

## ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕСЯ ВДУВОМ И ОТСОСОМ ПЛАЗМЫ ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРОДЫ

А. И. Шубин

(Москва)

Рассмотрены стационарные плоские медленно изменяющиеся течения хорошо проводящей невязкой плазмы в канале при наличии поперечного собственного магнитного поля, сопровождающиеся вдувом и отсосом плазмы через сплошные металлические электроды. При рассмотрении учитывается эффект Холла. Показано, что в течениях, сопровождающихся вдувом (отсосом) плазмы, может быть устранен прианодный скачок потенциала, возникающий при осуществлении ускоренного течения плазмы в обычном канале со сплошными электродами. Показано также, что возможны течения, сопровождающиеся возрастанием скорости, плотности и поперечного электрического поля в направлении катода ускорителя.

Из экспериментов с сильноточными<sup>1</sup> стационарными коаксиальными ускорителями плазмы со сплошными электродами [1,2] хорошо известно, что ускорение плазмы сопровождается появлением продольного электрического тока, отжимающего плазму к катоду ускорителя, и возникновением большого прианодного скачка потенциала. Выносящийся далеко за пределы ускорителя продольный электрический ток имеет тенденцию к образованию токовых привязок на аноде как в самом ускорительном канале, так и на его выходном срезе. Возникающие вследствие этого тепловые перегрузки анода сильно снижают стойкость всей системы и не дают возможности увеличить ток разряда с целью получения большой скорости истечения. Кроме того, увеличение разрядного тока приводит также к потере устойчивости течений.

Указанные закономерности объясняются сильным влиянием эффекта Холла [3-6]. Как известно [7], электрический потенциал в идеально проводящей плазме сохраняется вдоль электронных траекторий. Поскольку именно электроны переносят электрический ток, то в хорошо проводящей плазме по мере ее ускорения эквипотенциали электрического поля прижимаются к аноду системы.

Одним из мыслимых способов устранения больших прианодных скачков потенциала и токовых привязок является осуществление режимов течения с подачей (отсосом) плазмы через электроды, в частности через анод. При этом, с одной стороны, возрастает плотность плазмы у анода, что облегчает электронам возможность попадания на анод при приближении к нему. С другой стороны, та или иная доля разрядного тока переносится при этом ионами, и, следовательно, можно более равномерно распределить ток разряда вдоль поверхности электродов.

Течения в каналах МГД-генераторов, сопровождающиеся подачей и отсосом плазмы через электроды, были рассмотрены в работе [8], где было показано, что при этом неравномерное вследствие влияния эффекта Холла [9] распределение тока вдоль электродов становится более равномерным. Целью данной работы является рассмотрение плоских стационарных плазменных течений, сопровождающихся подачей и отсосом плазмы через электроды в канале сильноточного ускорителя. Учтено влияние эффекта Холла. Рассмотрение проводится в предположении медленной изменчивости течений.

**1. Исходная система уравнений.** Рассмотрим плоское течение полностью ионизованной квазинейтральной плазмы в канале при наличии поперечного собственного (т. е. обусловленного разрядным током) магнитного поля (фиг. 1).

Стенки канала являются электродами. Все параметры течения считаем зависящими от переменных  $x, y$ . Магнитное поле  $\mathbf{B}$  ориентировано по оси  $z$ , в направлении которой канал считается бесконечно широким. Век-

<sup>1</sup> Характерные параметры сильноточного ускорителя следующие: скорость  $v \sim 10^7 \div 10^8$  см/сек, число частиц в  $1$  см<sup>3</sup>  $n \sim 10^{14} \div 10^{15}$ , температура  $T \approx 2$  эв, ток разряда  $I \sim 10^3 \div 10^4$  а.

торы скорости  $\mathbf{v}$ , электрического поля  $\mathbf{E}$  и плотности электрического тока  $\mathbf{j}$  лежат в плоскости течения  $xy$ . Ось  $x$  направлена вдоль канала. Будем считать, что плазма невязкая и нетеплопроводная, ионы — однозарядные, инерция электронов пренебрежимо мала и уравнения состояния компонент плазмы (электронов и ионов) представляют собой политропические зависимости  $p_k = p_k(\rho)$ . В этом случае уравнения, описывающие стационарное течение, имеют вид

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla P, & \operatorname{div} \rho \mathbf{v} &= 0, & \mathbf{E} &= -\nabla \varphi \\ P &= p(\rho) + \frac{B^2}{8\pi}, & \frac{\mathbf{j}}{c} &= \mathbf{E}_T + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} + \frac{M}{e\rho} \nabla P \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, & \mathbf{E}_T &= -\nabla \left( \varphi + \frac{M}{e} \int \frac{dp_i(\rho)}{\rho} \right) = -\nabla \varphi_T \\ p_i &= p_i(\rho), & p_e &= p_e(\rho) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Зададим массу  $m$  вещества (плазмы), протекающую за секунду через входное сечение канала. Выберем для описания течения вместо переменных  $x, y$  переменные  $s, \psi$

$$\rho v_x = m \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho v_y = -m \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.2)$$

где  $\psi$  — функция потока плазмы, а  $s$  — длина дуги кривой  $\psi = \text{const}$ . Вводя радиус кривизны  $r$  кривых  $\psi = \text{const}$ , можно записать первое и пятое уравнения (1.1) в виде

$$\begin{aligned} \rho v \frac{\partial v}{\partial s} &= -\frac{\partial P}{\partial s}, & \frac{\rho v^2}{r} &= -\frac{\rho v}{m} \frac{\partial P}{\partial \psi} \\ \frac{v_m}{c} \frac{\rho v}{m} \frac{\partial B}{\partial \psi} &= -\frac{\partial \varphi_T}{\partial s} + \frac{M}{e\rho} \frac{\partial P}{\partial s} & \left( v_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \right) \\ -\frac{v_m}{c} \frac{\partial B}{\partial s} &= -\frac{\rho v}{m} \frac{\partial \varphi_T}{\partial \psi} - \frac{vB}{c} + \frac{M}{e\rho} \frac{\rho v}{m} \frac{\partial P}{\partial \psi} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Из второго уравнения (1.3) следует

$$\frac{vB/c}{(Mv/em^*) \partial P / \partial \psi} = \frac{r}{\Lambda} \quad \left( \Lambda = \frac{Mc v}{eB} \right) \quad (1.4)$$

Обозначим через  $L$  характерный продольный (вдоль линий  $\psi = \text{const}$ ) масштаб изменения параметров течения

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial s} \sim \frac{1}{L} (\cdot) \quad (1.5)$$

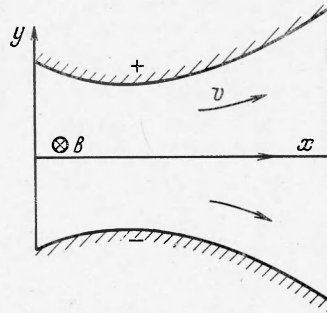
Будем называть течение медленно изменяющимся, если выполняются условия

$$\frac{L}{r} \ll 1, \quad \frac{\Lambda}{r} \ll 1 \quad (1.6)$$

Кроме того, предположим, что магнитное число Рейнольдса велико по сравнению с единицей

$$R_m = \frac{v_0 L}{v_m} \gg 1 \quad (1.7)$$

Здесь  $v_0$  — характерная скорость плазмы.



Фиг. 1

При выполнении условий (1.6) и (1.7) можно в первом приближении отбросить второе уравнение (1.3) и пренебречь членами  $(v_m/c)\partial B/\partial s$  и  $(Mv/em')\partial P/\partial\psi$  в четвертом уравнении (1.3). В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \rho v \frac{\partial v}{\partial s} &= -\frac{dP}{ds}, & P(s) &= \bar{P}(\rho) + \frac{B^2}{8\pi} \\ \frac{v_m}{c} \frac{\rho v}{m'} \frac{\partial B}{\partial\psi} &= -\frac{\partial\Phi_T}{\partial s} + \frac{M}{ep} \frac{dP}{ds} \\ \frac{B}{\rho c} &= -\frac{1}{m'} \frac{\partial\Phi_T}{\partial\psi}, & \bar{\Phi}_T &= \Phi + \frac{M}{e} \int \frac{dp_i}{\rho} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Условия (1.6) означают, что радиус кривизны линий потока  $\psi = \text{const}$  должен быть достаточно велик. Если течение не сопровождается подачей и отсосом плазмы через электроды, т. е. электроды — стенки канала — сами являются линиями потока  $\psi = \text{const}$ , то в этом случае поперечное сечение канала должно изменяться достаточно медленно. Замечая, что для такого течения  $r \sim (d^2f/dx^2)^{-1} \sim L/(df/dx)$ , где  $f$  — ширина поперечного сечения канала, имеем из (1.6)

$$\left| \frac{df}{dx} \right| \ll 1 \quad (1.9)$$

и приближение медленно изменяющегося течения эквивалентно приближению канала медленно меняющегося сечения. Замечая также, что

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial s} \Big|_{\psi = \text{const}} \approx \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} \Big|_{\psi = \text{const}}$$

где ось  $x$  направлена вдоль канала, получаем из (1.8) уравнения, описывающие плоское течение в канале медленно меняющегося сечения, выведенные ранее в работе [6].

Уточнение результатов расчета течений с использованием системы уравнений (1.8) можно произвести, подставив полученные результаты во второе уравнение и отброшенные члены в четвертом уравнении точной системы уравнений (1.3).

Если электроды сплошные металлические,  $p \sim \rho^\gamma$  и  $\beta = 8\pi p/B^2 \ll 1$ , то можно еще более упростить систему уравнений (1.8). При этом (см. [6]) оказывается, что

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\rho_0(1-q)}{\partial\Phi/\partial\psi}, & \bar{\rho}_0 &= \frac{4\pi em^2\xi}{Mc^2U} \\ B &= -U \frac{\rho_0 c(1-q)}{m'} \left[ 1 - \frac{p(\rho)}{2P(s_0)(1-q)^2} \right] \\ q(s) &= 1 - \left( \frac{P(s)}{P(s_0)} \right)^{1/2}, & \Phi &= \frac{\Phi}{U}, & u &= v \left( \frac{M}{2eU\xi} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Безразмерная скорость  $u$  и потенциал  $\Phi$  удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} u \frac{\partial^2\Phi}{\partial\psi^2} &= \frac{c^2U^2}{4\pi v_m \gamma \rho_0} \left( \frac{M}{2eU\xi} \right)^{1/2} \frac{1}{(1-q)^\gamma} \frac{dq}{ds} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial\psi} \right)^{\gamma+2} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial q} + \xi \frac{\partial\Phi}{\partial\psi} \right) \\ \frac{\partial u^2}{\partial q} &= \frac{\partial\Phi}{\partial\psi} \quad \left( \xi = \frac{Mc|B(s_0)|}{4\pi em^2}, \quad \rho = \rho_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \right) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Здесь  $U$  — разность потенциалов между электродами;  $\xi$  — параметр обмена для бесконечно длинного канала (считаем, что на выходе из канала магнитное поле стремится к нулю);  $\rho_0$  — характерное давление, индекс 0 отмечает значения величин на входе в канал. В дальнейшем считаем, что  $s_0 = 0$ .

Для течений, сопровождающихся подачей и отсосом плазмы через электроды, величина  $\psi$  на стенках канала не является постоянной. Обозначив значение  $\psi$  на аноде через  $\psi_a(q)$  и на катоде через  $\psi_k(q)$ , получим граничные условия для безразмерного потенциала

$$\Phi(q, \psi_a) = 1, \quad \Phi(q, \psi_k) = 0 \quad (1.12)$$

При выбранной нормировке на входе в канал, т. е. при  $q = 0$ , имеем  $\psi_a(0) = 1$ , если выбрать  $\psi_k(0)$  равной нулю.

Рассмотрим три характерных режима течений с подачей плазмы через электроды. Считаем, что подаваемая через электроды плазма имеет те же характеристики, что и плазма в основном потоке.

**2. Течение, сопровождающееся подачей плазмы через анод и отсосом через катод.** Рассмотрим режим течения, при котором потенциал  $\Phi$  и скорость  $u$  определяются соотношениями

$$\Phi = \psi - \xi q, \quad u = \sqrt{q + g(\psi)} \quad (2.1)$$

при этом

$$B = B_0(1 - q), \quad \rho = \rho_0(1 - q) \\ B_0 = -cU\rho_0/m^*$$

Введем электронную функцию потока  $\psi_e$  соотношением, аналогичным соотношению (1.2)

$$v_e = v - \frac{Mj}{e\rho}, \quad \rho v_e = m^* \nabla \psi_e \times n_z \quad (2.2)$$

Здесь  $n_z$  — единичный вектор в направлении оси  $z$ .

Легко видеть, что определяемый соотношением (2.1) потенциал  $\Phi$  будет постоянным вдоль электронных траекторий  $\psi_e = \text{const}$  (штриховые линии на фиг. 2). Следовательно, в рассматриваемом режиме электрический ток переносится ионами (сплошные линии на фиг. 2).

На основании граничных условий (1.12) получаем

$$\psi_k(q) = \xi q, \quad \psi_a(q) = 1 + \xi q \quad (2.3)$$

Таким образом, полная масса  $m_a^*$  плазмы, подаваемая через анод и отсасываемая через катод, равна

$$m_a^* = \xi m^* \quad (2.4)$$

Очевидно (фиг. 3, а, б), что при  $\xi < 1$  ионы, стартующие от входа в канал, достигают выхода, а при  $\xi > 1$  на выход попадают лишь ионы, подаваемые через анод.

Ширина канала  $f(q)$ <sup>1</sup> определяется выражением

$$f(q) = m^* \int_{\psi_k}^{\psi_a} \frac{d\chi}{\rho(q, \chi) v(q, \chi)} = \frac{m^*}{\rho_0 v_0 (1 - q)} \int_{\xi q}^{1 + \xi q} \frac{d\chi}{\sqrt{q + g(\chi)}} \left( v_0 = \left( \frac{2eU\xi}{M} \right)^{1/2} \right) \quad (2.5)$$

Продольное (в направлении скорости  $v$  ионов) электрическое поле  $E_s$  равно

$$E_s = -U \frac{\partial \Phi}{\partial q} \frac{dq}{ds} = \xi U \frac{dq}{ds} \quad (2.6)$$

Поперечное электрическое поле  $E_n$  определяется из соотношения

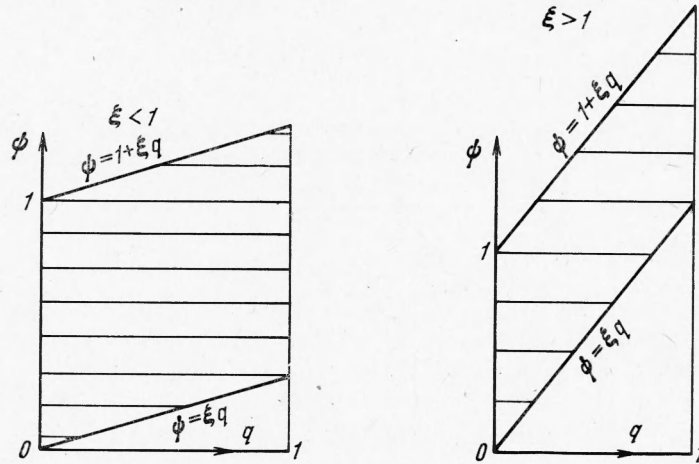
$$E_n = -U \frac{\rho v}{m^*} \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} = -U \frac{\rho_0 (1 - q) v_0}{m^*} [q + g(\psi)]^{1/2} \quad (2.7)$$

<sup>1</sup> Фактически  $f(q)$  представляет собой длину дуги кривой, ортогональной к линиям потока  $\psi = \text{const}$ . Однако в рассматриваемом приближении, когда радиус кривизны  $r$  линий  $\psi = \text{const}$  велик ( $r \rightarrow \infty$ ), отличие  $f$  от истинной ширины канала мало, если выбрать ось канала таким образом, чтобы угол между ней и линиями потока  $\psi = \text{const}$  был бы достаточно малым.

В частности, электрическое поле у анода равно

$$E_a = - \left\{ \left( \xi U \frac{dq}{ds} \right)^2 + \left[ U \frac{\rho_{0v0} (1-q)}{m} \right]^2 [q + g(1 + \xi q)] \right\}^{1/2} \quad (2.8)$$

Так что если скорость плазмы вблизи анода, определяемая условиями подачи, не слишком велика, то и электрическое поле также невелико. Отсюда следует, что соответствующим выбором скорости подачи плазмы через анод можно совершенно убрать прианодный скачок потенциала, столь характерный для течений без подачи плазмы через анод и, более



Фиг. 3

того, возможно в весьма широких пределах управлять падением потенциала в прианодной области.

В качестве конкретного примера рассмотрим течение, при котором скорость подачи плазмы через анод мала. Именно выберем функцию  $g(\psi)$  в виде

$$g(\psi) = \begin{cases} 0 & (0 \leq \psi \leq 1) \\ \xi^{-1} (\psi - 1) (\theta^2 - 1) & (1 \leq \psi \leq 1 + \xi q) \end{cases} \quad (2.9)$$

где  $\theta = \text{const}$ . При этом

$$u = \begin{cases} V \bar{q} & (0 \leq \psi \leq 1) \\ [q + \xi^{-1} (\psi - 1) (\theta^2 - 1)]^{1/2} & (1 \leq \psi \leq 1 + \xi q) \end{cases} \quad (2.10)$$

На аноде  $u = \theta \sqrt{q}$  ( $\theta > 0$ ). Будем считать, что константа  $\theta$  достаточно мала по сравнению с единицей

$$\theta \ll 1 \quad (2.11)$$

При этом получим

$$f(q) \approx \frac{m (1 + \xi q)}{\rho_{0v0} (1 - q) V \bar{q}} \quad (2.12)$$

$$E_a = - \left\{ \left( \xi U \frac{dq}{ds} \right)^2 + \theta^2 q \left[ U \frac{\rho_{0v0} (1 - q)}{m} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.13)$$

Реактивная тяга  $F$  определяется выражением (считаем, что плазма ускоряется до значения  $q = 1$ )

$$F = \int_{\xi}^{1+\xi} m v_0 u d\psi \quad (2.14)$$

При  $\xi < 1$  и при  $\xi > 1$  соответственно получаем

$$F = m \cdot v_0 \left(1 - \frac{\xi}{3}\right), \quad F = \frac{2}{3} \frac{m \cdot v_0}{\sqrt{\xi}} = \frac{2}{3} m \cdot \left(\frac{2eU}{M}\right)^{1/2} \quad (2.15)$$

Таким образом, при  $\xi > 1$  тяга  $F$  не зависит от  $\xi$ . Подсчитаем энергию  $Q$ , уходящую за секунду вместе с всасываемой через катод плазмой. Очевидно

$$Q = \frac{m \cdot}{M} \int_0^{\xi} \frac{M}{2} v_0^2 u^2 d\psi \quad (2.16)$$

Следовательно

$$Q = \begin{cases} 1/2 N \xi & (\xi < 1) \\ N (1 - 1/2 \xi^{-1}) & (\xi > 1) \end{cases} \quad \left(N = \frac{eUm \cdot \xi}{M}\right)$$

Здесь  $N$  — электрическая мощность, подводимая к ускорителю. Энергия  $W$ , идущая на ускорение плазмы, равна <sup>1</sup>

$$W = N - Q = \begin{cases} N (1 - 1/2 \xi) & (\xi < 1) \\ 1/2 N \xi^{-1} = 1/2 eUm \cdot M^{-1} & (\xi > 1) \end{cases} \quad (2.17)$$

Задавая плотность  $\rho_0$  на входе в канал, получаем с помощью (1.10) вольт-амперную характеристику

$$U = \frac{4\pi I m \cdot}{c^2 \rho_0} \quad \left(\xi = \frac{MI}{em \cdot}\right) \quad (2.18)$$

Магнитное поле  $B_0$  на входе в канал равно  $-4\pi I / c$ , поэтому для  $v_0$  получаем

$$v_0 = \frac{|B_0|}{\sqrt{2\pi\rho_0}} \quad (2.19)$$

Подчеркнем, что зависимость  $q(s)$  для рассматриваемого режима достаточно произвольна, необходимо лишь, чтобы выполнялось условие  $dq/ds > 0$  (режим ускорения).

В заключение отметим, что если в течении возникают малые возмущения, то уравнение для возмущения потенциала имеет такую же структуру, как и рассмотренное ранее в работе [3] уравнение для возмущения параметра изомагнитности ( $B/\rho$ ). Отсюда, однако, не следует, что при сильно выраженном эффекте Холла (большие  $\xi$ ) наличие возмущений сильно изменяет картину течения, поскольку невозмущенные электронные траектории, вдоль которых переносится возмущение потенциала, не пересекают электроды — стенки канала. Следовательно, даже в случае больших  $\xi$  в указанном режиме при наличии возмущений не образуется электромагнитный прианодный слой.

**3. Течение с подачей плазмы через анод.** Рассмотрим теперь режим течения, при котором плазма подается через анод, но не отсасывается через катод (фиг. 4). Течения подобного типа могут осуществляться в ускорительной части магнитоплазменного компрессора (МПК). В рассматриваемом режиме  $\psi_h(q) = 0$ . Пусть для определенности проводимость плазмы  $\sigma$  постоянна. Выберем коэффициент  $A(q)$  в уравнении (1.11) для  $\Phi$  в виде

$$\xi^{\gamma+2} A(q) \frac{dh(\xi q)}{dq} = G_0 = \text{const} \quad (3.1)$$

<sup>1</sup> При расчете не учитывалась тепловая энергия плазмы. Корректный учет влияния температуры требует также учета различия между  $\Phi_T$  и  $\Phi$ . Однако тепловые поправки — величины порядка  $\beta$  и малы при  $\beta \rightarrow 0$ .

Потенциал  $\Phi$  и скорость  $u$  выберем в виде

$$\Phi = \xi [h(\xi q) - h(\xi q - \psi)], \quad u^2 = h(\xi q - \psi) \quad (3.2)$$

При этом для функции  $h$  получаем уравнение

$$\sqrt{h(\xi)} h'' = -G_0 (h')^{\gamma+2} \quad (\xi = \xi q - \psi) \quad (3.3)$$

Штрих означает дифференцирование функции  $h$  по  $\xi$ .

Интегрируя уравнение (3.3), находим

$$\frac{\xi}{(2\gamma G_0)^{1/\gamma}} + C_1 = 2\gamma \left[ \frac{(V\bar{h} + C_2)^{2+1/\gamma}}{2\gamma + 1} - C_2 \frac{(V\bar{h} + C_2)^{1+1/\gamma}}{\gamma + 1} \right] \quad (3.4)$$

где  $C_{1,2}$  — константы.

На входе в канал ( $q = 0$ ) имеем  $\Phi(0, 0) = 0$ ,  $\Phi(0, 1) = 1$ , таким образом

$$h(-1) = h(0) - 1/\xi \quad (3.5)$$

Отсюда следует, что скорость плазмы у анода ниже, чем у катода. Полагая, что  $h(-1) = 0$ , т. е. скорость плазмы у анода на входе в канал равна нулю, имеем

$$h(0) = 1/\xi \quad (3.6)$$

Выберем для простоты константу  $C_2$  равной нулю, так что

$$G_0 = \xi^{\gamma+1/2} (2\gamma + 1)^\gamma (2\gamma)^{-(\gamma+1)}$$

тогда

$$u^2 = h(\xi q - \psi) = \xi^{-1} (\xi q + 1 - \psi)^\kappa$$

$$\Phi = (\xi q + 1)^\kappa - (\xi q + 1 - \psi)^\kappa \quad \left( \kappa = \frac{2\gamma}{2\gamma + 1} \right) \quad (3.7)$$

Функция  $\psi_a(q)$  находится из условия  $\Phi(q_1, \psi_a) = 1$ .

Получаем

$$\psi_a(q) = 1 + \xi q - [(1 + \xi q)^\kappa - 1]^{1/\kappa} \quad (3.8)$$

Как и следовало ожидать,  $\psi_a(q) \geq 1$ . Из (3.8) следует, что  $\psi_a \rightarrow 1$  при  $\xi \rightarrow 0$ . Если же  $\xi \rightarrow \infty$ , то при  $\xi q \gg 1$  имеем

$$\psi_a \approx \kappa^{-1} (\xi q)^{1-\kappa}$$

Таким образом, для предельных случаев  $\xi \rightarrow 0$  и  $\xi q \gg 1$ , масса  $m_a^*$  плазмы, подаваемая через анод, равна соответственно

$$m_a^* = \begin{cases} \xi m^* \\ m^* \kappa^{-1} \xi^{1-\kappa} \end{cases}$$

Скорость  $v$  и плотность  $\rho$  равны соответственно

$$v = \left( \frac{2eU}{M} \right)^{1/2} (1 + \xi q - \psi)^{\kappa/2}, \quad \rho = \rho_0 \kappa^{-1} (1 - q) (1 + \xi q - \psi)^{1-\kappa} \quad (3.9)$$

Видно, что вблизи катода плотность плазмы выше, чем вблизи анода. В частности, на входе в канал вблизи анода  $\rho \rightarrow 0$ .

Реактивная тяга  $F$  равна

$$F = \frac{2}{2 + \kappa} m^* \left( \frac{2eU}{M} \right)^{1/2} \{ (1 + \xi)^{1-\kappa/2} - [(1 + \xi)^{-(\gamma+1/2\gamma)} - 1]^{3/2+1/2\gamma} \} \quad (3.10)$$

Продольная и поперечная компоненты электрического поля равны соответственно

$$\begin{aligned} E_s &= -\kappa \xi U \frac{dq}{ds} [(1 + \xi q)^{x-1} - (1 + \xi q - \psi)^{x-1}] \\ E_n &= -U \rho_0 \frac{(1-q)}{m} \left(\frac{2eU}{M}\right)^{1/2} (1 + \xi q - \psi)^{x/2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

В частности, у катода

$$E_n = -U \rho_0 \frac{(1-q)}{m} \left(\frac{2eU}{M}\right)^{1/2} (1 + \xi q)^{x/2}, \quad E_s = 0 \quad (3.12)$$

у анода

$$\begin{aligned} E_n &= -U \rho_0 \frac{(1-q)}{m} \left(\frac{2eU}{M}\right)^{1/2} [(1 + \xi q)^x - 1]^{1/2} \\ E_s &= -U \frac{dq}{ds} \kappa \xi \{ (1 + \xi q)^{x-1} - [(1 + \xi q)^x - 1]^{1/2\gamma} \} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Видно, что поперечное электрическое поле  $E_n$  спадает по абсолютной величине в направлении анода. Прианодный скачок в рассматриваемом режиме также отсутствует.

Ширина канала  $f$  оказывается равной

$$f = \frac{2\pi r}{\rho_0 (2eU/M) (1-q)} \{ (1 + \xi q)^{x/2} - [(1 + \xi q)^x - 1]^{1/2\gamma} \} \quad (3.14)$$

Зависимость  $q(s)$  определяется выражением

$$\int_0^q \frac{(1 + \xi \mu)^{x-1}}{(1 - \mu)^\gamma} d\mu = s \frac{4\pi v_m \Gamma F_0}{c^2 U^2 \xi} \left(\frac{2eU}{M}\right)^{1/2} \frac{(2\gamma + 1)^{\gamma+1}}{(2\gamma)^{\gamma+2}} \quad (3.15)$$

Интеграл в левой части (3.15) выражается довольно сложным образом через элементарные функции лишь при  $\gamma = 1$  и  $\gamma = 2$ . Однако видно, что  $s \sim q$  при  $q \rightarrow 0$ , а при  $q \rightarrow 1$  имеем  $s \sim (1 - q)^{1-\gamma}$  ( $\gamma > 1$ ).

Подводя итог, можно сказать, что для рассмотренного режима характерно нарастание плотности, скорости и электрического поля (по абсолютной величине) в направлении катода.

**4. Течение с подачей плазмы через катод.** Рассмотрим вкратце режим течения, сопровождающийся подачей плазмы через катод (фиг. 5). При этом  $\psi_a(q) = 1$ . Положим

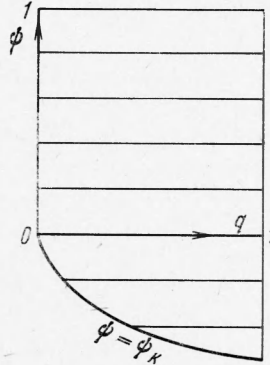
$$A(q) \xi^{\gamma+2} dh(\xi q) / dq = G_0 = \text{const}$$

Будем искать решение уравнений (1.11) в виде

$$u^2 = h(\xi q + 1 - \psi), \quad \Phi = 1 + \xi [h(\xi q) - h(\xi q + 1 - \psi)] \quad (4.1)$$

Тогда при  $G_0 = (2\gamma + 1)^\gamma \xi^{\gamma+1/2} (2\gamma)^{-(\gamma+1)}$  и условии  $h(0) = 0$  имеем

$$h(\xi q + 1 - \psi) = \xi^{-1} (\xi q + 1 - \psi)^x \quad \left( x = \frac{2\gamma}{2\gamma + 1} \right) \quad (4.2)$$



Фиг. 5



Таким образом, решение формально имеет тот же вид (и, соответственно, те же свойства), что и рассмотренное в предыдущем пункте. В частности, и в этом случае плотность, скорость и электрическое поле нарастают в направлении катода.

Функция  $\psi_k(q)$  равна

$$\psi_k(q) = 1 + \xi q - [1 + (\xi q)^*]^{1/\kappa} \quad (4.3)$$

Легко видеть, что  $\psi_k(q) \leq 0$ , т. е. плазма действительно вдувается в катод. Однако скорость вдува слишком велика для того, чтобы такой ускоритель был бы энергетически выгодным.

Поступила 17 VIII 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кислов А. Я., Морозов А. И., Тилинин Г. Н. Распределение потенциала в коаксиальном квазистационарном инжекторе плазмы. Ж. техн. физ., 1968, т. 38, вып. 6.
2. Ковров П. Е., Морозов А. И., Токарев Л. Г., Щепкин Г. Я. Распределение магнитного поля в коаксиальном инжекторе плазмы. Докл. АН СССР, 1967, т. 172, № 6.
3. Морозов А. И., Шубин А. П. Течение плазмы между электродами, обладающими слабой продольной проводимостью. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 6.
4. Могозов А. И., Brushlinski K. V., Gerlach N. I., Shubin A. P. Theoretical and numerical analysis of physical processes in a stationary high current gas discharge between the coaxial electrodes. Proc. 8-th Internat. conf Phenomena in Ionized Gases, Vienna, 1967; Contributed Papers, 1968, Paper No. 159.
5. Брушлинский К. В., Морозов А. И. Об эволюционности уравнений магнитной гидродинамики с учетом эффекта Холла. ПММ, 1968, т. 32, вып. 5.
6. Морозов А. И., Шубин А. П. К теории плоских течений хорошо проводящей плазмы в канале. ПМТФ, 1970, № 4.
7. Морозов А. И., Соловьев Л. С. Плоские течения идеально проводящей сжимаемой жидкости при учете эффекта Холла. Ж. техн. физ., 1964, т. 34, вып. 7.
8. Емец Ю. П. О распределении тока на проникаемых электродах при наличии эффекта Холла в потоке электропроводной среды. ПМТФ, 1966, № 3.
9. Гурвиц Г., Килб Р., Саттон Г. Влияние тензорной проводимости на распределение тока в магнитогидродинамическом генераторе. В сб. «Магнитогидродинамический метод преобразования энергии», М., Физматгиз, 1963.