ПМТФ, № 4, 1972

УДК 533.601.18

К ВОПРОСУ О ДВИЖЕНИИ ГАЗА ОКОЛО СИЛЬНО НАГРЕТЫХ ТЕЛ

В. Н. Жигулев

(Новосибирск)

Исследованием эффекта теплового скольжения и радиометрического эффекта занимался еще Максвелл. Он, в частности, полагал [1], что тепловые напряжения, возникающие в газе, существенны при анализе радиометрического эффекта.

В последние годы интерес к этим проблемам возрос в связи с задачей медленного движения сильно нагретого тела в газе. Этому вопросу посвящена, например, работа [2]. Однако имеющиеся в этой работе неточности требуют пересмотра вопроса.

В данной заметке [1] приводится классификация и общая характеристика имеющихся случаев движения, дается статистический пример состояния неравномерно нагретого газа.

1. Неравномерно нагретое тело, контактирующее с газом, генерирует макроскопическое движение газа с характерной скоростью u_0 (см., например, [3])

$$u_0 \sim \varepsilon\nu/L \sim \varepsilon c \operatorname{Kn} \tag{1.1}$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости, L — характерный линейный размер, c — скорость звука, $\Delta T/T \sim \varepsilon \leqslant 0$ (1), ΔT — характерная величина изменения температуры; здесь и в дальнейшем рассматриваются случаи, когда число Кнудсена $\operatorname{Kn} \sim l/L \ll 1$, l — длина свободного пробега. Это явление, называемое обычно тепловым скольжением, тесно связано с так называемым радиометрическим эффектом

Если равномерно нагретое тело погружено в газ, имеющий другую температуру, то тепловые барнеттовские напряжения, возникающие в газе, будут, вообще говоря [2], неуравновешены и вызовут макроскопическое движение газа со скоростью u_0', порядок величины которой найдется из приравнивания порядков величин тепловых барнеттовских напряжений. Как это будет видно из дальнейшего, число Рейнольдса этих движений либо порядка единицы, либо мало. Получаем

$$u_0' \sim \varepsilon\nu/L \tag{1.2}$$

что совпадает с оценкой (1.1) для скорости теплового скольжения. Это максимальная оценка, но в принципе u_0' может быть в некоторых частных случаях равно нулю или мало по сравнению с u_0 (см. далее).

2. На основании оценок (1.1) и (1.2) заключаем, что неравномерно нагретому газу в общем случае свойственно возникновение макроскопического движения с характерной скоростью порядка u_0, т. е. величина u_0 является фундаментальной характеристикой состояния газа. Поэтому движение сильно нагретых тел в газе, т. е. когда $\varepsilon \gg M_\infty^2$, следует классифицировать в зависимости от значений параметра w

$$w = u_\infty/u_0 \tag{2.1}$$

[1] Работа доложена 16 марта 1971 года на XIII Сибирском теплофизическом семинаре.

3. Рассмотрим различные случаи, которые могут иметь место.

1. $w \gg 1$; число Рейнольдса

$$Re = u_\infty L/\nu \gg \varepsilon \tag{3.1}$$

В первом приближении по малому параметру w^{-1} в данном случае имеем движение газа в обычной навье-стоксовской постановке, сюда же относится и медленное стоксовское движение. Влияние параметра w^{-1} на движение играет роль малого возмущения, уравнение для которого должно включать тепловые барнеттовские напряжения, так как

$$\frac{\mu^2}{\rho T}\frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \Big/ \mu\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \sim \frac{1}{w} \tag{3.2}$$

(μ — коэффициент вязкости)

2. $w \sim 1$, $w \ll 1$. В этом случае характерной скоростью движения является величина порядка u_0 (1.1); условие $\varepsilon \gg M_\infty^2$ выполняется автоматически.

Оценка для числа Рейнольдса имеет вид

$$\mathrm{Re} = u_0 L/\nu \sim \varepsilon \tag{3.3}$$

Параметр $u_\infty L/\nu$, не имеющий в данном случае отношения к числу Рейнольдса, по условию

$$u_\infty L/\nu \sim \varepsilon, \qquad u_\infty L/\nu \ll \varepsilon \tag{3.4}$$

Относительная оценка для тепловых барнеттовских напряжений, навье-стоксовских напряжений и эйлеровских членов в уравнениях для сохранения импульса имеет вид

$$\frac{\mu^2}{\rho T}\frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \Big/ \mu\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \sim 1 \tag{3.5}$$

$$\rho u_i u_j \Big/ \mu\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \sim \varepsilon \tag{3.6}$$

Оценка отношения эйлеровских и тепловых навье-стоксовских членов в уравнении сохранения энергии будет

$$\rho R T\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \Big/ \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \sim 1 \tag{3.7}$$

$$c_v \rho u\frac{\partial T}{\partial x_i} \Big/ \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \sim \varepsilon \tag{3.8}$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

В рассматриваемом случае следует различать два подслучая.

А. $\varepsilon \sim 1$. Число Рейнольдса течения имеет порядок единицы.

В уравнениях сохранения импульса следует учитывать все эйлеровские, все навье-стоксовские и температурные барнеттовские члены (все эти члены имеют одинаковый порядок величины $L^{-1}\rho c^2$ Kn^2); в уравнении сохранения энергии необходимо удержать эйлеровские и температурные навье-стоксовские члены (их порядок величины равен $L^{-1}\rho c^3$ Kn); все остальные члены этих уравнений, получаемые по методу Чепмена — Энскога, в разбираемом случае роли не играют.

Б. $\varepsilon \ll 1$ (движение медленнее стоксовского). В этом случае

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \sim \frac{\Delta T}{T} \sim \varepsilon, \qquad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} = 0 \tag{3.9}$$

и, следовательно, главная часть имеющих порядок величины ε барнеттовских членов в уравнениях движения сократится. Для определения вектора скорости имеем обычно исследуемую постановку с учетом теплового скольжения для малых чисел Рейнольдса. Если температура обтекаемого тела постоянна, то, вообще говоря

$$u_0' \sim \varepsilon^n \nu / L \qquad (n > 1) \tag{3.10}$$

параметр w следует вычислять на основании оценки (3.10). Тогда в рассматриваемом случае ($w \sim, \ll \varepsilon$)

$$\mathrm{Re} \sim \varepsilon^n, \quad \partial^2 T / \partial x_i^2 = 0, \quad \partial u_i / \partial x_i = 0$$

для определения течения имеем стоксовскую постановку с известной объемной силой (нелинейная часть тепловых напряжений имеет порядок величины ε^n) в правой части уравнений для сохранения импульса.

Такова классификация и общая характеристика движений сильно нагретых тел в газе.

4. На основании характера оценки для u_0 ($u_0 \sim c$ Kn) можно предположить, что при числах Kn ~ 1 явления, подобные рассматриваемым, приобретут определяющее значение. Поэтому их корректное изучение при Kn $\ll 1$ представляется весьма важным.

5. Рассмотрим вопрос о состоянии газа, который находится между двумя параллельными плоскостями, имеющими существенно различные (т. е. $\varepsilon \sim 1$) температуры T_1 и T_2. Уравнения движения газа допускают следующее точное решение.

Газ покоится, температура в нем распределена в соответствии с законом

$$\lambda \frac{dT}{dx} = \mathrm{const}_1 \tag{5.1}$$

Имеет место интеграл уравнений сохранения импульса (см. [1])

$$p + \frac{2\mu^2}{3\rho T}\left[\omega_3 \frac{d^2T}{dx^2} + \omega_5 \frac{1}{T}\left(\frac{dT}{dx}\right)^2\right] = \mathrm{const}_2 \tag{5.2}$$

$$\left(\omega_3 = \alpha, \quad \omega_5 = \alpha \frac{d \ln \mu}{d \ln T} + \beta\right)$$

Интересной особенностью этого решения является факт переменности давления p в неравномерно нагретом газе.

Оценка для полного изменения давления в газе между плоскостями *1* и *2* будет

$$\Delta p \sim \rho c^2 \,\mathrm{Kn}^2 \tag{5.3}$$

т. е. при Kn $\sim 10^{-2}$ относительный эффект составляет величину порядка 10^{-4}.

Возможно, что экспериментальное изучение этого тонкого эффекта позволит анализировать диссипативные коэффициенты λ и μ в статических условиях.

В заключение автор благодарит В. В. Струминского за полезное обсуждение приведенных результатов.

Институт теоретической и прикладной механики СО АН СССР

Поступила 5 IV 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Галкин В. С., Коган М. Н., Фридлендер О. Г. О некоторых кинетических эффектах в течениях сплошной среды. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.— Л., Гостехтеоретиздат, 1944.