скоростей не зависели от типа возмущения.

Картина развития процесса

Результаты счета позволили выяснить как особенности возникновения и развития естественной конвекции за счет химической реакции, так и закономерности протекания теплового взрыва.

Из исследования задачи вытекает, что существуют два критических условия: $\delta_* = \delta_*(Ra)$ — характеризующее тепловой взрыв и $Ra_* = Ra_*(\delta)$ — характеризующее возникновение конвективного движения.

Картина развития процесса в зависимости от соответствующих значений δ и Ra будет существенно различной.

Рассмотрим следующие случаи.

а) $Ra < Ra_*$, δ — любое. В этом случае конвекция не возникает. При ее отсутствии задача становится одномерной и рассматриваемая геометрическая область соответствует бесконечному плоскому слою ($\delta = 0,88$ [1]). Как показали расчеты, до значения $Ra \approx 500$ δ_* не зависит от Ra и равно значению δ_* при $Ra = 0$.

Очевидно, что при таких значениях критерия Ra жидкость находится в состоянии покоя, т. е. $Ra = 500$ меньше критического значения $Ra = Ra_*$, при котором начинается конвективное движение. При отсутствии конвекции изотермы представляют собой прямые горизонтальные линии, т. е. градиенты температур в горизонтальном направлении отсутствуют. В вертикальном направлении профиль температуры симметричен с максимумом температуры в центре сосуда. Изменение функций тока при $Ra < Ra_*$ указывает на то, что скорость мала и затухает со временем. Таким образом, при $Ra \leq 500$ все характеристики теплового взрыва можно рассчитывать по известным в теории теплового взрыва результатам, не учитывая влияния естественной конвекции.

б) $Ra > Ra_*$, $\delta < \delta_*$. В этом случае теплового взрыва не происходит, а конвекция возникает и существенно влияет на картину неизоэтермического протекания реакции.

На рис. 1 показаны зависимости максимальной функции тока $|\Psi|_{\max}$ от времени для $\delta < \delta_*$ и при различных значениях критерия Ra . Вид этих зависимостей указывает на существование трех областей, характеризующих различные режимы протекания процесса развития конвекции по времени (на рис. 1 эти режимы разделены буквами А и В). Первая область ($\tau < \tau_A$) — индукционная — соответствует очень малым значениям функций тока, которые медленно растут со временем. В этой области конвективное движение практически отсутствует и не влияет на профили температур.

Вторая область ($\tau_A < \tau < \tau_B$) — переходная — характеризуется резким, «взрывообразным» возрастанием функций тока. В этой области конвективное движение интенсивно развивается и весь процесс является не установившимся. Развивающаяся конвекция влияет на теплоперенос, искривляя профили температур в сосуде.

Наконец, третья область ($\tau > \tau_B$) соответствует установившейся конвекции, что, естественно, возможно лишь при $\delta < \delta_*$.

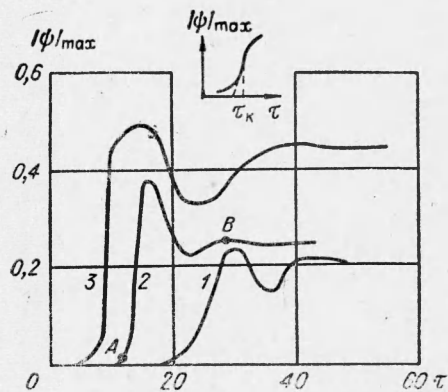


Рис. 1. Зависимость максимальной функции тока от времени при $\delta = 1, 2$ и различных значениях критерия Ra :
1 — $2,5 \cdot 10^4$; 2 — $6,25 \cdot 10^4$; 3 — $1,25 \cdot 10^5$.

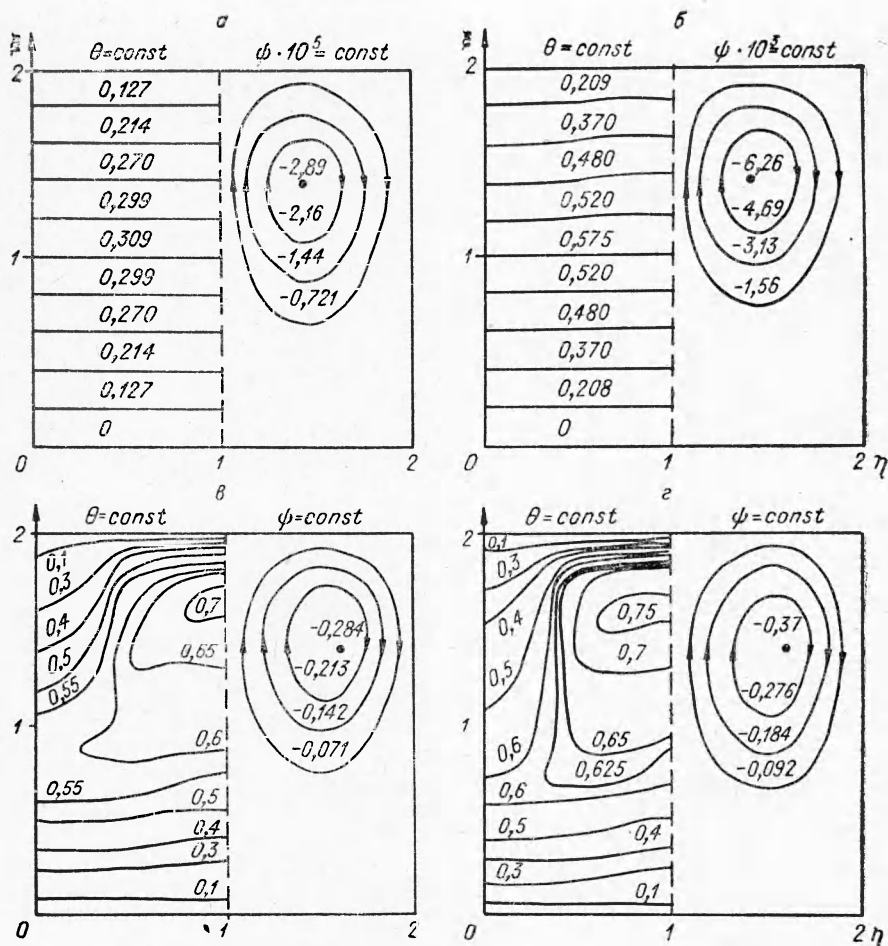


Рис. 2. Связь полей температур и скоростей в различные моменты времени при $Ra = 6,25 \cdot 10^3$ и $\delta = 1,2$.
 а) $\tau = 6$; б) $\tau = 10$; в) $\tau = 15$; з) $\tau = 40$.

Рассмотренное поведение кривых $|\Psi|_{\max}$ от времени указывает на то, что для развития конвекции необходимо определенное время, которое при $\delta = \text{const}$ зависит от Ra . Как и в работе [9], в дальнейшем это время будем называть периодом индукции конвекции и определим его как время, соответствующее первой точке перегиба на кривых $|\Psi|_{\max}(\tau)$ при фиксированных значениях Ra и δ .

В начале конвекция возникает в верхней части области, где существует отрицательный вертикальный градиент температуры. Однако интенсивность конвекции настолько мала, что не искривляет профилей температуры. Постепенно конвекция охватывает все большую область жидкости. Через время, равное периоду индукции конвекции, развитая конвекция начинает существенно влиять на распределение температур. Движение жидкости образует конвективную ячейку, состоящую из двух противоположно вращающихся симметричных вихрей. На рис. 2 а — з проиллюстрирована связь между полями температур и скоростей для $\delta = 1,2$ и $Ra = 6,25 \cdot 10^3$. Справа изображены изотермы, слева — функции тока (так как поля температур и скоростей симметричны, то значения величин для всей области не приводятся). Как видно из этих рисунков,

в центре конвективной ячейки жидкость поднимается, а по ее краям — опускается. По мере возрастания величин функций тока изменяется вид изотерм. Анализ поля температур указывает на то, что в нижней части сосуда теплоперенос осуществляется теплопроводностью, а в верхней — конвекцией. В установившемся состоянии в верхней части сосуда образуется тепловой пограничный слой, где происходит основное падение температуры. В центральной части сосуда наблюдается слабый положительный вертикальный градиент температуры, соответствующий подъемному течению жидкости. В опускных течениях максимум температуры смещен к низу.

На рис. 3 показаны профили вертикальной компоненты скорости для различных горизонтальных сечений. В реакционной зоне имеются две симметричные области, где скорости конвективного движения отсутствуют. Этим областям соответствуют наибольшие горизонтальные градиенты температур и наименьшие вертикальные градиенты. Профили скоростей в подъемном и опускных течениях несколько не симметричны. В нижней части сосуда скорости практически близки к нулю.

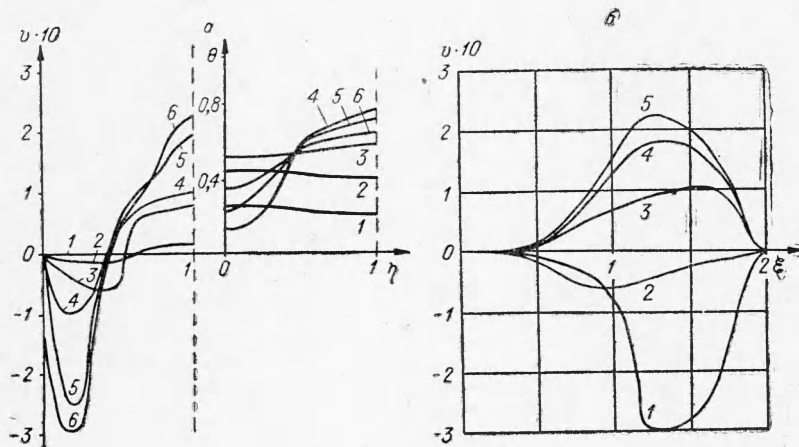


Рис. 3. Профили температур и вертикальной компоненты скорости ($\delta = 1,2$; $Ra = 6,25 \cdot 10^3$; $\tau = 40$).
 а) 1 — $\xi = 0,2$; 2 — $\xi = 0,4$; 3 — $\xi = 0,8$; 4 — $\xi = 1,2$; 5 — $\xi = 1,6$; 6 — $\xi = 1,8$. б) 1 — $\eta = 0,2$; 2 — $\eta = 0,4$; 3 — $\eta = 0,6$; 4 — $\eta = 0,8$; 5 — $\eta = 1,0$.

Профили скоростей интересно сопоставить с профилями температур, которые показаны на рис. 4. В нижней части сосуда профили совпадают для любых η , в верхней части — существенно отличаются. Таким образом, в сосуде существуют две области, в которых механизм теплопереноса различен: нижняя, где осуществляется кондуктивный теплоперенос, и верхняя, где тепло переносится естественной конвекцией. Следует подчеркнуть, что существование двух различных областей теплопереноса отмечалось в экспериментальном исследовании [3]. При этом измеренные в работе [3] профили температур очевидно относились к опускным течениям. Это связано с тем, что при вводе термопары в жидкость конвективные ячейки смещаются таким образом, чтобы термопара оказалась на границе между ячейками, где течение опускное.

в) $Ra > Ra_*$, $\delta > \delta_*$. Физически это соответствует условиям, при которых происходит тепловой взрыв при наличии конвекции. На рис. 5 показаны зависимости максимального разогрева жидкости θ_{max} и максимального значения функций тока от времени для $Ra = 1,25 \cdot 10^3$ и раз-

личных значений параметра δ (выше и ниже значения $\delta = \delta_*$). Характерно, что начальный ход кривых разогрева явно взрывной и в точности совпадает с ходом кривых, рассчитанных без учета конвекции. Такому ходу кривых разогрева соответствуют очень малые по величине функции тока, т. е. тепло переносится только теплопроводностью. Изломы на кривых разогрева связаны с взрывным развитием конвекции. Интенсификация теплообмена в реакционной зоне, развитой конвекцией, ведет к тому, что взрывной ход кривых разогрева сменяется не взрывным (рис. 5, 4).

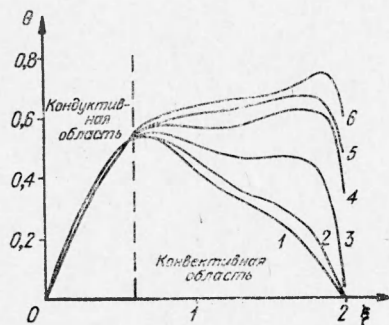


Рис. 4. Зависимость разогрева жидкости от высоты слоя при различных η ($\delta=1,2$; $Ra=6,25 \cdot 10^3$; $\tau=40$).
1 — $\eta=0$; 2 — $\eta=0,2$; 3 — $\eta=0,4$; 4 — $\eta=0,6$; 5 — $\eta=0,8$; 6 — $\eta=1,0$.

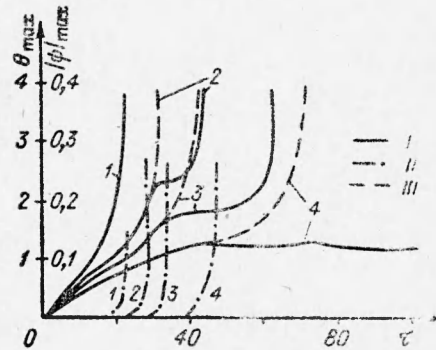


Рис. 5. Зависимость θ_{\max} и $|\psi|_{\max}$ от времени при $Ra=1,25 \cdot 10^3$ при различных значениях δ .
I — $\theta_{\max} = \theta_{\max}$ (τ); II — $|\psi|_{\max}$; III — $\theta_{\max} = \theta_{\max}$ (τ) при $Ra=0$. 1 — $\delta=1,50$; 2 — $\delta=1,25$; 3 — $\delta=1,15$; 4 — $\delta=1,00$.

Если δ достаточно велико ($\delta > \delta_*$ при данном Ra), то добавочный унос тепла является недостаточным, для того, чтобы самовоспламенение не произошло, и влияние конвекции сводится к затягиванию момента взрыва. С другой стороны, при увеличении δ возможны такие режимы протекания процесса, при которых конвекция не успевает развиваться за период индукции теплового взрыва (рис. 5, 1).

Критические условия и периоды индукции теплового взрыва

Результаты расчета позволяют построить зависимость $\frac{\delta_*}{\delta_0} = f(Ra)$. δ_0 — значение параметра Франк-Каменецкого на пределе самовоспламенения при $Ra=0$. Эта зависимость показана на рис. 6. Расчетная функция $f(Ra)$ сопоставляется с полученными в работе [3] экспериментальными результатами (рис. 6, 2).

Функцию $\frac{\delta_*}{\delta_0} = f(Ra)$ можно рассчитать приближенно, используя известные результаты по теплопереносу конвекцией в инертной жидкости, как это было сделано ранее в работе [3]. Известно, что эквивалентный коэффициент теплопроводности для инертной жидкости λ_1 связан с критерием Ra следующим соотношением [10]:

$$\lambda_1 = \lambda \left[1 + \frac{A Ra^m}{Ra + B} \right]; \quad (11)$$

A , B и m зависят от конфигурации области, заполненной жидкостью, и направления потока тепла.

Выражение (11) использовалось в приближенных расчетах. Однако вместо характерной разности температур, входящей в критерий Ra, в выражении (11) принималась величина $\frac{R T_0^2}{E}$, пропорциональная разогреву вещества реакцией. Физически это отражает тот факт, что конвекция в реагирующей жидкости при симметричных граничных условиях возникает за счет объемного саморазогрева жидкости реакцией, в отличие от инертной жидкости, где конвекция вызывается разностью температур, приложенной извне.

Результаты приближенного расчета для различных геометрических форм, представленные на рис. 6, достаточно хорошо согласуются с результатами расчета на ЭВМ и экспериментальными результатами. С учетом экспериментальных результатов зависимость $\delta_*/\delta_0 = f(Ra)$ можно представить в виде следующей интерполяционной формулы:

$$f(Ra) = 1 + \frac{0,062 Ra^{4/3}}{Ra + 1,1 \cdot 10^4}.$$

Как было показано выше, конвекция не только сдвигает критические условия теплового взрыва, но и затягивает момент взрыва. На рис. 7 показана зависимость θ_{max} от τ при $\delta=1,375$ для различных значений Ra, которая иллюстрирует влияние конвекции на период индукции теплового взрыва. До момента времени, когда влияние конвекции не существенно, кривые $\theta_{max}(\tau)$ для различных Ra совпадают с кривой $\theta_{max}(\tau)$, соответствующей значению Ra=0. При наличии конвекции кривые $\theta_{max}(\tau)$ для различных Ra не совпадают. Из рис. 7 следует, что с ростом Ra период индукции теплового взрыва τ_v увеличивается при $\delta=const$ и при определенном значении Ra стремится к бесконечности, т. е. теплового взрыва не происходит.

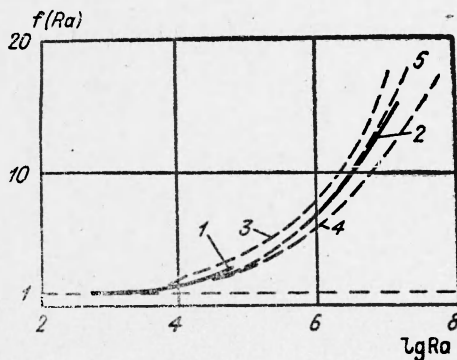


Рис. 6. Критические условия теплового взрыва.

1 — расчет на ЭВМ, 2 — экспериментальные результаты [3]; приближенный расчет: 3 — горизонтальный слой, 4 — горизонтальный цилиндр, 5 — вертикальный слой.

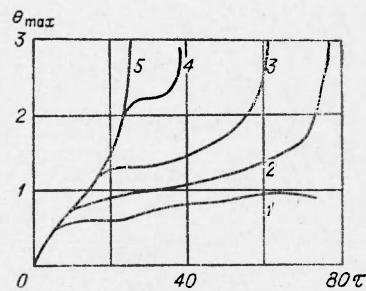


Рис. 7. Зависимость θ_{max} от τ при $\delta=1,375$ для различных значений критерия Ra:

1 — $1,25 \cdot 10^3$; 2 — $2,5 \cdot 10^3$; 3 — $6,25 \cdot 10^3$; 4 — $1,25 \cdot 10^4$.

Обычно для описания нестационарных процессов теплового взрыва пользуются следующим масштабом времени $\frac{\zeta'}{c\rho} \cdot \frac{E}{R T_0^2} \cdot k_0 \exp(-E/RT_0)$ в отличие от принятого в данных расчетах масштаба r^2/ν . При переходе к новому масштабу времени легко получаем связь $\tau^1 = \tau\delta/R\gamma$, где τ^1 — безразмерное время в новых обозначениях.

Обобщение зависимости периода индукции теплового взрыва τ_b от $\Delta = \delta/\delta_0 \cdot f(Ra)$, где Δ — степень удаления от предела теплового взрыва, показано на рис. 8. Нижняя кривая соответствует значению $Ra=0$ и рассчитана по формулам работы [11]. Верхняя кривая соответствует значению $Ra=3 \cdot 10^4$. Увеличение периода индукции τ_b за счет конвекции соответствует заштрихованной области на рис. 8. Как видим, зависимость τ_b от Ra при $\Delta = \text{const}$ слабая (в пределах $\sim 15\%$). Поэтому, если известна зависимость $\delta_*(Ra)$, то период индукции τ_b можно рассчитать по соответствующим формулам теории теплового взрыва, не учитывая конвективных эффектов.

Кроме влияния на критические условия и период индукции теплового взрыва, наличие конвекции сказывается и на величине предвзрывных разогревов вещества. Из анализа максимальных разогревов следует, что для $Ra > Ra_*$ при $\delta < \delta_*$ конвекция уменьшает величину разогревов по сравнению со значениями разогревов при $Ra \leq Ra_*$. Это и понятно, так как при постоянном тепловыделении за счет химической реакции конвекция увеличивает потери тепла в реакционном сосуде по сравнению с потерями тепла только теплопроводностью.

В критических условиях при $\delta \rightarrow \delta_*$ предвзрывные разогревы вещества возрастают с ростом Ra . Природа аномально больших разогревов при $\delta \rightarrow \delta_*$ может быть объяснена с помощью эффективного коэффициента теплопередачи [3].

Периоды индукции развития конвекции

Одной из характерных особенностей исследуемого процесса является существование периода индукции развития конвекции τ_k . Результаты счета показывают, что моменту развития конвекции соответствует сильное возрастание функций тока по абсолютной величине, что позволяет определить период индукции конвекции.

Представляет интерес сравнение периода индукции конвекции τ_k с периодом индукции теплового взрыва τ_b . Зависимость τ_k от $\Delta = \delta/\delta_*$ при различных значениях критериев Ra показана на рис. 9. Кривая 1

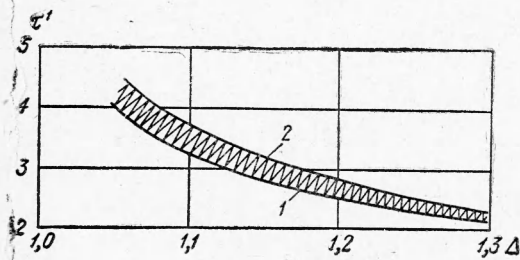


Рис. 8. Зависимость периода индукции теплового взрыва τ_b от Δ .

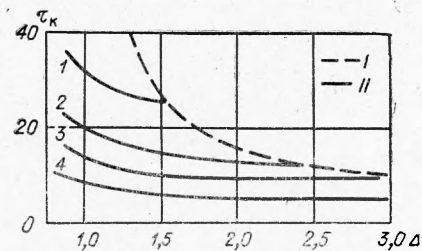


Рис. 9. Зависимость периода индукции конвекции τ_k от Δ при различных значениях критерия Ra .
I — τ_b при $Ra=0$; II — τ_k , Ra :
1 — $1,25 \cdot 10^3$; 2 — $2,5 \cdot 10^3$; 3 — $6,25 \cdot 10^3$;
4 — $1,25 \cdot 10^4$.

рассчитана для периода индукции теплового взрыва τ_b при $Ra=0$. Анализ зависимости τ_k от Δ и Ra показывает, что при больших удалениях от предела теплового взрыва ($\Delta > \Delta^1$), тепловой взрыв происходит раньше, чем конвекция успеет развиться ($\tau_k > \tau_b$). Как видно из рис. 9, τ_k

слабо зависит от Δ и сильно от Ra . Эту зависимость можно выразить следующей интерполяционной формулой:

$$\tau_k = \frac{417}{(Ra - 665)^{0,4}}; (Ra > 10^3). \quad (12)$$

Период индукции теплового взрыва τ_b при $Ra=0$ можно представить в виде [11]:

$$\tau_b = \frac{Pr}{\delta_0 \Delta} \left[1 + \frac{0.62}{(\Delta - 0,95)^{0,9}} \right] \left[1 - \frac{1 + 1,5(1 - 0,1\Delta)n}{16} \right],$$

где $n=0$; 1 и 2 соответственно для плоскопараллельного, цилиндрического и сферического сосудов. Равенство $\tau_k = \tau_b$ определяет зависимость Δ^1 от Ra . Эту зависимость интересно сопоставить с полученными результатами по периоду индукции конвекции в инертной жидкости при постоянной разности температур на стенках сосуда [9].

При этом следует иметь в виду различие процесса развития конвекции в реагирующей жидкости от процесса развития конвекции в инертной жидкости, так как в реагирующей жидкости разогрев вещества, за счет которого возникает конвекция, меняется во времени. Период индукции конвекции в плоском горизонтальном слое инертной жидкости при постоянной разности температур на стенках выражается в виде [9]:

$$\tau_k^{\wedge} = 70 Ra_1^{-2/3} Pr^{5/6}, \quad (13)$$

где $Ra_1 = \frac{g \varphi \Delta T}{\nu a} r^3$.

Полагая, как и раньше, $\Delta T \approx \frac{RT_0^2}{E}$, получим, что при равных Pr и определенных одинаковым образом Ra , τ_k в реагирующей жидкости должно быть больше τ_k^{\wedge} , рассчитанного по формуле (12). Это связано с тем, что в формулу (12) входит постоянный разогрев, а в реагирующей системе для достижения этого разогрева необходимо время. Таким образом, в инертной жидкости $\tau_k^{\wedge} \sim Ra^{-2/3}$, а в реагирующей — $\tau_k \sim Ra^{-2/5}$.

О различных режимах протекания процесса

Система уравнений свободной конвекции при наличии внутренних источников тепла содержит два собственных числа Ra и δ , определяющих различную по физической природе устойчивость системы.

Параметр δ характеризует тепловую устойчивость системы (возникает взрыв или нет). Критерий Ra характеризует гидродинамическую устойчивость системы (возникает конвекция или нет). Различные режимы протекания процесса изображены на диаграмме $\delta/\delta_0 - \lg Ra$ (рис. 10). Как видно из диаграммы, существуют четыре характерные области:

I — стационарное протекание реакции в неподвижной жидкости (тепловой взрыв и конвекция не возникают);

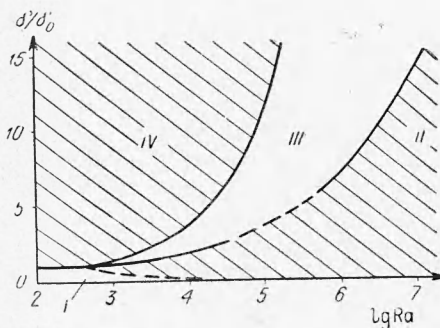


Рис. 10. Диаграмма различных режимов протекания процесса.

II — стационарное протекание реакции в движущейся жидкости (тепловой взрыва нет; конвекция есть);

III — нестационарное протекание реакции (тепловой взрыв) в движущейся жидкости; конвекция влияет на величину периода индукции теплового взрыва;

IV — нестационарное протекание реакции в неподвижной жидкости; конвекция не успевает развиться за период индукции теплового взрыва.

Таким образом, для того, чтобы конвекция влияла на характер теплового взрыва, нужно выполнить 2 условия:

а) необходимое — условие возникновения конвекции в химически реагирующей жидкости ($Ra \geq Ra_*$),

б) достаточное — условие развития конвекции ($\tau_k \leq \tau_b$).

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А. И. Вольперту и С. И. Худяеву за внимание и помощь в работе.

Поступила в редакцию
22/VII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
2. P. G. Ashmore, B. J. Tyler, T. A. B. Wesley. Eleventh symp. (Intern.) on Combustion, Combustion Inst. Pittsburg, Pennsylvania, 1967, 1133.
3. А. Г. Мержанов, Э. А. Штессель. ФГВ, 1971, 7, 1.
4. E. Samerscale, D. Dropkin. Int. Journ. Heat and Mass Transf. 1966, 9, 11, 1189.
5. E. Koschmieder. J. Fluid. Mech., 1967, 30, 9.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. Изд. 2. М., Гостехиздат, 1954.
7. K. Aziz, J. D. Hellums. Phys. of Fluids. 1967, 10, 2, 314.
8. В. В. Полежаев. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, 5, 124.
9. А. Г. Мержанов, Э. А. Штессель. Докл. АН СССР, 1970, 191, 4, 779.
10. Г. Гребер, С. Эрк, У. Григуль. Основы учения о теплообмене. М., ИЛ, 1953.
11. В. В. Барзыкин, В. Т. Гонтковская и др. ПМТФ, 1964, 3, 118.

УДК 662.311.1

О ПОГАСАНИИ ВВ ПРИ ПРЕКРАЩЕНИИ ДЕЙСТВИЯ СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С. С. Хлевной

(Новосибирск)

В опытах по зажиганию нитроглицеринового пороха световым излучением [1, 2] было обнаружено, что внешний световой поток q_0 , быстро удаленный в момент зажигания пороха, приводит к самостоятельному режиму горения, если $q_0 < q_k$, где q_k — критический световой поток, при котором нарушается сформулированное в [3] условие зажигания $q_+ \geq q_- \approx q_0$. Однако если задержать облучение зажженного пороха светом, по крайней мере, до тех пор, пока он не станет гореть стационарно, а затем внезапно поток удалить, порох может погаснуть. Найдено, что погасание пороха происходит при всех потоках $q_0 > q_0^*$, причем