

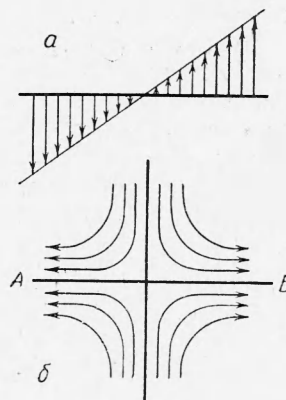
ЛАМИНАРНОЕ ПЛАМЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

А. М. Климов

(Новосибирск)

Получены уравнения, описывающие ламинарное пламя в неоднородном гидродинамическом поле в случае, если кривизной фронта пламени можно пренебречь (действие крупномасштабной турбулентности). Выясняются основные свойства такого пламени. Получен возможный механизм затухания пламени. Обсуждается механизм турбулентного горения.

1. Неоднородность гидродинамического поля имеет первостепенное значение для механизма турбулентного горения; будем рассматривать турбулентность как случайное поле градиентов скоростей. Обозначим через l размер области, в которой градиенты скоростей в течение некоторого времени (времени существования этой области) слабо зависят от положения точки внутри области, хотя могут произвольным образом зависеть от времени. Этот размер идентичен масштабу турбулентности. Введем также характерный размер δ «температурной» области, определив его как расстояние в направлении градиента температуры (или концентрации), на котором температура (концентрация) существенно меняется. В нашем случае это будет толщина ламинарного пламени в гомогенной смеси. Характер явления, очевидно, сильно зависит от соотношения между l и δ . Если $l \gg \delta$ (крупномасштабная турбулентность), фронт пламени слабо искривляется ($r \gg \delta$, где r — радиус кривизны фронта пламени), но площадь его поверхности непрерывно изменяется: пламя растягивается или, наоборот, стягивается. Ниже исследуется именно этот случай ($l \gg \delta$).



Фиг. 1 а, б

Рассмотрим поле скоростей области l без горения, которое будем называть внешним гидродинамическим полем. Простейшим примером является поле чистого сдвига (фиг. 1а), когда корреляция между составляющими скорости отсутствует. Другим примером является «течение в критической точке» (фиг. 1б), возникающее, если, например, в областях А и В возникли разрежения. Корреляция между составляющими скорости здесь проявляется в чистом виде. Поле скоростей произвольной области l есть суперпозиция этих двух крайних случаев. Например, в плоском случае, с учетом уравнения неразрывности, поле скоростей имеет вид

$$u^0 = k(t)x + k_1(t)y, \quad v^0 = -k(t)y + k_2(t)x$$

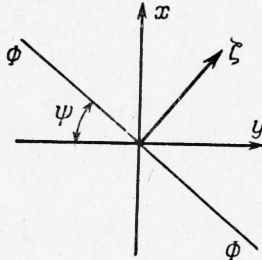
Видно, что на «течение в критической точке» $u = kx$, $v = -ky$ наложены произвольные сдвиги $u = k_1y$, $v = k_2x$. Пространственный случай принципиально не отличается от плоского.

Предположениями, существенными для получения уравнений, будут обычные предположения теории медленного горения: 1) постоянство давления (уравнение движения не рассматривается), 2) в уравнении энергии учитывается только тепловая энергия газа.

Кроме того, будем учитывать только первичные процессы переноса и считать, что скорость тепловыделения определяется концентрацией одного компонента газовой смеси и температурой, а число Льюиса равно 1. Тогда, как известно, уравнения диффузии можно исключить.

В общепринятых обозначениях в плоском случае будем иметь

$$\begin{aligned} \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + F(T) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \rho = \rho(T) \\ \lambda = \lambda(T) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$



Фиг. 2

Кроме того, задано внешнее поле u^0, v^0 . Пусть внешнее поле — чистый сдвиг. Без ограничения общности можно считать $u^0 = a(t)y, v^0 = 0$; ориентация начального распределения температуры (являющегося одномерным) относительно внешнего поля задается углом ψ , где ϕ — фронт пламени (фиг. 2).

Истинное гидродинамическое поле будет отличаться от внешнего, так как при горении, вследствие теплового расширения газов, возникает движение, нормальное к фронту пламени. В целом явление таково: фронт пламени поворачивается внешним полем в плоскости xy с изменением площади его поверхности, одновременно он движется относительно газа, создавая дополнительное поле скоростей за счет теплового расширения.

Решение уравнений (1.1) ищем в виде

$$\begin{aligned} T = T(t, \zeta), \quad u = ay + V(t, \zeta) \left[1 + \left(\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right)^2 \right]^{-1/2} \\ v = V(t, \zeta) \left[\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right] \left[1 + \left(\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right)^2 \right]^{-1/2} \end{aligned}$$

где

$$\zeta = \left[x + y \left(\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right) \right] \left[1 + \left(\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right)^2 \right]^{-1/2}$$

Для определения $T(t, \zeta)$ и $V(t, \zeta)$ получим уравнения

$$\begin{aligned} \rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \varphi(t) \zeta \frac{\partial T}{\partial \zeta} + V \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right] = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right) + F(T) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \varphi(t) \zeta \frac{\partial \rho}{\partial \zeta} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial \zeta} = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь

$$\varphi(t) = a \left[\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right] \left[1 + \left(\text{tg } \psi - \int_0^t a dt \right)^2 \right]^{-1}$$

Координата ζ всегда нормальна к поверхности пламени.

Скорость V связана с расширением газа. Если продукты сгорания и горючая смесь занимают полупространства, естественно считать $V = 0$ для свежей смеси. Начальными и граничными условиями для уравнений (1.2) в этом случае будут

$$T = T^{\circ}(\zeta) \quad \text{при } t = 0, \quad V \rightarrow 0 \quad \text{при } \zeta \rightarrow -\infty.$$

Если в начальный момент времени продукты сгорания занимают полосу конечной ширины с симметричным распределением температуры, наиболее простыми начальными и граничными условиями будут

$$T = T^{\circ}(\zeta) \quad \text{при } t = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \zeta} = V = 0 \quad \text{при } \zeta = 0$$

Пусть теперь $u^{\circ} = -k(t)x$, $v^{\circ} = k(t)y$. Решение уравнений (1.1) ищем в виде

$$T = T(t, \zeta)$$

$$u = -kx + V(t, \zeta) \operatorname{ctg} \psi \exp\left(2 \int_0^t k dt\right) \left[1 + \operatorname{ctg}^2 \psi \exp\left(4 \int_0^t k dt\right)\right]^{-1/2}$$

$$v = ky + V(t, \zeta) \left[1 + \operatorname{ctg}^2 \psi \exp\left(4 \int_0^t k dt\right)\right]^{-1/2}$$

где

$$\zeta = \left[y + x \operatorname{ctg} \psi \exp\left(2 \int_0^t k dt\right)\right] \left[1 + \operatorname{ctg}^2 \psi \exp\left(4 \int_0^t k dt\right)\right]^{-1/2}$$

Для определения $T(t, \zeta)$ и $V(t, \zeta)$ получим (1.2), где

$$\varphi(t) = k \left[1 - \operatorname{ctg}^2 \psi \exp\left(4 \int_0^t k dt\right)\right] \left[1 + \operatorname{ctg}^2 \psi \exp\left(4 \int_0^t k dt\right)\right]^{-1}$$

В общем случае также получим уравнения (1.2). Специфика каждого случая заключена в функции $\varphi(t)$.

Нетрудно проверить, что $\varphi(t)$ есть относительная скорость изменения площади поверхности пламени, взятая с обратным знаком.

Уравнения (1.2) можно также получить, предположив, что пламя остается плоским и задана функция $\varphi(t)$. Пусть ξ, η, ζ — система координат, ориентированная так, что ось ζ всегда нормальна к поверхности пламени, и пусть $v_{\xi}, v_{\eta}, v_{\zeta}$ — соответствующие скорости.

Так как поверхность пламени плоская,

$$T = T(t, \zeta), \quad v_{\zeta} = v_{\zeta}(t, \zeta)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_{\zeta} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right) &= \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \zeta} \right) + F(T) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial v_{\zeta}}{\partial \zeta} \right) + v_{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial \zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Рассмотрим малый элемент поверхности $d\xi d\eta$ в произвольной плоскости $\zeta = \text{const}$. Относительная скорость изменения его площади

$$-\varphi(t) = \frac{1}{d\xi d\eta} \frac{d(d\xi d\eta)}{dt} = \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{\eta}}{\partial \eta} \quad (1.4)$$

Представив v_ζ в виде $v_\zeta(t, \zeta) = \varphi(t) \zeta + V(t, \zeta)$ и учитывая (1.4), получим из (1.3) уравнения (1.2).

Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned} \tau &= tu_0 / \delta_0, & \beta &= \zeta / \delta_0, & \omega &= V / u_0, & \vartheta &= (T - T_0) / (T_1 - T_0) \\ \rho' &= \rho / \rho_0, & \lambda' &= \lambda / \lambda_0, & f &= F / F_0, & \varepsilon &= \varphi \delta_0 / u_0 \quad (\delta_0 = \lambda_0 / \rho_0 u_0 C_p) \\ \rho_0 &= \rho(T_0), & \lambda_0 &= \lambda(T_0), & F_0 &= \rho_0 u_0 C_p (T_1 - T_0) / \delta_0 \end{aligned}$$

Здесь u_0 — скорость распространения нормального пламени; δ_0 — расстояние, на котором в нормальном пламени ϑ изменяется приблизительно в e раз (точно в e раз в решении Михельсона); T_0, T_1 — начальная и конечная (адиабатическая) температуры газа; F_0 — средняя скорость тепловыделения в нормали.

Параметр ε есть отношение характерного времени нормального горения $t_0 = \delta_0 / u_0$ к характерному времени действия $t_1 = 1/\varphi$ на пламя внешнего гидродинамического поля; t_1 — время, за которое при $\varphi = \text{const}$ площадь поверхности пламени изменяется в e раз, или, что то же самое, время, за которое расстояние между поверхностями постоянной температуры изменилось бы в e раз при отсутствии химической реакции и теплопроводности.

В принятых обозначениях система (1.2) имеет вид

$$\rho \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \varepsilon(\tau) \beta \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} + \omega \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} \right] = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} \right) + f(\vartheta) \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \varepsilon(\tau) \beta \frac{\partial \rho}{\partial \beta} + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial \beta} = 0 \quad (1.5)$$

Здесь и далее штрихи при ρ и λ опущены.

Новые, по сравнению с уравнениями одномерного пламени, члены в (1.5) порядка $\varepsilon(\tau)$. Сделаем численные оценки. Пусть, например, скорость турбулентных пульсаций $v' \sim 10$ м/сек при масштабе турбулентности $l \sim 1$ см; тогда $t_1 \sim 10^{-3}$ сек. Для большинства топливоздушных смесей, близких к стехиометрическим, $t_0 \sim 10^{-3}$ сек и быстро увеличивается до 10^{-2} сек при обеднении или обогащении смеси приблизительно в 1.5 раза. Соответственно, получим $\varepsilon \sim 1 \div 10$, в зависимости от состава смеси.

Параметр ε находится в близком соответствии с параметром $\gamma = v' \delta_0 / u_0 l$, предложенным [1] для оценки относительной роли «поверхностного» и «объемного» горения. Разница между ними в том, что в γ величина v'/l есть усредненный градиент скорости, а величина φ в ε — мгновенная и локальная. Поэтому ε может быть величиной как положительной, так и отрицательной. Из (1.4) видно, что градиенты разных составляющих скорости могут вносить различный вклад в изменение площади поверхности пламени — пламя может растягиваться или стягиваться во всех направлениях, но может и стягиваться в одном направлении и растягиваться в другом.

Запишем уравнения (1.5) в системе координат, связанной с фронтом пламени, т. е. в системе координат, начало которых связано с некоторой температурой ϑ_0 . Координата β_0 точки с температурой ϑ_0 определяется уравнением

$$\frac{d\beta_0}{d\tau} = [\varepsilon(\tau) \beta_0 + \omega] - [m(\tau) + \omega] = \varepsilon(\tau) - m(\tau)$$

Следовательно,

$$\beta_0(\tau) = \exp \int_0^\tau \varepsilon(\tau) d\tau \left[\beta_{00} - \int_0^\tau m(\tau) \exp \left(- \int_0^\tau \varepsilon(\tau) d\tau \right) \right] \quad (\beta_{00} = \beta_0(0))$$

В переменных $\alpha = \beta - \beta_0$, τ система (1.5) примет вид

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (m + \varepsilon \alpha + \omega) \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right] &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right) + f(\theta) \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + (m + \varepsilon \alpha) \frac{\partial \rho}{\partial \alpha} + \frac{\partial (\rho \omega)}{\partial \alpha} &= 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Функция $m(\tau)$ определяется при решении конкретной задачи. Начальное значение $m(\tau)$ должно быть задано.

Уравнения (1.6) можно также получить из уравнений (1.5), считая, что последние получены из (1.3), где ξ, η, ζ — система координат, связанная с фронтом пламени. Нужно только представить ω в виде

$$\omega(\beta, \tau) = m(\tau) + \omega_1(\beta, \tau), \quad m(\tau) = \omega(-\infty, \tau)$$

2. Раньше, чем строить решение задачи, дадим качественное описание рассматриваемой картины явления.

В однородном гидродинамическом поле ($\varepsilon = 0$) решение системы (1.6) при некоторых предположениях относительно функции тепловыделения $f(\theta)$ и соответствующих начальных и граничных условиях стремится к решению, не зависящему от времени и описывающему распределение температуры в нормальном пламени. При этом $m(\tau) \rightarrow 1$. Стационарная форма нормального пламени есть результат равновесия противоположных «сил»: сглаживающее действие теплопроводности уравновешивается противоположным действием химической реакции.

При $\varepsilon \neq 0$ появляется новый фактор — конвективный перенос тепла $\varepsilon \alpha \partial \theta / \partial \alpha$, который либо сглаживает ($\varepsilon > 0$), либо увеличивает ($\varepsilon < 0$) крутизну распределения температуры.

Если $\varepsilon \rightarrow \text{const} < 0$, решение системы (1.6) должно стремиться к некоторому, более крутому, чем нормальное пламя, стационарному распределению температуры.

Иной оказывается ситуация при $\varepsilon > 0$. В принятой модели газовой среды тепловые возмущения распространяются с бесконечной скоростью. Практически эта скорость тоже очень велика (скорость звука). Поэтому тепловое влияние горячей области мгновенно проникает на большое расстояние в холодную область. В то же время на достаточно большом расстоянии от начала координат в сторону холодного газа (т. е. при достаточно больших отрицательных α) конвективный поток тепла приобретает то же направление, что и поток тепла, вызванный теплопроводностью. При медленном горении такой перенос тепла в холодную область ничем не компенсируется; условия на большом удалении от фронта пламени все время меняются и весь процесс становится нестационарным.

Для количества q выделяющегося на единицу поверхности пламени в единицу времени тепла (пропорционального количеству сгорающего вещества) имеем, учитывая, что $\partial \theta / \partial \alpha \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow \pm \infty$, соотношение

$$q = \int_{-\infty}^{+\infty} f d\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} + \int_{-\infty}^{+\infty} \rho (m + \varepsilon \alpha + \omega) \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} d\alpha$$

В нормальном пламени $q = \rho(m + \omega) = \text{const}$. В остальных случаях ($\varepsilon \neq 0$ или $\varepsilon = 0$, но явление нестационарно) q не связано однозначно с $\rho(m + \omega)$ и, вообще говоря, переменено.

В промежутки времени, когда исчезает внешнее поле, пламя является одномерным, но нестационарным.

Структура такого пламени имеет много общего со структурой пламени при $\varepsilon \neq 0$, поэтому рассмотрим его подробнее.

В одномерном нестационарном пламени $m + \omega$, являясь скоростью движения температуры ϑ_0 относительно газа (m — относительно свежей смеси, $m + \omega$ — относительно частиц газа с другими температурами), может принимать любые значения, в частности отрицательные. Если $m + \omega < 0$, газ втекает в данную плоскость $\alpha = \text{const}$ не со стороны свежей смеси, а со стороны продуктов сгорания. Поток молекул (как и поток тепла) складывается из потоков конвективного и диффузионного. В нормальном пламени конвективный и диффузионный потоки горючего складываются. В нестационарном пламени они могут вычитаться. Выделяя условно зону реакции, можно встретиться с ситуацией, когда газ втекает в эту зону со стороны продуктов сгорания, а горючее доставляется навстречу конвективному потоку диффузией. Пусть, например, начальной функцией для уравнения (1.5) будет

$$\vartheta(\beta, 0) = 0 \quad \text{при } \beta < 0, \quad \vartheta(\beta, 0) = 1 \quad \text{при } \beta > 0 \quad (2.1)$$

Прежде чем установится нормальное пламя, в котором любая температура движется навстречу свежей смеси, в течение некоторого времени точки с температурой, близкой к $\vartheta = 1$, будут двигаться навстречу продуктам сгорания. Следовательно, по крайней мере в части зоны реакции, конвективный поток горючего (в системе координат α) будет направлен против диффузионного. Установление нормального пламени в данном случае происходит посредством выравнивающего действия теплопроводности и диффузии.

Если функция $\vartheta(\beta, 0)$, наоборот, очень пологая по сравнению со случаем нормального пламени, главным фактором установления нормального пламени будет местное повышение температуры за счет химической реакции. При этом скорость движения относительно газа точек с температурами, близкими к $\vartheta = 1$, в первые моменты времени будет значительно больше этой скорости в нормальном пламени, имея то же направление.

Из уравнений (1.6) следует, что в неоднородном гидродинамическом поле понятие скорости распространения фронта пламени, строго говоря, не имеет смысла. При любом $\varepsilon \neq 0$ скорость движения газа относительно фиксированной температуры ϑ_0 меняется в диапазоне $(-\infty, +\infty)$, в зависимости от температуры частиц газа. Конечно, при малых $|\varepsilon|$ это понятие может иметь приближенный смысл. Гидродинамическое поле в системе координат пламени похоже на упомянутое выше «течение в критической точке» с плоскостью симметрии, параллельной фронту пламени. При малых $|\varepsilon|$ эта плоскость расположена далеко от области с большими градиентами температуры (область основной части изменения температуры от нуля до единицы); поле массовой скорости в последней близко к однородному и пламя мало отличается от одномерного. При достаточно больших $|\varepsilon|$ плоскость симметрии перемещается в область с большими градиентами температуры и понятие скорости распространения фронта пламени не имеет даже приближенного смысла.

3. Интегрирование первого уравнения (1.6) по τ дает

$$\vartheta(\alpha, \tau) = \vartheta(\alpha, 0) - \int_0^\tau (m + \varepsilon\alpha + \omega) \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha} d\tau + \int_0^\tau \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha} \right) d\tau + \int_0^\tau f d\tau$$

Если в начальный момент пламя было нормальным, для малых τ при $\varepsilon = \text{const}$ получим

$$\vartheta(\alpha, \tau) = \vartheta(\alpha, 0) - \varepsilon\alpha\tau \frac{\partial \vartheta(\alpha, 0)}{\partial \alpha} + O(\tau^2)$$

В нормальном пламени $\partial\vartheta / \partial\alpha \geq 0$; следовательно, распределение температуры начинает сглаживаться при значениях $\varepsilon > 0$ и становится круче при $\varepsilon < 0$.

Исследуем поведение пламени при больших $|\varepsilon|$. В этом случае распределение температуры всюду, за исключением узкого слоя толщины $h \sim 1 / \sqrt{|\varepsilon|}$ в окрестности точки $\alpha = 0$, описывается уравнением

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} + \alpha \frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} = 0 \quad (3.1)$$

которое получается из (1.6) путем отбрасывания малых членов.

Это уравнение обладает системой характеристик $\mu = \alpha \exp(\varepsilon\tau)$, вдоль которых $\vartheta = \text{const}$.

Пусть $\varepsilon < 0$. Тогда из (3.1) следует, что за время $\tau \sim 1 / |\varepsilon|$ почти все изменение температуры сосредоточится в слое h . При $|\varepsilon| \rightarrow \infty$ имеем $h \rightarrow 0$, и профиль температуры стремится к разрывному¹.

При $\varepsilon > 0$ (3.1) дает «расплывание» пламени с тем же характерным временем $\tau \sim 1 / \varepsilon$; расстояние между точками с двумя любыми температурами возрастает пропорционально $\exp(\varepsilon\tau)$, соответственно всюду убывает градиент температуры.

Чтобы получить решения при конечных $|\varepsilon|$, воспользуемся функцией $f(\vartheta)$, соответствующей бесконечноузкой зоне реакции: (3.2)

$$f(\vartheta) \geq 0, \quad f(1) = 0, \quad f(\vartheta) = 0 \quad \text{при } \vartheta < 1, \quad \int_0^1 f(\vartheta) d\vartheta = \int_0^1 f_0 d\vartheta$$

где f_0 — истинная функция тепловыделения. Пусть

$$f(\vartheta) \geq 0 \quad \text{при } 0 < \vartheta_0 \leq \vartheta \leq 1, \quad f(\vartheta) = 0 \quad \text{при } \vartheta < \vartheta_0, \quad f(\vartheta_0) = f(1) = 0$$

Тогда, если $\vartheta_0 \rightarrow 1$ и $f(\vartheta)$ стремится к функции (3.2), справедливо, как и в случае нормального пламени [2], соотношение

$$\lim_{\vartheta_0 \rightarrow 1} \left[\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right]_{\alpha=0} = \left[\frac{2}{\lambda(1)} \int_0^1 f d\vartheta \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

Докажем его. Из уравнений (1.6) имеем

$$-\frac{\rho^2}{d\rho/d\vartheta} \frac{\partial\omega}{\partial\alpha} - \frac{\partial}{\partial\alpha} \left(\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right) + f(\vartheta) \quad (3.4)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} - \left[\frac{\rho^2}{d\rho/d\vartheta} \right]_{\vartheta_1} \int_{\vartheta_0}^1 \frac{\partial\omega}{\partial\vartheta} d\vartheta &= \int_{\vartheta_0}^1 \frac{d\lambda}{d\vartheta} \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right)^2 d\vartheta + \int_{\vartheta_0}^1 \lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} d \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right) + \int_{\vartheta_0}^1 f(\vartheta) d\vartheta = \\ &= \left(\frac{d\lambda}{d\vartheta} \right)_{\vartheta_2} \left[\vartheta_0 \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right)_{\alpha=0}^2 - \vartheta_3 \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right)_{\alpha=0}^2 \right] - \lambda(\vartheta_4) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\alpha} \right)_{\alpha=0}^2 + \int_{\vartheta_0}^1 f d\vartheta \end{aligned}$$

где $\vartheta_0 \leq \vartheta_1$, $\vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4 \leq 1$. При получении (3.4) применялось интегрирование по частям и использовалось условие $\partial\vartheta / \partial\alpha = 0$ при $\vartheta = 1$.

Функция ω (скорость газа, связанная с тепловым расширением) должна иметь ограниченную производную $\partial\omega / \partial\alpha$.

¹ Если учесть теплопроводность, для распределения температуры получим

$$\vartheta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} |\varepsilon| \alpha \right) \quad (-\infty \leq \alpha \leq +\infty)$$

переходящую при $\varepsilon \rightarrow -\infty$ в (2.1), если в (2.1) под β подразумевать α .

Совершая в (3.4) предельный переход при $\vartheta_0 \rightarrow 1$, получим (3.3). Заметим, что в этом случае

$$q = \text{const} = \lambda (1) \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right]_{\alpha=0}$$

Таким образом, используя функцию (3.2), будем иметь $\vartheta = 1$ при $\alpha \geq 0$, $\partial \vartheta / \partial \alpha = \text{const}$ при $\alpha = -0$. В области $[-\infty, 0]$ функция ϑ описывается уравнениями (1.6) с $f = 0$.

Будем искать стационарное решение этих уравнений при $\varepsilon = -c = \text{const} < 0$. Для получения качественной картины ограничимся приближением $\rho = \lambda = 1$. Учитывая, что $\partial \vartheta / \partial \alpha = 1$ при $\alpha = 0$, найдем

$$\vartheta = \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-c\alpha^2/2+m\alpha} d\alpha \quad (-\infty \leq \alpha \leq 0)$$

Величина m определяется из условия

$$\int_{-\infty}^0 e^{-c\alpha^2/2+m\alpha} d\alpha = 1$$

В частности

$$m = 1 \quad \text{при } c = 0, \quad m = 0 \quad \text{при } c = \pi/2$$

$$m \sim -\sqrt{2c \ln \sqrt{c}} \quad \text{при } c \rightarrow \infty$$

Решения для различных c приведены на фиг. 3.

При $c > \pi/2$ имеем $m < 0$, т. е. газ втекает в зону реакции (точка $\alpha=0$) со стороны продуктов сгорания. Кривая $\vartheta(\alpha)$ в точке $\alpha=-0$ имеет положительную кривизну при $m > 0$ и отрицательную при $m < 0$. На участке выпуклости этой кривой скорость газа $m - c\alpha$ отрицательна и диффузионный поток горючего направлен против конвективного.

Последовательность кривых $\vartheta(\alpha)$ при изменении c от ∞ до 0 качественно тождественна последовательности кривых при установлении нормального пламени из разрывного профиля температуры (2.1).

При $\varepsilon > 0$ стационарное решение уравнений (1.6), удовлетворяющее условиям $\vartheta(-\infty) = 0$, $\vartheta(+\infty) = 1$, не существует. Физические причины этого были выяснены в п. 2.

Однако при $\varepsilon \ll 1$ можно получить приближенное стационарное решение, введя фиктивный сток тепла при $\vartheta = 0$. Если мощность стока тепла мала по сравнению с мощностью источника тепла, можно считать, что распределение температуры будет эволюционировать медленно и в течение некоторого времени будет мало отличаться от решения со стоком.

Используя (3.2), при $\rho = \lambda = 1$ в стационарном случае получим

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = e^{m\alpha + \varepsilon\alpha^2/2} \quad (3.5)$$

Сток тепла q_0 будет минимальным, если он находится в точке $\alpha_0 = -m/\varepsilon$ ($q_0 = \exp(-m^2/2\varepsilon)$). Граничные условия для (3.5)

$$\vartheta = 1 \quad \text{при } \alpha = 0, \quad \vartheta = 0 \quad \text{при } \alpha = -m/\varepsilon$$

Следовательно,

$$\vartheta = \int_{-m/\varepsilon}^{\alpha} e^{-m\alpha + \varepsilon\alpha^2/2} d\alpha \quad (-m/\varepsilon \leq \alpha \leq 0)$$

Условием для определения m будет

$$\int_{-m/\varepsilon}^0 e^{m\alpha + \varepsilon\alpha^2/2} d\alpha = 1 \quad (3.6)$$

При разрешении (3.6) относительно m возникает неоднозначность, легко, однако, устранимая условием $m = 1$ при $\varepsilon = 0$.

Приводим результаты вычислений m и α_0 для некоторых значений ε

$\varepsilon = 0$	0.097	0.18	0.26	0.40	0.516	0.57	0.58
$m = 1.0$	1.10	1.20	1.26	1.26	1.22	1.07	1.0
$-\alpha_0 = \infty$	11.3	6.67	4.85	3.16	2.36	1.88	1.72

Кривые $\vartheta(\alpha)$ приведены на фиг. 3. Близкими к действительности будут решения, по-видимому, лишь до $\varepsilon \approx 0.2$, когда величина стока еще невелика ($q_0 = \exp(-2)$ при $\varepsilon = 0.18$). При $\varepsilon > 0.3$ влияние стока настолько значительно, что m начинает убывать. Решение не существует при $\varepsilon > 0.58$ (при $\varepsilon = 0.58$ имеем $q_0 \approx 1/e$). Таким образом, при $\varepsilon \sim 1$ явление становится существенно нестационарным.

4. Использование функции (3.2) не позволяет найти изменение q . Для решения этого вопроса нужно использовать зону реакции конечной ширины. Тем не менее, выясненные общие свойства явления позволяют сделать качественные выводы без точного решения задачи. В самом деле

$$q = \int_{-\infty}^{+\infty} f d\alpha = \int_0^1 f \frac{\partial \alpha}{\partial \vartheta} d\vartheta$$

При $\varepsilon < 0$ в области основной части изменения температуры (а следовательно, и в основной части зоны реакции) $\partial \alpha / \partial \vartheta$ уменьшается по сравнению с нормальным пламенем, при $\varepsilon > 0$ — увеличивается. Иначе говоря, суживается или расширяется зона реакции; соответственно, уменьшается или увеличивается q .

Очевидно, что влияние ε на q будет тем больше, чем шире зона реакции в нормальном пламени.

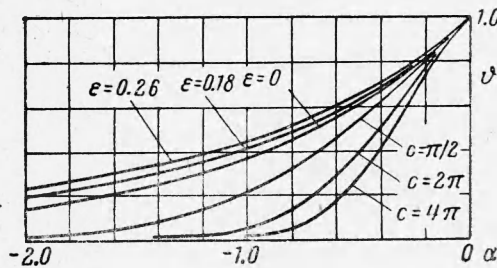
Если рассмотреть количество Q тепла, выделяющегося на единицу начальной поверхности пламени, то можно показать, что со временем Q начинает увеличиваться при $\varepsilon < 0$ и уменьшаться при $\varepsilon > 0$, если в начальный момент пламя было нормальным. При $\varepsilon < 0$ в стационарном случае $Q \sim q \exp(c\tau)$. В турбулентном потоке растягивание пламени ($\varepsilon < 0$) статистически преобладает над стягиванием ($\varepsilon > 0$). Это непосредственно следует из вида функций $\varphi(t)$, но может рассматриваться и как экспериментальный факт. Результат — увеличение скорости сгорания при наличии турбулентности.

В пламени с цепным механизмом химической реакции изменение толщины пламени повлияет на диффузию активных центров и, по-видимому, q будет изменяться медленнее, чем при тепловом механизме химической реакции.

Возможно также изменение механизма реакции: уменьшение толщины пламени будет сдвигать механизм в сторону цепного, увеличение — в сторону теплового.

5. Если $f(\vartheta) = 0$ при $\vartheta \leq \vartheta_0 > 0$, $f(\vartheta) \geq 0$ при $\vartheta_0 \leq \vartheta \leq 1$, то при достаточно большом c не существует отличное от нуля стационарное решение уравнений (1.5), удовлетворяющее граничным условиям

$$\vartheta \rightarrow 0 \quad \text{при } \beta \rightarrow \pm \infty, \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} = \omega = 0 \quad \text{при } \beta = 0$$



Фиг. 3

Т. е. при достаточно сильном и длительном растяжении конечные объемы продуктов сгорания, окруженные свежей смесью, могут исчезать. Процесс такого затухания пламени очень прост. Пусть в начальный момент времени продукты сгорания занимают в плоскости фронта ζ полосу конечной ширины $d \gg \delta_0$. При достаточно большом c сужение полосы под действием внешнего гидродинамического поля не может быть компенсировано процессом горения и ширина полосы начинает уменьшаться. Если при этом достигается $d \sim \delta_0$, влияние холодных областей смыкается и происходит понижение температуры, сопровождаемое прекращением горения.

6. Проведенное выше исследование позволяет сделать некоторые выводы о механизме турбулентного горения (в случае крупномасштабной турбулентности).

Важную роль играет параметр $\gamma = v'\delta_0/u_0l$. Порядок величины γ , очевидно, совпадает с наиболее вероятным значением абсолютной величины параметра $\varepsilon = \varphi\delta_0/u_0$.

При $\gamma \ll 1$ горение происходит в ламинарных фронтах. Ощутимые отклонения пламени от нормального и явления, связанные с затуханием пламени (рассасывание конечных объемов продуктов сгорания, разрывы пламени, забрасывание продуктов сгорания в горючую смесь), маловероятны.

При $\gamma \sim 1$ структура ламинарных пламен, как правило, отклоняется от нормальной: понятие скорости распространения фронта пламени теряет смысл, профиль температуры и количество (удельное) сгорающего вещества переменны. Вероятность затухания пламени увеличивается; но, учитывая, что для возможности затухания пламени $|\varepsilon|$ должно быть довольно большим ($c \gg \pi/2$ в идеализированной схеме п. 3) и необходимо некоторое время, тем большее, чем меньше $|\varepsilon|$, следует признать эту вероятность все еще небольшой. Таким образом, при $\gamma \sim 1$ сгорание происходит преимущественно во «фронтальном» режиме; вклад «объемного» горения, связанного с затуханием пламени, мал.

При $\gamma \gg 1$ структура ламинарных пламен сильно отклоняется от нормальной, вероятность затухания пламени становится значительной. Сгорание происходит как в ламинарных фронтах, которые постоянно рвутся и затухают, оставляя «теплые» области, так и при помощи объемных реакций, идущих в «теплых» областях и постоянно сопровождающихся самовоспламенением с образованием ламинарного пламени.

Автор благодарен С. А. Христиановичу и К. И. Щелкину за обсуждение работы, замечания и советы.

Поступила 12 I 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Kovasznaу L. A comment on turbulent combustion. Jet Propulsion, 1956, vol. 26, № 6, p. 485.
2. З е л ь д о в и ч Я. Б. К теории распространения пламени. ЖФХ, 1948, т. 22, вып. 1.