

ЛИТЕРАТУРА

1. Широков М. Ф., Ваулин Е. П. Течения низкотемпературной плазмы с большими скоростями. В сб. «Исследования при высоких температурах», М., «Наука», 1967.
2. Одицова Г. А., Ваулин Е. П. Измерение скоростей частиц во вращающейся плазме при помощи интерферометра Фабри — Перо с фотоэлектрической регистрацией. Ж. прикл. спектроскопии, 1965, т. 3, № 2.
3. Вагапов V. U., Vasilieva I. A., Ulianov K. N. Arc in a gas flowing through a magnetic field. In: Electricity from MHD, Vienna 1966, vol. 1.
4. Saito S., Sato N., Hattay Y. Low — frequency oscillations in a weakly ionized plasma in crossed electric and magnetic fields. J. Phys. Soc. Japan, 1966, vol. 21, No. 12, p. 2695.
5. Velikhov E. P. Hall instability of current — carrying slightly ionized plasmas. First Intern. Symp. on Magnetoplasmodynamic, Newcastle. 1962.
6. McCune J. E. Wave growth and instability in partially — ionized gases. Second Intern Symp. on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, Paris, 1964.
7. Trigher S. A. The theory of the stability of sound in a nonhomogeneous plasma. In: Electricity from MHD, Vienna, 1966, vol. 2.

**ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МГД-УРАВНЕНИЙ
С УЧЕТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ КОНЕЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ
МАГНИТНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА**

А. Н. Черепанов, В. И. Яковлев

(Новосибирск)

Рассматриваются нестационарные плоскосимметричное и осесимметричное движения теплопроводного газа конечной проводимости в магнитном поле, нормальном направлению движения среды.

Решение ищется с полем скоростей, имеющим линейную зависимость от пространственной координаты. Полученная система уравнений решается методом разделения переменных.

Приведены некоторые численные расчеты для задачи о плоскосимметричном расширении проводящего газа в магнитном поле в случае, когда проводимость и теплопроводность зависят только от температуры. Приведены распределения температуры, плотности и магнитного поля по сечению слоя в зависимости от магнитного числа Рейнольдса и безразмерного коэффициента теплопроводности.

Рассматриваются одномерные плоскосимметричное и осесимметричное расширения проводящего газа в магнитном поле, направленном по оси Z (перпендикулярно направлению движения газа). В начальный момент $t = 0$ газ занимает пространство $-a_0 \leq x \leq a_0$ между двумя плоскостями (в плоскосимметричном случае), либо представляет собой бесконечный по оси Z цилиндрический столб радиуса a_0 .

Приняты следующие предположения.

- 1) Газ удовлетворяет уравнению состояния идеального газа, вязкость отсутствует.
- 2) Токи смещения пренебрежимо малы. Магнитное поле на внешней границе проводящего газа можно задавать, не рассматривая волновых процессов в пустоте (квазистационарное электромагнитное поле).
- 3) Электропроводность σ_1 и теплопроводность λ_1 газа зависят от температуры и плотности по степенным зависимостям

$$\sigma_1 = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^r, \quad \lambda_1 = \lambda_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k \quad (1)$$

- 4) Рассматривается равномерное расширение со скоростью $v_x = xa'(t)/a(t)$, линейно зависящей от пространственной координаты. Здесь $a(t)$ — неизвестный закон движения границы газа.

При сделанных предположениях безразмерные уравнения магнитной гидродинамики в лагранжевых координатах (ξ, τ) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [\mu^{\gamma+1} \rho(\xi, \tau)] &= 0, & \kappa \xi \rho(\xi, \tau) \mu \mu' &= - \frac{\partial}{\partial \xi} [p(\xi, \tau) + h_1^2(\xi, \tau)] \\ \frac{\partial}{\partial \tau} [\mu^{\gamma+1}(\tau) h_1(\xi, \tau)] &= \frac{1}{R_m \xi^\gamma \mu^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi^\gamma}{\Theta_1^n \rho^r} \frac{\partial}{\partial \xi} (\mu^{\gamma+1} h_1) \right], & p &= \rho \Theta_1 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = -(\kappa - 1) p \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{\rho} \right) + \frac{2(x-1)}{R_m} \frac{1}{\Theta_1^n \rho^{r+1}} \frac{1}{\mu^2} \left(\frac{\partial h_1}{\partial \xi} \right)^2 +$$

$$+ \frac{\Omega}{\xi^\gamma \mu^2 \rho} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\Theta_1^m \rho^k \xi^\gamma \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} \right] \quad (2)$$

$$\xi = \frac{x}{a(t)}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad \mu = \frac{a(t)}{a_0}, \quad h_1 = \frac{H}{H_0}$$

$$\Theta_1 = \frac{T}{T_0}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad t_0 = \frac{a_0}{v_0}, \quad R_m = \frac{4\pi\sigma_0 v_0 a_0}{c^2}$$

Здесь R_m — магнитное число Рейнольдса

$$\Omega = \frac{8\pi\lambda_0 t_0 R T_0}{a_0^2 H_0^2 c_v} = \frac{8\pi(\kappa - 1)\lambda_0 T_0}{v_0 a_0 H_0^2}$$

Безразмерные давление p и плотность ρ получены отнесением размерных величин к масштабам

$$p_0 = \frac{H_0^2}{8\pi}, \quad \rho_0 = \frac{p_0}{R T_0} = \frac{H_0^2}{8\pi R T_0}$$

За масштабы H_0 , T_0 принимаются напряженность магнитного поля и температура газа на внешней границе в момент $t = 0$, за характерную скорость v_0 — скорость звука $\sqrt{\kappa R T_0}$, отвечающая температуре T_0 .

В плоскосимметричном случае $\gamma = 0$, в цилиндрическом $\gamma = 1$. Из уравнения (2.1)

$$\rho(\xi, \tau) = \frac{\Phi(\xi)}{\mu^{\gamma+1}(\tau)} \quad (3)$$

После подстановки (3) и перехода к новым функциям

$$h(\xi, \tau) = \mu^{\gamma+1} h_1(\xi, \tau), \quad \Theta(\xi, \tau) = \mu^{(\gamma+1)(\kappa-1)} \Theta_1(\xi, \tau) \quad (4)$$

оставшиеся уравнения системы (2) принимают вид

$$\kappa \xi \Phi(\xi) \frac{\mu^\gamma}{\mu^\gamma} = - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[p(\xi, \tau) + \frac{h^2(\xi, \tau)}{\mu^{2(\gamma+1)}} \right]$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\mu^{(\gamma+1)[n(\kappa-1)+r]-2}}{R_m \xi^\gamma} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi^\gamma}{\Theta^n \Phi^r} \frac{\partial h}{\partial \xi} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{2(\kappa-1)}{R_m} \frac{\mu^{(\gamma+1)[r+\kappa+n(\kappa-1)-2]-2}}{\Theta^n \Phi^{r+1}} \left(\frac{\partial h}{\partial \xi} \right)^2 +$$

$$+ \Omega \frac{\mu^{(\gamma+1)[1-k-m(\kappa-1)]-2}}{\xi^\gamma \Phi(\xi)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\Theta^m \Phi^k \xi^\gamma \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right]$$

$$p = \frac{\Phi(\xi)}{\mu^{\kappa(\gamma+1)}} \Theta(\xi, \tau)$$

Ищется частное решение системы (5) методом разделения переменных, аналогично работе [1].

В работе [2] этот подход был использован для получения решения рассматриваемой задачи без учета теплопроводности. Это решение характеризовалось требованием существования внешнего противодавления, пропорционального магнитному давлению. Решение без противодавления, т. е. для расширения в пустоту, не могло существовать вследствие конечного джоулевого тепловыделения на внешней границе (проводимость зависела только от температуры) при нулевой плотности среды, в результате чего при отсутствии теплопроводности температура не могла быть ограниченной на внешней поверхности. Учет теплопроводности позволяет получить решение и для случая расширения в пустоту.

Пусть

$$h(\xi, \tau) = G(\tau) Z(\xi), \quad \Theta(\xi, \tau) = V(\tau) X(\xi)$$

Тогда из (5.4)

$$[p(\xi, \tau) = \Phi(\xi) X(\xi) \frac{V(\tau)}{\mu^{\kappa(\gamma+1)}(\tau)}] \quad (6)$$

Подстановкой (6) в (5) получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\mu^{\kappa(\gamma+1)-\gamma} \mu''}{V(\tau)} &= -\frac{i}{\kappa \xi \Phi(\xi)} \left[(\Phi X)' + \frac{G^2(\tau) \mu^{(\gamma+1)(\kappa-2)}}{V(\tau)} (Z^2)' \right] \\ \frac{G'(\tau)}{G(\tau)} \frac{V''(\tau)}{\mu^{(\gamma+1)[r+n(\kappa-1)]-2}} &= \frac{1}{R_m \xi^\gamma Z} \left[\frac{\xi^\gamma}{X^n \Phi^r} Z' \right]' \\ \frac{V'(\tau)}{V^{(m+1)}(\tau)} \mu^{2-(\gamma+1)[1-k-m(\kappa-1)]} &= \frac{2(\kappa-1)}{R_m} \frac{G^2(\tau) \mu^{(\gamma+1)[(n+m)(\kappa-1)+r+k+\kappa-3]}}{V^{n+m+1}(\tau)} \times \\ &\times \frac{(Z')^2}{X^{n+1} \Phi^{r+1}} + \Omega \frac{(X^m \Phi^k \xi^\gamma X')'}{\xi^\gamma \Phi X} \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь левые части уравнений зависят только от переменной τ , правые части уравнений (7.1) и (7.3) содержат смешанные члены. Функции $\mu(\tau)$, $G(\tau)$, $V(\tau)$, $\Phi(\xi)$, $X(\xi)$, $Z(\xi)$ в совокупности будут удовлетворять системе (7), если функции от τ и функции от ξ в отдельности удовлетворяют следующим системам уравнений:

$$\begin{aligned} \mu^{\kappa(\gamma+1)-\gamma}(\tau) V^{-1}(\tau) \mu'' &= N_1, \quad G^2(\tau) V^{-1}(\tau) \mu^{(\gamma+1)(\kappa-2)} = 1 \\ G^{-1}(\tau) V^n(\tau) \mu^{2-(\gamma+1)[r+n(\kappa-1)]} G'(\tau) &= N_2, \quad V^{-(m+1)}(\tau) \mu^{2-(\gamma+1)[1-k-m(\kappa-1)]} V'(\tau) = N_3 \\ G^2(\tau) V^{-(n+m+1)} \mu^{(\gamma+1)[(n+m)(\kappa-1)+r+k+\kappa-3]} &= 1 \\ (\Phi X)' + (Z^2)' &= -N_1 \kappa \xi \Phi(\xi) \\ \frac{1}{R_m \xi^\gamma Z} \left[\frac{\xi^\gamma}{X^n \Phi^r} Z' \right] &= N_2, \quad \frac{2(\kappa-1)}{R_m} \frac{(Z')^2}{X^{n+1} \Phi^{r+1}} + \Omega \frac{(X^m \Phi^k \xi^\gamma X')'}{\xi^\gamma \Phi X} = N_3 \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь N_1, N_2, N_3 — постоянные величины, постоянные в уравнениях (8.2) и (8.5) на основании (10) равны единице. В системе (9) число уравнений равно числу неизвестных, система (8) содержит пять уравнений для трех неизвестных $\mu(\tau)$, $G(\tau)$, $V(\tau)$; эти уравнения совместны только при определенных ограничениях, наложенных на постоянные N_1, N_2, N_3 и физические параметры κ, n, m, r, k . Необходимо заметить, что полученные системы (8) и (9) не являются единственно возможными. В частности, из (7) можно получить систему из пяти уравнений для трех функций от ξ , при этом для функций от τ получается система из трех уравнений. Однако, как показало исследование полученных уравнений, совместность их возможна при ограничениях, сводящих решения к тривиальным (например, решение с нулевым градиентом магнитного поля).

Функции $\mu(\tau)$, $G(\tau)$, $V(\tau)$ должны удовлетворять начальным условиям

$$\begin{aligned} \mu(0) &= 1, \quad \mu'(0) = \pm M_0, \quad G(0) = 1 \\ V(0) &= 1 \left(M_0 = \frac{1}{\sqrt{\kappa R T_0}} \left| \frac{da}{dt} \right|_{t=0} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь M_0 — число Маха при $t = 0$.

Функции $\Phi(\xi)$, $X(\xi)$, $Z(\xi)$ должны удовлетворять граничным условиям

$$Z'(0) = 0, \quad \Phi(1) = 0, \quad X(1) = 1, \quad Z(1) = 1, \quad X^m \Phi^k X' |_{\xi=1} = 0 \quad (11)$$

Условия (11.2) и (11.5) соответствуют задаче расширения или сжатия слоя в пустоте, когда плотность среды и тепловой поток на внешней границе равны нулю (излучение не учитывается).

Переходя к исследованию системы (8), необходимо рассмотреть отдельно несколько случаев.

А. Случай $N_3 = N_2 = 0$. Этому случаю отвечают $\partial h / \partial \tau = 0, \partial \theta / \partial \tau = 0$ в уравнениях (5). При этом, конечно

$$\frac{\partial h_1}{\partial \tau} \neq 0, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \neq 0$$

Условия совместности уравнений (8) при $N_2 = N_3 = 0$ накладывают два ограничения на физические константы κ, n, m, r, k

$$\kappa = 2, \quad n + m + r + k - 1 = 0 \quad (12)$$

Постоянная N_1 — произвольная. Для функций $G(\tau)$ и $V(\tau)$ получаются решения

$$G(\tau) \equiv 1, \quad V(\tau) \equiv 1 \quad (13)$$

Для $\mu(\tau)$ — дифференциальное уравнение второго порядка $\mu^{2+\gamma} \mu'' = N_1$, которое один раз можно проинтегрировать и с учетом условий (10) записать в виде

$$\left(\frac{d\mu}{d\tau}\right)^2 = M_0^2 + \frac{2N_1}{1+\gamma} \left(1 - \frac{1}{\mu^{1+\gamma}}\right) \quad (14)$$

Из последнего уравнения непосредственно можно исследовать характер решения $\mu(\tau)$ в зависимости от постоянной N_1 и начальной скорости $\mu'(0)$.

Если $N_1 > 0$, $\mu'(0) = M_0 > 0$, то $\mu(\tau)$ возрастает монотонно, причем

$$\begin{aligned} \mu'(\tau) &\rightarrow M^* \quad \text{при } \tau \rightarrow \infty \\ (M^* &= \sqrt{M_0^2 + 2N_1/(1+\gamma)}) \end{aligned} \quad (15)$$

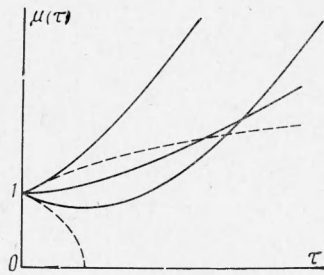
При $N_1 > 0$, $\mu(0) = -M_0 < 0$ функция $\mu(\tau)$ вначале убывает, при достижении значения μ_{\min}

$$\left(0 < \mu_{\min}^{1+\gamma} = \frac{2N_1}{(1+\gamma)M_0^2 + 2N_1} < 1\right)$$

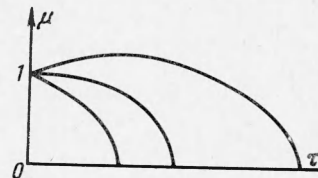
скорость $\mu'(\tau)$ становится равной нулю, а в дальнейшем $\mu(\tau)$ начинает монотонно расти, причем скорость $\mu'(\tau)$ асимптотически стремится к той же величине $\mu'_{\max} = M^*$, что и в случае $N_1 > 0$, $\mu'(0) = M_0$.

Пусть $N_1 < 0$, а величина $M_0^2 + 2N_1/(1+\gamma) > 0$. Если при этом $\mu'(0) = M_0 > 0$, то $\mu(\tau)$ — монотонно возрастающая функция, причем $\mu'(\tau) \rightarrow M^* < M_0$ при $\tau \rightarrow \infty$. Если же $\mu'(0) = -M_0 < 0$, то $\mu(\tau)$ монотонно убывает и достигает значения $\mu = 0$, при котором $\mu'(\tau) = -\infty$. Для наглядности примерный ход кривых $\mu(\tau)$ для рассмотренных случаев приведен на фиг. 1.

Здесь пунктиром изображены зависимости при $N_1 < 0$, сплошными линиями — для случая $N_1 > 0$. Характер кривых для случая $N_1 < 0$, $M_0^2 + 2N_1/(1+\gamma) < 0$ показан на фиг. 2.



Фиг. 1



Фиг. 2

Отсюда видно, что при $\mu'(0) = M_0 > 0$ величина $\mu(\tau)$ сначала возрастает и достигает максимального значения μ_{\max} , а потом падает до нуля, причем

$$\mu_{\max} = \frac{2N_1}{(1+\gamma)[M_0^2 + 2N_1/(1+\gamma)]} > 1$$

Для случая движения с осевой симметрией, т. е. при $\gamma = 1$, уравнение (14) можно проинтегрировать. В результате получается

$$\mu(\tau) = \left(\frac{N_1 + [M_0 \pm (M_0^2 + N_1)\tau]^2}{M_0^2 + N_1} \right)^{1/2}$$

Здесь знак плюс соответствует положительной начальной скорости $\mu'(0) = M_0 > 0$, знак минус — случаю $\mu'(0) = -M_0 < 0$.

Итак, видно, что в зависимости от произвольной постоянной N_1 и величины начальной скорости $\mu'(0) = \pm M_0$ характер движения границы проводящего ступка меняется в достаточно широких пределах. Изменения плотности, температуры и напряженности магнитного поля со временем, как легко заметить из (3), (4), (6) и (13), определяются функцией $\mu(\tau)$; при увеличении $\mu(\tau)$ все эти параметры уменьшаются, при уменьшении $\mu(\tau)$ возрастают. В частности, режиму схлопывания первоначального ступка до нулевых размеров соответствует увеличивающееся до бесконечности внешнее магнитное поле, при этом температура и плотность среды также увеличиваются до

бесконечности. Заметим, что число Маха, определяемое по скорости и температуре границы как

$$M = \frac{da/dt}{\sqrt{\kappa RT}(\xi=1)} = \frac{\mu'(\tau)}{\sqrt{\Theta_1(1, \tau)}} = \mu'(\tau) \mu^{1/2(\gamma+1)}(\tau)$$

при бесконечном расширении сгустка стремится к бесконечности независимо от начального значения M_0 .

Обратимся к уравнениям (9) для функций от ξ в рассматриваемом случае (A) $N_2 = N_3 = 0$. При этом уравнения (9.2) и (9.3) один раз можно проинтегрировать

$$\frac{\xi^\gamma}{X^{\kappa} \Phi^r} Z' = C_1, \quad \frac{2C_1}{R_m} Z + \Omega X^m \Phi^k \xi^r X' = C_2 \quad (16)$$

Здесь C_1, C_2 — константы интегрирования.

Дальнейшее интегрирование уравнений (9.1), (16) при произвольных параметрах $n, m, r, k, \kappa, \gamma$, удовлетворяющих условиям (12), затруднительно. Ниже в качестве примера рассмотрен один из частных случаев $n = 1, m = k = r = 0, \gamma = 0$.

При этом из уравнений (9.1), (16) и граничных условий (11)

$$\begin{aligned} X(\xi) &= \sin^{1/2} \pi \xi, & Z(\xi) &= 1 - \sqrt{1/2 \Omega R_m} \cos^{1/2} \pi \xi \\ \Phi(\xi) &= \pi \sqrt{1/2 \Omega R_m} \frac{e^{-2N_1 f(\xi)}}{\sin^{1/2} \pi \xi} \int_{\xi}^1 [1 - \sqrt{1/2 \Omega R_m} \cos^{1/2} \pi \xi] e^{2N_1 f(\xi)} d\xi \\ f(\xi) &= \int_1^{\xi} \frac{\xi d\xi}{\sin^{1/2} \pi \xi} \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) видно, что при $\sqrt{1/2 \Omega R_m} > 1$ магнитное поле вблизи плоскости симметрии имеет направление, противоположное направлению внешнего поля. Плотность в плоскости симметрии бесконечна, причем $\Phi(\xi) > 0$ только при значениях $\sqrt{1/2 \Omega R_m}$, не превышающих некоторого критического значения. При $N_1 = 0$, т. е. для движения с постоянной скоростью, критическое значение, как легко показать из (17.3), равно двум.

Это означает, что только при $0 < \sqrt{1/2 \Omega R_m} < 2$ полученное решение имеет физический смысл. Следует еще заметить, что данное решение характеризуется наличием тепловода в плоскости симметрии, интенсивность которой определяется величиной

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \lambda_0 \frac{T_0}{a_0} \frac{1}{\mu(\tau)} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \pi \lambda_0 \frac{T_0}{a_0} \frac{1}{\mu^2(\tau)}$$

Б. *Случай* $N_2 \neq 0, N_3 \neq 0, n + m \neq 0$. При этом совместное решение системы уравнений (8), удовлетворяющее условиям (10), имеет вид

$$\begin{aligned} \mu(\tau) &= [1 + \mu'(0) s \tau]^{1/s} \left(s = 2 + \frac{(\gamma + 1)[n(k-1) - mr]}{n+m} \right) \\ G(\tau) &= [\mu(\tau)]^{(\gamma+1)(n+m+r+k-1)/2(n+m)}, \quad V(\tau) = [\mu(\tau)]^{(\gamma+1)[(n+m)(\kappa-1)+r+k-1]/(n+m)} \end{aligned} \quad (18)$$

Для совместности системы (8) физические константы $n, m, k, r, \kappa, \gamma$ должны удовлетворять соотношению

$$(\gamma + 1)\{r + k - 1 + 2[n(k-1) - mr]\} + 2(n+m) = 0 \quad (19)$$

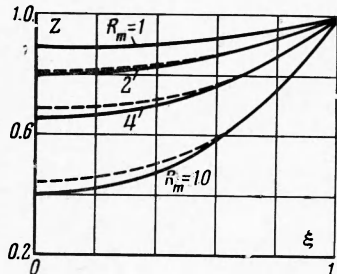
Постоянные N_1, N_2, N_3 однозначно определяются через $n, m, k, r, \kappa, \gamma, \mu'(0)$

$$\begin{aligned} N_1 &= - \left[1 + (\gamma + 1) \frac{n(k-1) - mr}{n+m} \right] [\mu'(0)]^2 \\ N_2 &= \frac{(\gamma + 1)(n+m+r+k-1)}{2(n+m)} \mu'(0) \\ N_3 &= \frac{(\gamma + 1)[(n+m)(\kappa-1) + r+k-1]}{n+m} \mu'(0) \end{aligned} \quad (20)$$

Надо заметить, что если $N_1 = 0$, то (20.1) дает связь между физическими константами n, m, k, r, γ ; при этом необходимость в условии (19) отпадает.

Система уравнений (9) с условиями (11) интегрируется численно на ЭВМ. Приведенные ниже численные результаты получены для плоскосимметричного случая ($\gamma = 0$) при $k = r = 0$, $m = 1/2$, $n = 3/2$ (т. е. $\sigma \sim T^{3/2}$, $\lambda \sim T^{1/2}$, $\kappa = 5/3$ (эти константы удовлетворяют условию (19))). Магнитное число Рейнольдса R_m изменяется от 1 до 10, параметр Ω , характеризующий теплопроводность, принимает значения 0,1 и 0,5.

На фиг. 3, 4, 5 приведены пространственные распределения соответственно напряженности магнитного поля, плотности газа и температуры для числа Маха $M_0 = 0.5$

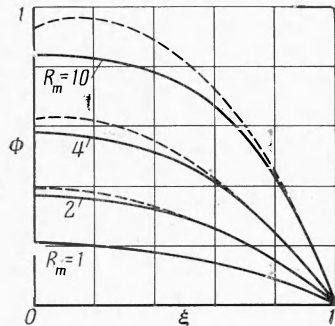


Фиг. 3

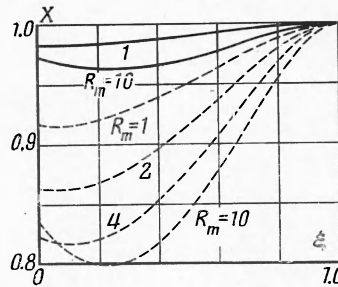
при различных R_m и двух значениях Ω . Пунктиром изображены зависимости при $\Omega = 0,1$, сплошными линиями — при $\Omega = 0,5$. При $R_m = 1$ функции $Z(\xi)$, $\Phi(\xi)$ при $\Omega = 0,1$ и $\Omega = 0,5$ практически совпадают, поэтому они изображены на фиг. 3, 4 одной линией. Из фиг. 5 видно, что при $R_m = 10$ в плоскости симметрии имеется градиент температуры, причем тепловой поток направлен от плоскости симметрии. Таким образом, полученное решение характеризуется наличием плоского источника тепла. При меньших значениях R_m градиент температуры в плоскости симметрии становится настолько малым, что его невозможно показать на графиках.

Для выяснения влияния числа M_0 на функции $Z(\xi)$, $\Phi(\xi)$, $X(\xi)$ были проведены расчеты при $R_m = 2$, $\Omega = 0,5$ для значений M_0 от 0,1 до 2. Все кривые существенно отличались от кривых, полученных при $M_0 = 0,5$, поэтому они не даны в виде графиков.

Нетрудно заметить, что при всех рассмотренных значениях параметров температура на внешней границе имеет максимум; подобное же распределение температур имело место при отсутствии теплопроводности [2]. В работе [3] было обнаружено возникновение слоя повышенной температуры (T -слоя), причем T -слой мог находиться не обязательно на внешней границе расширяющегося сгустка. Полученные в данной работе



Фиг. 4



Фиг. 5

частные решения также позволяют иметь максимальную температуру внутри слоя (т. е. при $\xi < 1$); для этого вместо условия (11.5) отсутствия теплового потока на внешней границе необходимо рассматривать условие $X^m \Phi' X'_{\xi=1} = q < 0$, учитывающее возможность теплопередачи с внешней границы (излучение). Легче всего это заметить в случае (A) из уравнений (9.1) и (16).

Поступила 24 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский С. И., Шафранов В. Д. Плазменный шнур при наличии продольного магнитного поля. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций». Изд-во АН СССР, 1958, т. 2.
2. Черепанов А. Н., Яковлев В. И. Автомодельное решение задачи о расширении цилиндрического столба проводящего газа в продольном магнитном поле ПМТФ, 1966, № 2.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заклязьминский Л. А., Волоосевич П. П., Дегтярев Л. Д., Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Соколов В. С., Фаворский А. П. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. Докл. АН СССР, 1967, т. 173, № 4.