

4. Галахов М. А., Запфаров К. И. Распределение давления в упругогидродинамическом контакте цилиндров.— «Докл. АН СССР», 1977, т. 232, № 1, с. 54—57.
5. Галахов М. А., Голубкин В. Н., Ширококов В. В. Реологические модели жидкости в экстремальных условиях и упругогидродинамика.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 7. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1976, № 3.
6. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. М., «Машиностроение», 1976.
7. Harris T. A. An analytical method to predict skidding in high speed roller bearings.— «Trans. ASLE», 1966, vol. 9, N 3, p. 229—241.
8. Пинегин С. В. Трение качения в машинах и приборах. М., «Машиностроение», 1976.
9. Wolveridge P. E., Baglin K. P., Archard J. F. The starved lubrication of cylinders in line contact.— «Proc. Instn. Mech. Engrs», 1970—1971, vol. 185, p. 1159—1169.

УДК 532.526

## НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ТЕЛ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ

А. С. Васильев

(Могилев)

С прикладной точки зрения большой интерес представляют течения, когда в пограничном слое присутствует переменная вязкость. По мнению ряда авторов, аналогами таких движений могут также служить движения морских животных [1, 2], у которых в качестве вещества, уменьшающего вязкость растворов воды, выступает слизь. Некоторые исследования, посвященные этим вопросам, опубликованы в работе [3].

В данной работе излагаются результаты теоретического исследования возможного уменьшения сопротивления трения при течении типа Куэтта, при стационарном и нестационарном обтекании плоской пластины, когда на ее поверхности задана концентрация некоторого вещества, способного уменьшать вязкость образующегося раствора.

1. Пусть вязкость изменяется по закону (фиг. 1)

$$v/v_0 = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq |y| \leq 1 - \alpha, \\ \text{ch}^{-1} \frac{k}{\alpha} (y - 1 + \alpha) & \text{при } 1 - \alpha \leq |y| \leq 1, \end{cases}$$

где  $\alpha$  — толщина диффузионного пограничного слоя;  $k$  — некоторое число, при котором относительная вязкость вблизи поверхности минимальна и равна  $v/v_0|_{y=1} = 1/\text{ch } k$ .

Рассмотрим прежде всего течение типа Куэтта. В этом случае

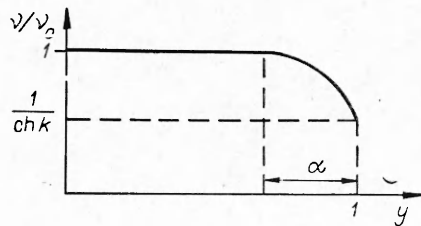
$$\frac{d}{du} \left( v \frac{du}{dy} \right) = 0, \quad u(1) = 1, \quad \frac{du(0)}{dy} = 0.$$

Решение имеет вид

$$u = \frac{1 - \alpha + \frac{\alpha}{k} \text{sh} \frac{k}{\alpha} (y - 1 + \alpha)}{1 - \alpha + \frac{\alpha}{k} \text{sh } k}.$$

Отсюда

$$\tau/\tau_0 = \left( 1 - \alpha + \frac{\alpha}{k} \text{sh } k \right)^{-1},$$



Ф и г. 1

где  $\tau_0$  — напряжение трения при  $v = v_0$ . Можно убедиться, что при  $\alpha, k > 0$   $\tau/\tau_0 < 1$ . Однако при  $\alpha = 0,1$  и  $k = 1,7$ , что соответствует  $v/v_0|_{y=1} = 0,35$ , относительное трение  $\tau/\tau_0 = 0,95$ . При  $\alpha = 0,1$  и  $k = 3$  ( $v/v_0|_{y=1} = 0,1$ )  $\tau/\tau_0 = 0,83$ ; при  $\alpha = 0,1$  и  $k = 3,7$  ( $v/v_0|_{y=1} = 0,05$ )  $\tau/\tau_0 = 0,69$ .

Таким образом, для существенно-го снижения сопротивления, которое

можно было бы заметить экспериментально (на 5%), необходимо уменьшение вязкости вблизи поверхности приблизительно в три раза.

Аналогичный результат получается при рассмотрении течения Пуазейля.

2. Рассмотрим случай нестационарного движения. Представим себе бесконечную пластину, внезапно приводимую в движение.

Уравнение движения и уравнение диффузии в пограничном слое имеют вид.

$$(2.1) \quad \frac{d}{dy} \left[ \nu(c) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad \chi \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = \frac{\partial c}{\partial t},$$

где  $\chi$  — коэффициент диффузии;  $c$  — концентрация вещества в пограничном слое. Вид зависимости вязкости от концентрации  $\nu(c)$  в выражении (2.1) полагаем заданным.

Граничные условия следующие:

$$\begin{aligned} u = c = 0 & \text{ при } t < 0, 0 < y \leq \infty, \\ u = 0, c = c_0 & \text{ при } t = 0, y = 0, \\ u = U_0, c = c_0 & \text{ при } y = 0, 0 < t \leq \infty. \end{aligned}$$

Решение ищем в виде

$$u = U_0 u(\eta), \quad c = c_0 c(\eta), \quad \eta = y/2\sqrt{\nu_0 t}.$$

Получаем систему уравнений

$$[\nu(c)u']' + 2\eta u' = 0, \quad c'' + 2\text{Pr}_d \eta c' = 0,$$

где  $\nu(c)$  — вязкость, отнесенная к  $\nu_0$ ;  $\text{Pr}_d = \nu_0/\chi$  — диффузионное число Прандтля.

Решение имеет вид

$$(2.2) \quad u = 1 - \int_0^{\eta} \nu(c) \exp \left[ -2 \int_0^{\xi} \nu^{-1}(c) \beta d\beta \right] dt \times \\ \times \left\{ \int_0^{\infty} \nu^{-1}(c) \exp \left[ -2 \int_0^t \nu^{-1}(c) \beta d\beta \right] dt \right\}^{-1}, \\ c = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi \text{Pr}_d}} \int_0^{\eta} \exp(-t^2) dt,$$

откуда отношение касательных напряжений выражается в виде

$$(2.3) \quad \tau/\tau_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left\{ \int_0^{\infty} v^{-1}(c) \exp \left[ -2 \int_0^t v^{-1}(c) \beta d\beta \right] dt \right\}^{-1}.$$

Если задать  $v(c)$  в виде

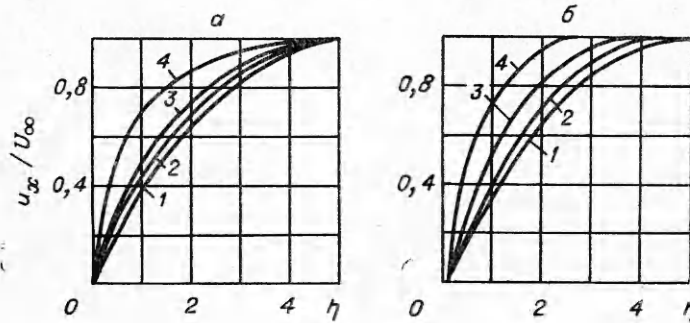
$$v(c) = 1 - 2\epsilon c + \epsilon c^2*$$

(при этом минимальная вязкость получается при  $c = 1$ , т. е. на границе, и равна  $(1 - \epsilon)$ ), то расчет приводит к значениям  $\tau/\tau_0$ , указанным в таблице. При расчете пользовались не выражением (2.3), а численно интегрировали (2.2) и находили величину  $v\partial u/\partial y|_{y=0}$ .

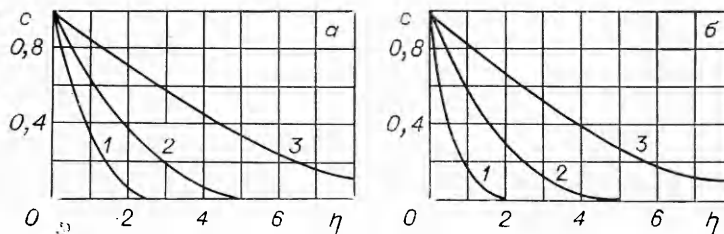
Таким образом, и в этом случае для уменьшения трения на величину 10 — 15% необходимо уменьшение вязкости по меньшей мере на 30%.

3. Рассмотрим аналог задачи Блазиуса об обтекании полубесконечной пластины для случая, когда на поверхности пластины задана концентрация некоторого вещества, способного уменьшать вязкость образующегося раствора.

| $\epsilon$ | $Pr_d$ |      |
|------------|--------|------|
|            | 0,1    | 1,0  |
| 0,3        | 0,85   | 0,88 |
| 0,9        | 0,325  | 0,36 |



Ф и г. 2



Ф и г. 3

\* Заметим, что обычно добавки увеличивают вязкость растворов. Однако существуют вещества, водные растворы которых имеют меньшую вязкость по сравнению с вязкостью воды. Примером таких веществ является слизь на поверхности рыб [3,4]. Среди существующих гипотез о механизме возможного уменьшения сопротивления движению водных животных значительное место принадлежит влиянию слизи.

Предполагая, что уменьшение вязкости пропорционально изменению концентрации и величине скорости, получим, что вязкость изменяется по экспоненциальному закону

$$(3.1) \quad \nu = \nu_0 e^{-\varepsilon c},$$

где  $c$  — концентрация вещества;  $\nu_0$  — вязкость невозмущенного потока.

Вводя переменную Блазиуса  $\eta = y\sqrt{U_\infty/\nu_0 x}$  и безразмерные компоненты скорости

$$u = \frac{u_x}{U_\infty} = f'(\eta), \quad v = \frac{u_y}{U_\infty} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu_0 U_\infty}{x}} (\eta f' - f),$$

приведем уравнения движения и диффузии к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

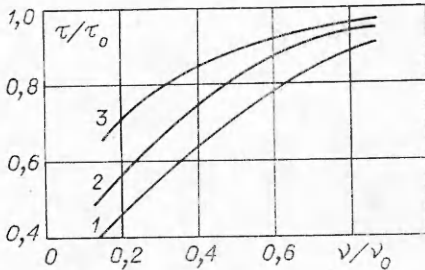
$$(3.2) \quad \{v(c)f'\}' + \frac{1}{2}ff'' = 0, \quad c'' + \frac{1}{2}Pr_d f c' = 0$$

с краевыми условиями

$$(3.3) \quad \begin{aligned} f = f' = 0, \quad c = 1 \quad \text{при} \quad \eta = 0; \\ f' = 1, \quad c = 0 \quad \text{при} \quad \eta = \infty. \end{aligned}$$

Система уравнений (3.2) с краевыми условиями (3.3) и соотношением 3.1 интегрировалась численно на ЭЦВМ для различных значений числа  $Pr_d$  и константы  $\varepsilon$ .

На фиг. 2 показаны некоторые характерные профили скорости:  $a - Pr_d = 10 (1 - \alpha = 0,327, \varepsilon = 0,1; 2 - \alpha = 0,307, \varepsilon = 0,5; 3 - \alpha = 0,277, \varepsilon = 1,0; 4 - \alpha = 0,206, \varepsilon = 2,0); b - Pr_d = 0,1 (1 - \alpha = 0,31, \varepsilon = 0,1; 2 - \alpha = 0,262, \varepsilon = 0,5; 3 - \alpha = 0,21, \varepsilon = 1,0; 4 - \alpha = 0,13, \varepsilon = 2,0).$



Ф и г. 4

На фиг. 3 показано изменение концентрации:  $a - \varepsilon = 0,1 (1 - Pr_d = 10, \alpha = 0,327; 2 - Pr_d = 1,0, \alpha = 0,323; 3 - Pr_d = 0,1, \alpha = 0,31); b - \varepsilon = 2,0 (1 - Pr_d = 10, \alpha = 0,206; 2 - Pr_d = 1,0, \alpha = 0,157; 3 - Pr_d = 0,1, \alpha = 0,126).$

Заметим, что при  $\varepsilon = 0,1$  и соответственно  $Pr_d = 10$  и  $0,1$  профили скорости отличаются от профиля Блазиуса не более чем на 2%. Наибольший интерес представляет величина относительного трения на поверхности пластины  $\tau/\tau_0$ , где  $\tau_0$  — трение при обычном течении Блазиуса. Величина  $\tau/\tau_0$  показана на фиг. 4 (кривые 1—3 соответствуют  $Pr_d = 0,1; 1, 0; 10$ ), откуда видно, что для заметного снижения сопротивления, например на 50%, необходимо уменьшение вязкости на порядок.

Поступила 8 VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калугин В. Н., Меркулов В. И. Возможный механизм уменьшения сопротивления у рыб. — В кн.: Механизмы передвижения и ориентации животных. Киев, «Наукова думка», 1968.
2. Лайтхилл М. Дж. Гидромеханика движения водных животных. — Сб. пер. Механика. М., «Мир», 1973, № 3.

3. Васильев А. С., Ильичев А. Ф., Казберук Е. Д., Цинобер А. Б. О возможности влияния слизи на гидродинамическое сопротивление рыб.— «Изв. АН СССР. МЖТ», 1975, № 1.
4. Меркулов В. И., Хотинская В. Д. Механизмы уменьшения гидродинамического сопротивления у некоторых видов рыб.— В кн.: Бионика, 1969.

УДК 532.529.5 : 532.574.8

### ДИАГНОСТИКА ОСНОВНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

А. П. Бурдуков, О. Н. Кашинский, В. А. Малков, В. П. Однорал  
(Новосибирск)

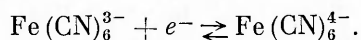
В настоящее время в области экспериментального исследования двухфазных газожидкостных потоков наметился переход от измерения осредненных характеристик (перепад давления, среднее газосодержание и средний коэффициент теплоотдачи) к детальному изучению турбулентной структуры течения. Интерес представляет определение локальных значений газосодержания, скоростей фаз, напряжения трения на стенке, а также пульсационных и спектральных характеристик.

К числу наиболее подробных исследований в этой области следует отнести появившиеся в последние годы работы [1—3], где приведены результаты измерений локального газосодержания и скоростей жидкости и газа, а также интенсивности пульсаций скорости. Основными применяемыми методиками являются термоанемометр, метод электропроводности и частично оптический зонд.

В течение ряда лет в Институте теплофизики СО АН СССР проводятся детальные исследования турбулентных характеристик газожидкостных потоков. В основу применяемых методик положена электрохимическая диагностика, которая дает возможность проводить измерение средних значений и пульсаций касательного напряжения на стенке, а также повысить разрешающую способность при измерении скорости фаз. Это позволяет существенно дополнить информацию, даваемую указанными выше методами, и получить более подробную картину течения.

В данной работе описывается методика определения основных характеристик газожидкостного потока.

**1. Касательное напряжение на стенке.** Электрохимический метод измерения касательного напряжения на стенке [4—6] заключается в следующем. В поток электролита специального состава помещаются два электрода: катод малого размера и анод. Катод служит датчиком касательного напряжения и представляет собой небольшой отрезок платиновой или никелевой проволоочки или пластинки, заделанной заподлицо в стенку канала. При подаче напряжения на электродах начинает протекать быстрая электрохимическая реакция, в результате которой происходит поляризация катода. Для случая наиболее распространенного состава электролита, представляющего раствор  $10^{-3}N - 10^{-2} N$  ферри- и ферроцианида калия и  $0,5-2 N$  едкого натра в дистиллированной воде, реакция имеет вид



В результате реакции концентрация ионов  $\text{Fe}(\text{CN})_6^{3-}$  на катоде становится равной нулю, и за счет разности концентраций между потоком и поверхностью катода возникает процесс диффузии ионов феррицианида к катоду.