

57. Urizar M. J., James E. J., Smith L. C. Phys. Fluids, 1961, 4, 2, 262.
58. Капель Г. И. ФГВ, 1978, 14, 1.
59. Альтшулер Л. В., Балалаев В. В. и др. // Тез. докл. на III Всесоюз. симп. по импульсным давлениям.— М., 1979.
60. Cowan R. D., Fickett W. J. Chem. Phys., 1956, 24, 5, 932.
61. Craig V. G. // 10th Symp. (Intern.) on Combustion.— Pittsburg, 1965.
62. Дремин А. Н., Похил П. Ф. Журн. физ. химии, 1960, XXXIV, 11, 2561.
63. Апин А. Я., Воскобойников И. М. и др. ПМТФ, 1961, 5, 117.
64. Воскобойников И. М., Воскобойникова Н. Ф. ФГВ, 1977, 13, 1.
65. Hornig H. C., Lee E. L., Finger M. e. a. // 5th Symp. (Intern.) on Detonation.— Pasadena, California, 1970.
66. Lee E. L., Van Thiel M., Green L. G. e. a. Topical Conference on Shock Waves in Condensed Matter.— Santa Fe, 1983.
67. Жерноклетов М. В., Зубарев В. Н., Телегин Г. С. ПМТФ, 1962, 4, 127.
68. Нестеренко В. Ф. ФГВ, 1975, 11, 2, 324.
69. Чельшев В. П., Шехтер Б. И. ФГВ, 1966, 3, 4, 68.
70. Skidmore I. C., Hart S. // 4th Symp. (Intern.) on Detonation.— Maryland, 1965.
71. Kineke J. H., West C. E. // 5th Symp. (Intern.) on Detonation.— Pasadena, California, 1970.
72. Альтшулер Л. В., Зубарев В. И., Телегин Г. С. ФГВ, 1974, 10, 5, 728.
73. Воскобойников И. М., Афанасенко А. Н. // Взрывное дело, 1975, № 75/32.
74. Sellam. // 7th Symp. (Intern.) on Detonation.— Annapolis, Maryland, 1981.
75. Альтшулер Л. В., Жученко В. С., Кузьменков Е. А. ФГВ, 1988, 24, 1, 92.
76. Ландау Л. Д., Станюкович К. П. Докл. АН СССР, 1945, 46, 399.

*Поступила в редакцию 1/VI 1988*

УДК 534.222.2

## КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ САМОПОДДЕРЖИВАЮЩЕЙСЯ МНОГОФРОНТОВОЙ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ И ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Ю. А. Николаев, Д. В. Зап

(Новосибирск)

Одно из основных в теории детонации — понятие о поверхности Чепмена — Жуге. Она разделяет область стационарного относительно фронта волны течения и нестационарную волну разрежения и, следовательно, является поверхностью слабого разрыва. Так как она неподвижна относительно фронта передней ударной волны (УВ), то скорость газа на ней относительно УВ равна местной «замороженной» скорости звука, а сама поверхность Чепмена — Жуге является звуковой (ЗП). Форма ЗП и ее удаление от УВ оставались неопределенными.

В [1] на основе анализа ослабления детонационной волны (ДВ), распространяющейся в трубке с тонкими легкоразрушающимися стенками, сделана оценка, согласно которой ЗП расположена на расстоянии меньше нескольких (3—10) размеров ячеек от фронта УВ. Однако в случае неразрушающихся трубок эта оценка не может быть применена, так как расширение канала при разлете трубки может существенно влиять на условие и место перехода через звуковую скорость. Не исключено, что в трубе с жесткими стенками ЗП расположена значительно дальше от УВ, чем оценено в [1].

В [2] исследовался отход скачка от тонкого препятствия, установленного внутри детонационной трубы. Расстояние до поверхности Чепмена — Жуге  $l$  оценивалось по положению УВ в момент появления видимого зазора между отраженным скачком и препятствием. Полученный результат (величина  $l$  превосходит 1—3 размера ячейки) не может быть принят за достоверную оценку из-за большого размытия изображения отраженного скачка и условности идентификации момента отхода скачка от препятствия. Как видно из фоторазвертки [3] (повторены условия эксперимента [2]), не исключено, что значение  $l$  может быть много меньше, чем оценено в [2].

В [4] зарегистрированы «кресты» — стационарные волны сжатия, примыкающие около стенок трубы к фронту УВ. Стационарность этих волн и характер примыкания говорит о том, что ЗП по крайней мере около стенок трубы близко подходит к переднему фронту детонации, который сам по себе остается относительно плоским. Из теории [5] следует, что при наличии взаимодействия продуктов детонации со стенками трубы ЗП может находиться на конечном расстоянии от фронта УВ. В [6] показано, что если пренебречь прифронтной турбулизацией потока, вызванной многофронтной структурой детонации, то ЗП должна находиться на расстоянии порядка диаметра трубы  $d$  от фронта УВ. Сделана оценка минимальных величин  $d$ , для которых прифронтная турбулентность затухает на расстояниях, много меньших диаметра трубы. Однако вопрос о возможности формирования ЗП в непосредственной близости от фронта УВ в зоне с развитой турбулентностью оставался открытым.

В данной работе показано, что в широких трубах формирование поверхности Чепмена — Жуге определяется именно затуханием турбулентности, вызванной многофронтной структурой ДВ.

**Постановка задачи.** Задача рассматривается в системе координат, связанной с детонационным фронтом. Считаем течение стационарным и одномерным, описывая его средними по сечению величинами, а нестационарные пульсации массовой скорости будем интерпретировать как турбулентность. Исходная смесь натекает на УВ со сверхзвуковой скоростью, тормозится ею до скорости, меньшей звуковой, турбулизуется непосредственно на фронте и, химически реагируя, расширяется и ускоряется.

Далее обозначим:  $t$  — время,  $x$  — расстояние,  $D$  — скорость детонации,  $u$  — массовая скорость в системе фронта,  $\rho$  — плотность,  $\sigma$  — степень сжатия,  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — интенсивность турбулентности,  $c$  — скорость звука,  $\mu$  — молекулярная масса,  $T$  — температура,  $U$  — полная внутренняя энергия,  $I$  — энтальпия,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $z$  — протяженность зоны индукции. Индексы:  $\tau$  соответствует состоянию с учетом турбулентности,  $0$  — начальному состоянию,  $s$  — состоянию за УВ,  $*$  — состоянию в плоскости Чепмена — Жуге. Черта над параметрами означает осреднение.

Учитывая в уравнениях турбулентность аналогично [7] и используя для трения и теплопотерь выражение через потоки импульса и тепла для круглой трубы [5], получим законы сохранения импульса и энергии:

$$\frac{d}{dx} (p + \rho u^2 + \rho \varepsilon) = \frac{4\tau}{d}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \rho u \left( U + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + \frac{5}{2} \varepsilon \right) \right] = \frac{4\tau D}{d} - \frac{4q}{d}, \quad (2)$$

где  $\tau$  — поток импульса, передаваемый движущейся в системе фронта трубой газу;  $q$  — поток тепла в стенку трубы, имеющей температуру  $T_0$ .

Зададим в общем виде  $\varepsilon = \varepsilon(\rho, t)$ . Тогда выражение для полной производной примет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}. \quad (3)$$

Рассмотрим ячеистую структуру детонационного фронта как решетку, за которой возникает турбулентность. Согласно экспериментальным данным Уберои<sup>1</sup>, зависимость затухания интенсивности турбулентности при постоянной плотности от времени описывается выражением

$$\varepsilon/\varepsilon_s = (1 + t/t_0)^{-n}. \quad (4)$$

Здесь  $\varepsilon_s$  — начальная интенсивность турбулентности;  $n = 1,2 \div 1,5$  — число, зависящее от геометрии решетки;  $t_0$  — характерное время зату-

<sup>1</sup> Цитируется по [8].

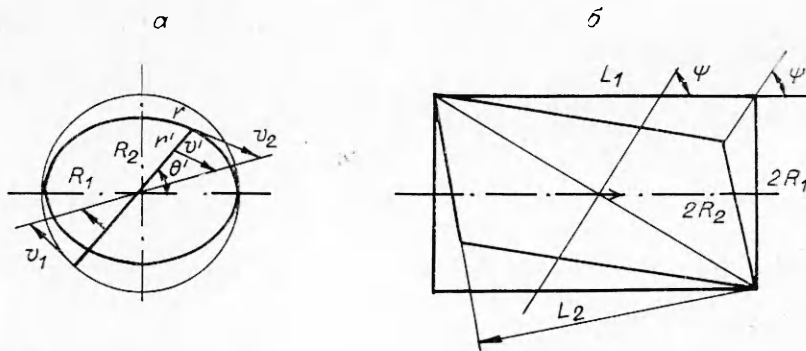


Рис. 1. Деформация вихря при обжати плоской волной, движущейся под углом  $\psi$  к его оси.

хания турбулентности. В дальнейшем полагаем  $n = 1,35$ . Дифференцируя (4), получим

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{n\varepsilon_s}{t_0} \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)^{-n-1} = -\frac{n\varepsilon_s}{t_0} \left(\frac{c}{\varepsilon_s}\right)^{\frac{n+1}{n}}. \quad (5)$$

В начальный момент времени характерное число Рейнольдса  $Re \approx 10^5$  (относительно размера ячейки), и можно использовать гипотезу Колмогорова<sup>2</sup> о наличии инерционного интервала. Тогда

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \Big|_{t=0} = -\frac{\varepsilon_s^{3/2}}{L_0} \quad (6)$$

( $L_0$  — характерный продольный масштаб турбулентности, связанный с характерным размером множителем  $1/2\pi$ ). С учетом сжатия непосредственно за передним фронтом получим

$$L_0 \approx b/2\pi\sigma_s \approx a/\pi\sigma_s, \quad (7)$$

$a$  и  $b$  — поперечный и продольный размеры ячейки;  $\sigma_s = D/u_s$  — степень сжатия в УВ.

Сравнивая (5) и (6) при учете (7), находим

$$t_0 = na/\pi\sigma_s \sqrt[n]{\varepsilon_s},$$

причем (5) примет вид

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{\pi\sigma_s \varepsilon_s^{3/2}}{a} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_s}\right)^{\frac{n+1}{n}}. \quad (8)$$

Для определения значения частной производной  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$  в отсутствие диссипации энергии турбулентности выделим вдоль оси некоторого вихря цилиндр с радиусом  $R_1$  и длиной  $L = L_1$  (рис. 1). Подвергнем его слабому обжатию плоской волной, движущейся под углом  $\psi$  к его оси. Выберем  $L_1 = 2R_1 \operatorname{tg} \psi$ , чтобы вершины параллелограмма (рис. 1, б), через которые проходит диагональ, параллельная плоскости падения волны, не сдвигались (из соображения симметрии). При обжати слабой плоской волной цилиндр сплющивается и перекашивается. Приближенно его поперечное сечение плоскостью, параллельной торцу, можно описать уравнением эллипса с полуосями  $R_1$  и  $R_2$ . Полагаем, что все расположенные на одном луче с угловой координатой  $\theta'$  элементы вихря вращаются с одинаковой угловой скоростью. Тогда скорость элемента вихря

$$v' = v_2 r' / r,$$

где  $v_2(\theta')$  — скорость на границе вихря;  $r'$ ,  $r$  — расстояния от осп до

<sup>2</sup> Цитируется по [8].

данного элемента и до границы сечения. Здесь и далее индексы 1 и 2 обозначают параметры вихря до и после деформации.

Из закона сохранения массы находим  $\pi R_1 R_2 L_2 \rho_2 = \pi \tilde{R}_1^2 L_1 \rho_1$  или после сокращения

$$R_2 L_2 \rho_2 = R_1 L_1 \rho_1. \quad (9)$$

Из условия непротекания через боковую поверхность цилиндра следует

$$\frac{d}{d\theta} \int_0^r v_2' dr' = 0 \quad \text{или} \quad v_2 r / 2 = c_1 = \text{const.}$$

Рассчитаем интенсивность турбулентности после обжатия

$$\varepsilon_2 = \overline{(v')^2} = \frac{1}{\pi R_1 R_2} \int_0^{2\pi} \int_0^r v'^2 r' dr' d\theta' = \frac{2c_1^2}{R_1 R_2}.$$

Из закона сохранения момента количества движения можно получить  $\pi c_1 \rho_2 L_2 R_1 R_2 = \pi \rho_1 L_1 R_1^3 v_1 / 2$  и с учетом (9)  $c_1 = v_1 R_1 / 2$ . Тогда

$$\varepsilon_2 = \frac{v_1^2 R_1}{2R_2} = \varepsilon_1 \frac{R_1}{R_2}. \quad (10)$$

Рассматривая плоские волны бесконечно малой интенсивности, из выражений (9) и (10) можно найти

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} - \frac{d\varepsilon_2}{d\rho_2} = \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{1}{1 + \frac{R_1}{L_1} \frac{dL_2}{dR_2}}.$$

Учитывая  $L_1 = 2R_1 \operatorname{tg} \psi$  и получив на основе анализа геометрической задачи (см. рис. 1, б)  $dL_2/dR_2 = 2 \operatorname{ctg} \psi$ , будем иметь

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} = \frac{\varepsilon}{\rho} \sin^2 \psi.$$

Это выражение для  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}$  соответствует приведенному в [9] без вывода.

Полагаем, что турбулентность изотропна, т. е. ориентировка вихрей относительно плоской волны разрежения хаотична, после усреднения по углу  $\psi$  запишем

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} = \frac{\varepsilon}{2\rho}. \quad (11)$$

Для полной производной (3) с учетом (8) и (11) при переходе от  $t$  к  $x$  имеем

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{1}{u} \frac{d\varepsilon}{dt} = - \frac{\pi \omega_s \varepsilon_s^{3/2}}{au} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} \right)^{\frac{n+1}{n}} + \frac{\varepsilon}{2\rho} \frac{d\rho}{dx}. \quad (12)$$

В расчетах для смеси  $2\text{H}_2 + \text{O}_2$  при нормальных начальных условиях используем  $a = 2$  мм.

Будем считать газ идеальным:

$$p/\rho = RT/\mu, \quad (13)$$

а внутреннюю энергию определим по модели [10]:

$$U = \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{\mu}{\mu_a} + 1 \right) + \frac{3}{2} \left( \frac{\mu}{\mu_a} - 1 \right) \frac{\Theta/T}{e^{\Theta/T} - 1} \right] \frac{RT}{\mu} + E \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu'} \right), \quad (14)$$

где  $\mu_a$  — молекулярная масса в атомном состоянии;  $\mu'$  — константа, определяющая начало отсчета химической части энергии;  $\Theta$  — эффективная температура возбуждения колебательных степеней свободы.

Для описания кинетики химических реакций без периода индукции применим модельное уравнение [10]

$$\frac{d\mu}{dx} = \frac{1}{u} \left[ 4K_+ \frac{\rho^2}{\mu} \left( 1 - \frac{\mu}{\mu_{\max}} \right)^2 - AT^{3/4} \left( 1 - e^{-\frac{\Theta}{T}} \right)^{3/2} \rho \left( \frac{\mu}{\mu_{\min}} - 1 \right) e^{-\frac{E}{RT}} \right], \quad (15)$$

в котором  $\mu_{\min}$ ,  $\mu_{\max}$  — молекулярные массы в предельно диссоциированном и предельно рекомбинированном состояниях;  $K_+$  — обобщенная скорость рекомбинации;  $E$  — энергия диссоциации;  $A$  — постоянная для данного состава горючее — окислитель, определяемая из условия равновесия.

При учете периода индукции  $\tau_{ii}$  для водородокислородной смеси используем выражение [11]

$$\tau_{ii} = 4,17 \cdot 10^{-11} [\text{O}_2]^{-1/2} [\text{H}_2]^{-1/2} \exp(9100/T) \cdot \frac{\text{кмоль} \cdot \text{с}}{\text{м}^3},$$

где  $[\text{O}_2]$  и  $[\text{H}_2]$  — объемные концентрации кислорода и водорода, или в наших переменных

$$\tau_{ii} = 4,17 \cdot 10^{-11} \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\mu_{\text{O}_2} - \mu_{\text{H}_2}}{\sqrt{(\mu_{\text{O}_2} - \mu_0)(\mu_0 - \mu_{\text{H}_2})}} e^{\frac{9100}{T}} [c]$$

( $\mu_{\text{O}_2}$ ,  $\mu_{\text{H}_2}$  — молекулярные массы кислорода и водорода). Расстояние  $z$  от переднего фронта, на котором истекает период индукции, определяется условием

$$\int_0^z \frac{dx}{u\tau_{ii}} = 1.$$

В работе проведены расчеты с учетом и без учета периода индукции. Реальность из-за наличия «горячих» точек находится между крайними случаями. Расчеты показали, что потери оказывают незначительное влияние на параметры детонации, поэтому для их описания можно использовать простейшие выражения [12]

$$\tau = \lambda \rho (D - u)^2 / 8, \quad (16)$$

$$q = \lambda \rho (D - u) [I(T, \mu) - I(T_0, \mu)] / 8, \quad (17)$$

( $\lambda$  — коэффициент сопротивления). Использовались также закон сохранения массы

$$\rho u = \rho_0 D \quad (18)$$

и получаемое из рассмотрения характеристик осредненных уравнений газодинамики [9] выражение для скорости распространения слабого разрыва, т. е. выражение для «замороженной» скорости звука с учетом турбулентности

$$c_T^2 = \gamma \frac{\bar{RT}}{\bar{\mu}} + \frac{\bar{\gamma} + 5}{4} \varepsilon, \quad (19)$$

$$\gamma = \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{3}{4} \left( \frac{\mu}{\mu_a} + 1 \right) + \frac{3}{2} \left( \frac{\mu}{\mu_a} - 1 \right) \left( \frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(e^{\Theta/T} - 1)^2} \right]^{-1} \right\}^{-1} \quad (20)$$

— «замороженный» показатель адиабаты. Учитывая

$$I = U + p/\rho \quad (21)$$

и вводя число Маха  $M$

$$M = u/c_T, \quad (22)$$

при выбранном значении скорости детонации  $D$  получим систему уравнений (1), (2), (12) — (22) для неизвестных:  $p$ ,  $\rho$ ,  $u$ ,  $\mu$ ,  $T$ ,  $\varepsilon$ ,  $U$ ,  $I$ ,  $\tau$ ,  $q$ ,  $c_T$ ,  $\gamma$ ,  $M$ . Эту систему в дальнейшем обозначим индексом I.

Состояние Чепмена — Жуге для идеальной детонации без потерь и без турбулентности в рамках построенной модели определяется алгебраическими уравнениями

$$p_* + \rho_* u_*^2 = p_0 + \rho_0 D^2, \quad I_* + u_*^2/2 = I_0 + D^2/2,$$

$$c_{T*}^2 = \gamma_* R T_* / \mu_*, \quad u_* = c_{T*},$$

$$\frac{4K_{\perp} \rho_* (1 - \mu_*/\mu_{\max})^2 e^{E/RT_*}}{\mu_* (\mu_*/\mu_{\min} - 1) T_*^{3/4} (1 - e^{-\Theta/T_*})^{3/2}} = A,$$

которые совместно с (13), (14), (18), (20), (21) образуют замкнутую систему II.

Значения параметров идеальной детонации по построенной приближенной модели (система II) мало отличаются от решений системы, включающей в себя уравнения равновесия для элементарных реакций [13], рассчитываемых аналогично [14]. В частности, для смеси  $2\text{H}_2 + \text{O}_2$  при нормальных начальных условиях отличие от  $D$  составляет 0,3%, а по  $u$ ,  $T$ ,  $p$  и  $\mu$  в состоянии Чепмена — Жуге отклонения не превышают 1%.

Начальными условиями для интегрирования системы уравнений I являются значения параметров на фронте УВ (при  $x = 0$ ):  $u_s$ ,  $T_s$ ,  $\mu_s$  и  $\epsilon_s$ . Будем считать, что химической реакции в УВ нет:  $\mu_s = \mu_0$ . При выборе  $\epsilon_s$  положим  $\epsilon_s = \alpha u_s^2$ , где  $\alpha$  — коэффициент, определяющий начальную интенсивность турбулентности. Значения  $u_s$  и  $T_s$  находятся из уравнений

$$p_s + \rho_s u_s^2 (1 + \alpha) = p_0 + \rho_0 D^2,$$

$$I(T_s, \mu_0) + u_s^2 (1 + 5\alpha)/2 = I(T_0, \mu_0) + D^2/2,$$

которые совместно с (13), (14), (18), (21) при заданном  $D$  образуют замкнутую систему III.

Для фиксированного варианта расчета (значений  $\alpha$ ,  $d$ ,  $T_0$ ,  $p_0$ ,  $\mu_0$ ) при выбранном  $D$  из системы III определяются  $u_s$ ,  $T_s$ ,  $\epsilon_s$  и затем интегрируется система уравнений I. Результат можно представить в виде интегральной кривой в плоскости ( $x$ ,  $M$ ). Варьируя величину  $D$ , получаем набор интегральных кривых (рис. 2).

Обозначим через  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  правые части уравнений (1), (2) и (15) соответственно, а  $f_4 = \frac{\pi \sigma_s \epsilon_s^{3/2}}{a u} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_s}\right)^{\frac{n+1}{n}}$  (см. (12)). Разрешив систему I относительно производной  $\frac{du}{dx}$ , получим

$$(c_T^2 - u^2) \frac{du}{dx} = -\delta_1 f_1 + \delta_2 f_2 + \delta_3 f_3 - \delta_4 f_4, \quad (23)$$

где  $\delta_i(u, T, \mu, \epsilon, D)$  — положительно определенные известные функции. Точка  $u = c_T$  особая, и для существования непрерывного решения необходимо, чтобы правая часть (23) в

точке Чепмена — Жуге равнялась нулю, что составляет правило отбора для скорости детонации. Анализ системы I показывает, что по крайней мере при  $d \geq a$  особая точка  $M = 1$  является седлом и существует единственная интегральная кривая (сепаратриса), проходящая через особую точку при условии  $\frac{dM}{dx} > 0$ . Эта сепаратриса есть

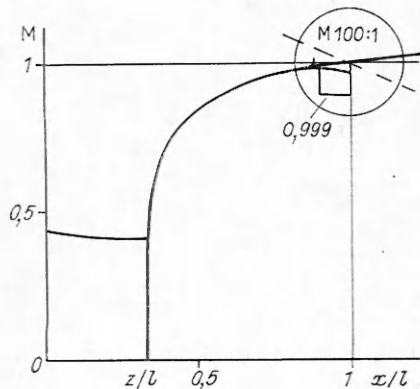


Рис. 2. Характерные профили интегральных кривых и сепаратрис.

искомое решение, соответствующее скорости детонации Чепмена — Жуге  $D_*$ . Если интегрирование проводить при  $\bar{D} > \bar{D}_*$ , то соответствующая интегральная кривая имеет точку максимума при  $M < 1$ . При  $D < D_*$  отсутствует стационарный режим, что соответствует наличию точки перегиба при  $M < 1$  и бесконечному значению производных по  $x$  при  $M = 1$  (см. рис. 2).

Анализ уравнения (23) без потерь и без турбулентности ( $f_1 = f_2 = f_4 = 0$ ) показывает, что ЗП ( $D = D_*$ ,  $M = 1$ ) лежит на бесконечном расстоянии от переднего фронта. Ситуация качественно не изменяется и при учете турбулентности без ее пространственного затухания, т. е. по-прежнему соответствующая  $f_4 = 0$ . Таким образом, именно пространственное затухание турбулентности может обеспечить конечное значение расстояния  $l$  до поверхности Чепмена — Жуге при отсутствии потерь.

Очевидно, что при численном интегрировании невозможно перейти через точку Чепмена — Жуге по сепаратрисе. Поэтому величины параметров ЗП должны определяться по их значениям на интегральных кривых, близких к искомой сепаратрисе около особой точки. Выражение (23) можно свести к уравнению

$$\frac{dy}{dx} = \varphi(y, T, \mu, \varepsilon)/y,$$

где  $y = M - 1$  и  $y, T, \mu, \varepsilon$  — функции  $x$  и  $D$ , т. е. значения параметров на интегральной кривой определяются переменной  $x$  и выбором самой интегральной кривой — выбором  $D$ . Обратив уравнение  $y = y(x, D)$ , что можно сделать ввиду взаимнооднозначной зависимости между  $y$  и  $D$  при фиксированном  $x$ , получаем зависимость  $D = D(x, y)$  для точек, не лежащих на фиксированной интегральной кривой, и рассматриваем в качестве независимых переменных  $x$  и  $y$ . После разложения функции  $\varphi$  в окрестности точки  $x = l, y = 0$  с точностью до членов второго порядка малости находим

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\lambda_1(x-l) + \lambda_2 y}{y} \quad (24)$$

( $\lambda_1, \lambda_2$  — некоторые константы). Отметим, что  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  равны произведению и сумме тангенсов углов наклона сепаратрис. Определив (путем численного интегрирования системы I) значения  $\frac{dy}{dx}$  в трех, не обязательно лежащих на одной интегральной кривой, несовпадающих произвольных точках  $x_i, y_i$ , найдем из (24) неизвестные  $l, \lambda_1, \lambda_2$ . Аналогично, рассматривая в качестве независимых параметров разложения  $\varphi$   $u, y$  или  $T, y$  и т. д., определяем значения  $u_*, T_*, \mu_*, \varepsilon_*$ . Чтобы найти эти параметры с высокой точностью, нужно выбрать 3 точки, достаточно близкие к особой. Гарантия точности значений параметров — в их независимости от выбора указанных трех точек.

Интегрирование системы I по зоне реакции для заданного  $D$ , а следовательно, для известных из системы III начальных значений проводилось методом Рунге — Кутты 4-го порядка. Шаг интегрирования подбирался по скорости изменения  $M$ . Подбор скорости детонации производился методом пристрелки. Для оценки величины  $\alpha$  считаем, что пульсации массовой скорости непосредственно на фронте УВ вызваны кривизной фронта и пульсациями скорости детонации. Искривленный фронт УВ, вызывающий поперечные пульсации массовой скорости, представим в виде дуг окружностей с радиусом  $r$  сферических волн, расходящихся со скоростью  $D$ . Центры окружностей расположены на расстоянии  $a$  друг от друга (рис. 3, а). В системе, связанной с передними точками дуг, газ сжимается в УВ в  $\sigma_s$  раз и имеет продольную

$$u = [1 - (1 - 1/\sigma_s) \cos \beta] D$$

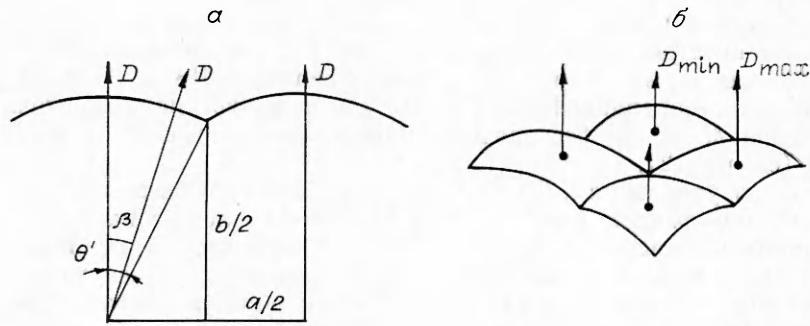


Рис. 3. Модельные представления фронта детонации для оценки начальной интенсивности турбулентности.

и поперечную  $v = (1 - 1/\sigma_s) \sin \beta (D)$  составляющие скорости. Усредняя  $u$  и  $v^2$  по углу  $\beta$ , получим

$$\bar{u} = \left[ 1 - (1 - 1/\sigma_s) \frac{\sin \theta'}{\theta'} \right] D, \quad \bar{v} = 0,$$

$$\bar{v}^2 = (1 - 1/\sigma_s)^2 \frac{D^2}{2} \left( 1 - \frac{\sin 2\theta'}{2\theta'} \right),$$

$$\theta' = \arctg(a/r).$$

Тогда

$$\alpha_1 = \frac{\bar{v}^2}{\bar{u}^2} = \frac{\left( 1 - \frac{1}{\sigma_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{\sin 2\theta'}{2\theta'} \right)}{2 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\sigma_s} \right) \frac{\sin \theta'}{\theta'} \right]^2},$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент интенсивности поперечных пульсаций. Согласно [15],  $r = 1,3b$ . Для смеси  $2\text{H}_2 + \text{O}_2$   $a = 0,67b$  [16]. При  $\theta' \approx 27^\circ$  и  $\sigma_s = 5,5$   $\alpha_1 \approx 1$ .

При оценке коэффициента интенсивности продольных пульсаций  $\alpha_2$  полагаем, что в некоторый момент времени часть (по площади) переднего фронта  $\kappa$  движется со скоростью  $D_{\min} < D$ , а остальная часть со скоростью  $D_{\max} > D$  (рис. 3, б). При этом  $\bar{D} = \kappa D_{\min} + (1 - \kappa) D_{\max}$ ;  $\kappa = (D_{\max} - D) / (D_{\max} - D_{\min})$ . Для массовой скорости, учитывая коэффициент сжатия  $\sigma_s$ , получим

$$\bar{u} = \kappa u_{\min} + (1 - \kappa) u_{\max} = D/\sigma_s,$$

$$\bar{u}^2 = \kappa u_{\min}^2 + (1 - \kappa) u_{\max}^2 = [\kappa D_{\min}^2 + (1 - \kappa) D_{\max}^2] / \sigma_s^2.$$

Окончательно имеем

$$\alpha_2 \frac{(\bar{u} - \bar{u})^2}{\bar{u}^2} = (D_{\max}/\bar{D} - 1) (1 - D_{\min}/\bar{D}).$$

По построенной в [17, 18] модели и приведенным там же экспериментальным данным ( $D_{\max} \approx 1,7\bar{D}$ ,  $D_{\min} \approx 0,7\bar{D}$ ) найдем  $\alpha_2 \approx 1/5$ . Учитывая две поперечные и одну продольную составляющую скорости, получим оценку

$$\alpha = (2\alpha_1 + \alpha_2)/3 \approx 3/4.$$

**Результаты расчетов.** Проведена серия расчетов для смеси  $2\text{H}_2 + \text{O}_2$  при различных значениях диаметров трубы  $d$  и  $\alpha = 0,5$  и  $1$  (охватывающих оценочную величину) с учетом и без учета периода индукции. При этих значениях  $\alpha$  искомая сепаратриса достаточно крутая и трудностей, связанных с ограниченной точностью ЭВМ, не возникает (необходимое число «точных» десятичных знаков можно оценить как  $2-3$  модуля отношения тангенсов углов наклона сепаратрис с  $\frac{dM}{dx} < 0$  и  $\frac{dM}{x} > 0$ ).



Параметр	Единица измерения	Идеальная детонация	Без периода индукции		С периодом индукции	
			$\alpha=1$	$\alpha=0,5$	$\alpha=1$	$\alpha=0,5$
$D$	м/с	2847	2911	2875	2867	2859
$u_s$	м/с	523	603	557	599	556
$\sqrt{\varepsilon_s}$	м/с	—	603	394	599	393
$T_s$	К	1811	1546	1700	1507	1684
$P_s$	атм	33,06	25,05	29,40	24,18	29,04
$u_*$	м/с	1606	1650	1626	1621	1615
$\sqrt{\varepsilon_*}$	м/с	—	329	215	184	140
$T_*$	К	3677	3649	3668	3672	3675
$P_*$	атм	18,12	17,85	18,01	18,04	18,07
$\mu_*$	г/моль	14,49	14,52	14,51	14,50	14,50
$z$	мм	—	—	—	0,283	0,223
$l$	мм	—	0,383	0,552	1,050	1,224
$l/a$	—	—	0,191	0,276	0,525	0,622

Расчеты показали, что в относительно широких трубах параметры детонации в основном определяются интенсивностью турбулентности и слабо зависят от уровня потерь. При  $d > 10a$  отличие параметров, рассчитанных с учетом потерь и без них, не превышает 0,1%. В таблице представлены данные расчетов параметров на переднем фронте и в состоянии Чепмена — Жуге для идеальной детонации по системе П и по два варианта с различными  $\alpha$  без учета и с учетом периода индукции при  $d = 20$  мм. В последнем случае турбулентность оказывает меньшее влияние на параметры детонации.

Анализ рис. 4, 5 говорит о существовании в модели пределов детонации, однако определенные выводы можно сделать только после аналитического исследования типа особой точки при малых диаметрах трубы. Наличие турбулентности с интенсивностью, порядка полученной из оценки, позволяет осуществить переход через ЗП на конечном расстоянии порядка размера ячейки ДВ от переднего фронта. При этом определяющее значение имеет пространственное затухание турбулентности.

Исследование численного решения за поверхностью Чепмена — Жуге не обнаружило образований типа УВ, имеющих возможность проникнуть к переднему фронту. Близость ЗП к фронту УВ ставит под сомнение применимость модели локально изотропной турбулентности для

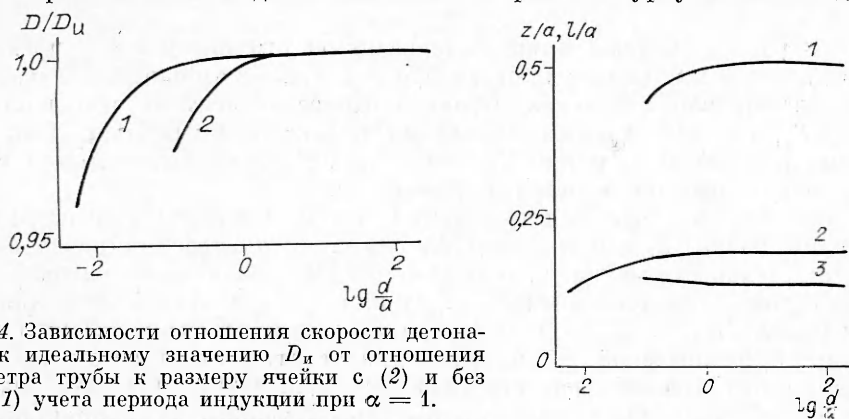


Рис. 4. Зависимости отношения скорости детонации к идеальному значению  $D_u$  от отношения диаметра трубы к размеру ячейки с (2) и без (1) учета периода индукции при  $\alpha = 1$ .

Рис. 5. Зависимости протяженности зоны индукции (3) и расстояния до поверхности Чепмена — Жуге с (1) и без (2) учета периода индукции от диаметра трубы при  $\alpha = 1$ .

описания пульсирующего потока за многофронтной ДВ. Однако если бы расстояние до ЗП было существенно большим, то модель была бы применима и дала бы соответствующий результат. Следовательно, по порядку величины данная модель правильно определяет расстояние до ЗП. Остальные результаты следует рассматривать как качественные.

Таким образом, показано, что затухание турбулентных пульсаций, вызванных многофронтной структурой детонационной волны, приводит к тому, что поверхность Чепмена — Жуге располагается на расстоянии порядка размера ячейки от переднего фронта и при диаметрах трубы, превышающих несколько размеров ячейки, это расстояние практически не зависит от диаметра трубы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев А. А., Гавриленко Т. П., Топчян М. Е. // Третий Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— Черногоровка, 1971.
2. Vasiliev A. A., Gavrilenko T. P., Topchian M. E. *Astron. Acta*, 1972, 17, 4, 5.
3. Васильев А. А., Гавриленко Т. П., Митрофанов В. В. и др. ФГВ, 1972, 8, 1.
4. Васильев А. А. ФГВ, 1975, 11, 3.
5. Зельдович Я. Б., Коминанеи А. С. Теория детонации.— М.: Гостехиздат, 1955.
6. Николаев Ю. А. ФГВ, 1979, 15, 3.
7. Рыбанин С. С. ФГВ, 1966, 2, 3.
8. Монин А. С., Яглом Д. М. Статистическая гидромеханика.— М.: Наука, 1967.— Т. 2.
9. Николаев Ю. А., Топчян М. Е. // Горение и взрыв. Материалы IV Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— М.: Наука, 1975.
10. Николаев Ю. А., Заг Д. В. ФГВ, 1988, 24, 4.
11. White D. R. // XI Symp. (Intern.) on Combustion.— Berkley, 1966.
12. Гинзбург И. П. Прикладная гидрогазодинамика.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1958.
13. Термодинамические свойства индивидуальных веществ/Под ред. В. П. Глушко.— М.: Изд-во АН СССР, 1967.— Т. 2.
14. Николаев Ю. А., Топчян М. Е. ФГВ, 1977, 13, 3.
15. Субботин В. А. ФГВ, 1976, 12, 3.
16. Манжалеи В. И., Митрофанов В. В., Субботин В. А. ФГВ, 1974, 10, 1.
17. Васильев А. А., Николаев Ю. А. ФГВ, 1976, 12, 5.
18. Васильев А. А., Николаев Ю. А., Ульяницкий В. Ю. ФГВ, 1977, 13, 3.

Поступила в редакцию 6/IV 1988

УДК 534.222.2

### ДЕТОНАЦИЯ В РЕЛАКСИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

А. П. Ершов

(Новосибирск)

В работе [1] (см. также цитированную там литературу) предложен новый подход к отбору стационарного режима детонации для систем с дисперсией скорости звука. Правила отбора зависят от отношения  $\alpha = -T_v/T_q$ , где  $T_v$  — характерное время релаксационных процессов;  $T_q$  — время необратимого тепловыделения. Существуют верхнее  $\alpha_*$  и нижнее  $\alpha_{**}$  — критические значения параметра  $\alpha$ .

При  $\alpha > \alpha_*$  фазовая траектория на плоскости  $p - v$ , совпадающая с линией Рэлея, проходит точку  $J_f$ , где скорость течения равна замороженной скорости звука  $c_f$ , и опускается до равновесной адиабаты. Звуковая точка при конечных  $\alpha$  всегда ниже замороженной детонационной адиабаты. При  $\alpha < \alpha_{**}$  стационарный режим отвечает касанию линии Рэлея и равновесной детонационной адиабаты; точка касания — звуковая по равновесной скорости звука  $c_e$ . Для промежуточных значений  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$  осуществляется межзвуковой режим. Граница стационарной области лежит в точке нижнего пересечения линии Рэлея и равновесной адиабаты, причем в этой точке скорость течения меньше  $c_f$ , но больше  $c_e$ .