

О СТАТИСТИКО-ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В ОПИСАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПЛАМЕН

В. Н. Вилюнов, И. Г. Дик

(Томск)

Построение теории горения перемешанных газов в турбулентном потоке обычно связывается с моделированием этого процесса при тех или иных допущениях об изучаемом явлении [1]. В то же время в гидродинамике реагирующих потоков успешно развивается метод статистического осреднения уравнений Навье—Стокса. Появляющиеся моменты корреляций гидродинамических величин второго порядка не связываются непосредственно со средними параметрами потока: для них составляются уравнения по структуре, аналогичные законам сохранения. Хотя возникающие при этом более старшие моменты вновь требуют привлечения феноменологических гипотез, однако построенная таким образом цепочка двухмоментных уравнений описывает ряд качественно новых эффектов.

Основы такого подхода, заложенные А. Н. Колмогоровым, в настоящее время существенно продвинуты советскими и зарубежными исследователями (см., например, [2] и цитированную там литературу): построены решения, которые при небольшом наборе эмпирических констант дают удовлетворительное количественное описание турбулентного течения.

В работе [3] аналогичный подход применялся для описания химической реакции с линейным источником тепловыделения (концентрации), в [4] в задачах теплопереноса. Влияние нелинейности тепловыделения с учетом пульсаций температуры и концентрации в нульмерной постановке задачи исследовалось в [5], а применительно к мелкомасштабному турбулентному пламени — в [6—9]. Причем в последних работах для замыкания уравнения распространения пламени использовалась феноменология пути смещения Прандтля, был предложен способ осреднения нелинейной функции тепловыделения. В [10] с использованием уравнения баланса турбулентной энергии исследовался уровень турбулентности в пламени, где для пульсаций температуры также применялась гипотеза Прандтля.

В данной работе статистико-феноменологический метод распространен на задачи турбулентного горения перемешанных газов. Основное внимание уделяется выяснению вопроса, какое влияние оказывает химическая реакция на закономерности теплообмена в пламени и обратное влияние турбулентности на скорость протекания реакции, а следовательно, на скорость турбулентного горения. Даны приближенные оценки влияния этих эффектов.

1. Дальнейшее изложение основано на упрощающих задачу предположениях: 1) гидродинамическое поле осредненного $\langle u_i(x_i, t) \rangle$, $\langle p(x_i, t) \rangle$ и пульсационного $u'_i(x_i, t)$, $p'(x_i, t)$ движений известно; 2) среда несжимаема, $\rho = \text{const}$; 3) в потоке протекает одноступенчатая экзотермическая реакция в соответствии с уравнением $nA \rightarrow B$ со скоростью $\Phi(T, \eta)$ и тепловым эффектом $Q > 0$ (n — порядок реакции; A — исходное вещество; B — продукты реакции; T — температура; η — относительная концентрация продуктов реакции или глубина выгорания); 4) коэффициенты молекулярного переноса не зависят от параметров потока, между ними существуют равенства: $\nu = \kappa = D_{AB}$ (ν — вязкость; κ — температуропроводность; D — диффузия); 5) рассматриваются обычные режимы медленного горения, когда в пламени можно пренебречь градиентом давления и теплотой вязкой диссипации в сравнении с химическим тепловыделением; 6) обратное влияние пламени на гидродинамику течения $\langle u_i \rangle$, u'_i , p не учитывается. Согласно оценкам [10], оно, по-видимому, невелико, поэтому интенсивность $b = \langle u_j u_j \rangle / 2$ и макромасштаб L турбулентности в первом приближении могут служить параметрами задачи (по индексам, встречающимся дважды, проводится суммирование).

Принятые допущения позволяют использовать следующую систему уравнений (в актуальных величинах):

$$(1.1) \quad \partial u_j / \partial x_j = 0;$$

$$(1.2) \quad \partial u_i / \partial t + u_j \partial u_i / \partial x_j = -\rho^{-1} \partial p / \partial x_i + \nu \partial^2 u_i / \partial x_j \partial x_j;$$

$$(1.3) \quad \partial T / \partial t + u_j \partial T / \partial x_j = \nu \partial^2 T / \partial x_j \partial x_j + (Q/c\rho) \Phi(T, \eta);$$

$$(1.4) \quad \partial \eta / \partial t + u_j \partial \eta / \partial x_j = \nu \partial^2 \eta / \partial x_j \partial x_j + \Phi(T, \eta).$$

Выражение

$$(1.5) \quad T = T_+ - (Q/c\rho)\eta \text{ или } T = T_+ - (T_+ - T_-)\eta$$

является одним из частных решений уравнений (1.3), (1.4). Здесь индексом + помечаются параметры конечных продуктов горения, а — исходной смеси. В задачах горения равенство (1.5) удовлетворяет еще и граничным условиям и поэтому является первым интегралом уравнений (1.3), (1.4). В дальнейшем рассматривается только этот случай, который позволяет считать функцию скорости реакции Φ зависящей только от температуры.

Разделяя актуальные величины на осредненные и пульсационные ($T = \langle T \rangle + T'$, $u_i = \langle u_i \rangle + u'_i$ и т.д.) и применяя операцию рейнольдсова осреднения $\langle \dots \rangle$ к (1.3), с учетом (1.1) получим

$$(1.6) \quad \partial T / \partial t + \langle u_j \rangle \partial \langle T \rangle / \partial x_j = \nu \partial^2 \langle T \rangle / \partial x_j \partial x_j - \frac{\partial \langle u'_j T' \rangle}{\partial x_j} + (Q/c\rho) \langle \Phi(T) \rangle.$$

Привлечение уравнения осредненного теплового баланса к исследованию турбулентного пламени затрудняется наличием в нем неизвестных величин: момента $\langle u'_i T' \rangle$ и средней функции тепловыделения $\langle \Phi(T) \rangle$. Для них необходимо либо принять некоторые эмпирические связи (см., например, [6—9]) со средними значениями, либо выписать балансные уравнения, описывающие их изменение.

Уравнение для момента $\langle u'_i T' \rangle$ имеет вид

$$(1.7) \quad \partial \langle u'_i T' \rangle / \partial t + \langle u_j \rangle \partial \langle u'_i T' \rangle / \partial x_j + \langle u'_i u'_j \rangle \partial \langle T \rangle / \partial x_j - \\ - \nu \partial^2 \langle u'_i T' \rangle / \partial x_j \partial x_j + \langle u'_j T' \rangle \partial \langle u_i \rangle / \partial x_j + 2\nu \langle (\partial u'_i / \partial x_j) (\partial T' / \partial x_j) \rangle - \\ - \rho^{-1} \langle p' \partial T' / \partial x_i \rangle + \partial \langle u'_j (u'_i T') \rangle / \partial x_j + \rho^{-1} \partial \langle p' T' \rangle / \partial x_i = (Q/c\rho) \langle u'_i \Phi \rangle.$$

Замыкание (1.7), как и в [4, 11], будем осуществлять с помощью следующих феноменологических гипотез:

$$(1.8) \quad \rho^{-1} \langle p' \partial T' / \partial x_i \rangle = -c_1 \sqrt{b} \langle u'_i T' \rangle / L_q;$$

$$(1.9) \quad 2\nu \langle (\partial u'_i / \partial x_j) (\partial T' / \partial x_j) \rangle = -c_2 \nu \langle u'_i T' \rangle / L_q^2;$$

$$(1.10) \quad \partial \langle u'_j (u'_i T') \rangle / \partial x_j = \partial (D_q \partial \langle u'_i T' \rangle / \partial x_j) / \partial x_j.$$

В (1.8)—(1.10) L_q — масштаб корреляции скорость — температура, который может отличаться от гидродинамического L_b ; b — энергия турбулентности на единицу массы; c_i — коэффициенты.

Коэффициент турбулентной диффузии D_q в общем случае нельзя отождествлять с коэффициентом диффузии кинетической энергии пульсаций $D_b \approx L_b \sqrt{b}$, поскольку D_q может зависеть от характера химического тепловыделения.

Слагаемое $-\rho^{-1} \partial \langle p' T' \rangle / \partial x_i$ обычно связывают с переносом энергии в неоднородном температурном поле пульсациями давления. Оно существ-

венно, по-видимому, в пристенных областях и в дальнейшем не учитывается.

Для полного замыкания системы еще нужно составить уравнение баланса для пульсации температуры $\langle T'^2 \rangle$ (величина $\langle T'^2 \rangle$ войдет в $\langle \Phi(T) \rangle$, $\langle u'_i \Phi \rangle$)

$$(1.11) \quad \partial \langle T'^2 \rangle / \partial t + \langle u_j \rangle \partial \langle T'^2 \rangle / \partial x_j + 2 \langle u'_j T' \rangle \partial \langle T \rangle / \partial x_j - \\ - \nu \partial^2 \langle T'^2 \rangle / \partial x_j \partial x_j + 2\nu \langle (\partial T' / \partial x_j) (\partial T' / \partial x_j) \rangle + \partial \langle u'_j T'^2 \rangle / \partial x_j = 2 \langle Q / c_p \rangle \langle T' \Phi \rangle.$$

Аналогично предыдущему имеем

$$(1.12) \quad 2\nu \langle (\partial T' / \partial x_j) (\partial T' / \partial x_j) \rangle = -c_3 \sqrt{b} \langle T'^2 \rangle / L_\sigma - c_4 \nu \langle T'^2 \rangle / L_\sigma^2;$$

$$(1.13) \quad \partial \langle u'_j T'^2 \rangle / \partial x_j = \partial (D_\sigma \partial \langle T'^2 \rangle / \partial x_j) / \partial x_j,$$

где L_σ — температурный масштаб турбулентности; D_σ — коэффициент турбулентной диффузии температурных пульсаций.

2. Для определения $\langle \Phi(T) \rangle$, $\langle T' \Phi \rangle$, $\langle u'_i \Phi \rangle$, входящих в правые части уравнений (1.6), (1.7), (1.11), необходимо знать функцию плотности распределения вероятности пульсаций температуры (скорости).

Поскольку в настоящее время нет надежных данных о виде такой функции, будем исходить из простейшей структуры пульсаций, считая, что положительные и отрицательные пульсации T' с амплитудой $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$ равновероятны. Это означает, что функцию плотности распределения вероятности можно представить в виде

$$(2.1) \quad P(T') = 2^{-1} [\delta(T' + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) + \delta(T' - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})],$$

где $\delta(\dots)$ — дельта-функция Дирака.

Выбор такой плотности распределения вероятностей аналогичен способу среднеарифметического осреднения, использованного в [6—9].

Действительно, в соответствии с (2.1) имеем

$$(2.2) \quad \langle \Phi(T) \rangle = \int \Phi(\langle T \rangle + T') P(T') dT' = \\ = [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) + \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})] / 2.$$

Аналогично для момента $\langle T' \Phi \rangle$ получим

$$(2.3) \quad \langle T' \Phi \rangle = \int T' \Phi(\langle T \rangle + T') P(T') dT' = \\ = \sqrt{\langle T'^2 \rangle} [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) - \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})] / 2.$$

Момент $\langle u'_i \Phi \rangle$ вычисляем по формуле

$$\langle u'_i \Phi \rangle = \int u'_i T' (\Phi(\langle T \rangle + T') / T') P_1(T') P_2(u'_i T') dT' d(u'_i T'),$$

где функции P_1 , P_2 подобраны зависящими от моментов, содержащих пульсации температуры, таким образом, чтобы в итоге получалось среднеарифметическое осреднение и выполнялась предельная зависимость при $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} \ll \langle T \rangle$

$$(2.4) \quad \langle u'_i \Phi \rangle = \langle u'_i T' \rangle [\Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) - \\ - \Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle})] / 2 \sqrt{\langle T'^2 \rangle}.$$

В частности, при малых $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} \ll \langle T \rangle$ из (2.2)–(2.4) следуют разложения

$$(2.5) \quad \langle \Phi(T) \rangle = \Phi(\langle T \rangle) + \langle T'^2 \rangle d^2 \Phi(\langle T \rangle) / 2d\langle T \rangle + O(T'^4);$$

$$(2.6) \quad \langle T' \Phi \rangle = \langle T'^2 \rangle d\Phi(\langle T \rangle) / d\langle T \rangle + O(\langle T'^4 \rangle);$$

$$(2.7) \quad \langle u_i' \Phi \rangle = (d\Phi(\langle T \rangle) / d\langle T \rangle) \langle u_i' T' \rangle + O(\langle u_i' T'^3 \rangle).$$

Заметим, что такие же приближения (с точностью до записи (2.5)–(2.7)) следуют непосредственно из разложения функций $\Phi(\langle T \rangle + T')$, $T' \Phi(\langle T \rangle + T')$, $u_i' \Phi(\langle T \rangle + T')$ в ряды по степеням T' и последующего рейнольдсова осреднения. Получающийся результат справедлив при любой функции распределения вероятностей.

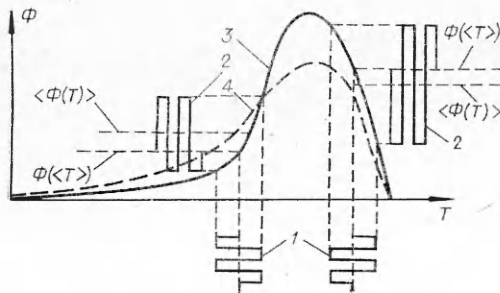
Отклонение средней скорости реакции от значения при средней температуре, согласно (2.5), определяется в первую очередь кривизной функции $\Phi(\langle T \rangle)$. Это обстоятельство, отмеченное в [8], иллюстрируется на фигуре, где изображена типичная зависимость $\Phi(T)$ для реакции первого порядка (кривая 1 — импульс температуры; 2 — пульсации скорости реакции; 3 — кривая тепловыделения в ламинарном случае; 4 — кривая осредненного тепловыделения). При возмущении реакции в высокотемпературной области ($T_+ - T_- \ll T_+$) $d^2 \Phi / d\langle T \rangle^2 < 0$ — средняя скорость реакции становится меньше скорости реакции при средней температуре. В области температур, где $d^2 \Phi / d\langle T \rangle^2 > 0$, эффект противоположен. Разумеется, непрерывные колебания температуры искажают вместе с профилем $\Phi(\langle T \rangle)$ (в сравнении с ламинарным случаем) и структуру пламени. Энергетические соотношения (1.7), (1.11) и (2.6), (2.7) показывают, что химическая реакция генерирует пульсации температуры (значит, и $\langle u_i' T' \rangle$) в том температурном интервале, где тепловыделение растет и поглощает их на конечной стадии реагирования, где из-за выгорания исходного состава скорость реакции падает с температурой. Количественные оценки этого эффекта будут даны ниже.

Уравнения (1.6), (1.7), (1.11) и замыкающие выражения (1.8)–(1.10), (1.12), (1.13), (2.2)–(2.4) полностью описывают процесс протекания химической реакции в турбулентном потоке перемешанных газов. Статистические моменты, содержащие лишь скорость $\langle u_i' u_j' \rangle$, а также масштабы турбулентности L_q , L_σ считаются известными функциями координат и времени. Для них можно составить уравнения; способ построения уравнения для масштаба предложен, например, в [12].

Здесь не уточняется понятие L , хотя довольно ясно, что для ядра потока в трубе — это величина, пропорциональная интегральному масштабу турбулентности, т. е. диаметру трубы. При изучении пристенных течений смысл L может поменяться [13].

Важно, что коэффициенты c_1, c_2, c_3, c_4 , входящие множителями перед L_q, L_σ , определяются из эксперимента, поэтому в какой-то мере компенсируют незнание точного значения L_q, L_σ .

При отсутствии подобия между концентрацией и температурой следует составить до-



полнительные уравнения для статистических моментов $\langle \eta'^2 \rangle$, $\langle \eta' T' \rangle$, $\langle u_i \eta' \rangle$.

3. Рассматривая простейший случай стационарного течения, когда $\langle u_1 \rangle = u = \text{const}$, $\langle u_2 \rangle = \langle u_3 \rangle = 0$, $\langle T \rangle = \langle T(x) \rangle$, приходим к уравнениям, описывающим одномерную модель турбулентного пламени (аналог нормального пламени). Этот случай реализуется при течении в трубах (или за турбулизирующими решетками) в ядре потока, где не сказывается влияние стенок, и в некоторых других ситуациях свободного турбулентного потока.

В системе координат, связанной с поверхностью горения, величина $\langle u_1 \rangle$ является просто скоростью турбулентного распространения пламени u_t . В более общем случае, когда пламя сносится потоком, величина $\langle u_1 \rangle = u + u_t$, где u — постоянная скорость «сноса». Однако и здесь средняя скорость u исключается соответствующим преобразованием координат. Существенно, что при таком подходе не налагается каких-либо ограничений на величину пульсационной энергии потока по отношению к скорости турбулентного горения, т. е. \sqrt{b} может быть как больше, так и меньше u_t , уровень же турбулентности по отношению к основному потоку остается малым, $\sqrt{b} \ll \langle u_1 \rangle$.

Принятые предположения приводят к следующей системе уравнений распространения турбулентного пламени:

$$(3.1) \quad d(\kappa dT/dx - q)/dx - u_t dT/dx + (Q/c\rho)\Phi_*(T, |T'|) = 0;$$

$$(3.2) \quad D_q d^2 q/dx^2 - \overline{u_t dq/dx} = |u'^2| dT/dx + c_1 \sqrt{b} q/L_q - (Q/c\rho)\Phi_{**}(T, |T'|) q;$$

\downarrow
 $O(L^2/\delta^2)$

\downarrow
 $O(L/\delta)$

\downarrow
 $O(1)$

\downarrow
 $O(1)$

\downarrow
 $O(\tau_{1q}/\tau_x)$

$$(3.3) \quad D_\sigma d^2 \langle T'^2 \rangle/dx^2 - u_t d \langle T'^2 \rangle/dx = 2q dT/dx + c_3 \sqrt{b} |T'|^2/L_\sigma -$$

\downarrow
 $O(L^2/\delta^2)$

\downarrow
 $O(L/\delta)$

\downarrow
 $O(1)$

\downarrow
 $O(1)$

$$- (2Q/c\rho)\Phi_{**}(T, |T'|) |T'|^2,$$

\downarrow
 $O(\tau_{1\sigma}/\tau_x)$

где под каждым членом показан порядок этого члена.

Для сокращения письма знак осреднения опущен, введены новые обозначения:

$$\sqrt{\langle u'^2 \rangle} = |u'|, \quad q = \langle u' T' \rangle, \quad |T'| = \sqrt{\langle T'^2 \rangle},$$

$$2\Phi_* = \Phi(T + |T'|) + \Phi(T - |T'|),$$

$$2\Phi_{**} = \Phi(T + |T'|) - \Phi(T - |T'|);$$

$\tau_{1q} = L_q/c_1 \sqrt{b}$, $\tau_{1\sigma} = L_\sigma/c_3 \sqrt{b}$ — характерные гидродинамические времена (времена смешения крупных молей); τ_x — характерное время химической реакции. Уравнения (3.2), (3.3) справедливы лишь для ядра потока, где выполняются неравенства

$$(3.4) \quad \kappa/D_q \ll 1, \quad \kappa/D_\sigma \ll 1, \quad c_2 \kappa/c_1 L_q \sqrt{b} \ll 1, \quad c_4 \kappa/c_3 L_\sigma \sqrt{b} \ll 1.$$

Величина κ в (3.1) сохранена для возможности осуществления предельного перехода горения при ламинарном течении.

В промежуточном слое пристенного течения (или вязком подслое) неравенства (3.4) оказываются невыполненными, и тогда в (3.2), (3.3) появляются дополнительные множители: вместо D_q надо писать $D_q(1 +$

+ κ/D_q), а вместо $c_1 - c_1(1 + c_2\kappa/c_1L_q\sqrt{b})$, вместо $D_\sigma - D_\sigma(1 + \kappa/D_\sigma)$ и вместо $c_3 - c_3(1 + c_4\kappa/c_3L_\sigma\sqrt{b})$.

Вклад каждого слагаемого в энергетическом балансе пульсаций T' и $u'T'$ характеризуется относительными оценками, приписанными к каждому члену уравнений (3.2), (3.3). Существенное изменение искомым величин происходит на расстоянии порядка ширины фронта турбулентного пламени δ , кроме того, предполагается, что $D_b \approx L\sqrt{b}$, $D_b \approx D_q \approx D_\sigma$, $u_t \approx u'$ (такой выбор u_t дает верхнюю оценку вторых слагаемых в левых частях (3.2), (3.3), $q \approx L\sqrt{b}dT/dx \approx L\sqrt{b}T_+/\delta$, $L \approx L_q \approx L_\delta$).

4. Рассмотрим случай турбулентного горения, когда $L \ll \delta$. При мелкомасштабном турбулентном горении δ может существенно превышать соответствующую ширину ламинарного пламени δ_0 : растяжение турбулентного пламени за счет интенсификации переноса тепла и дополнительное растяжение (реакция первого порядка) за счет смещения максимума тепловыделения в сторону более низких температур [7]. Это замечание относится и к характерному времени реакции τ_x : в турбулентном пламени τ_x может значительно превышать τ_+ — время реакции при максимальной температуре и начальной концентрации исходного вещества.

Видно, что для рассматриваемого случая перенос энергии пульсаций турбулентной диффузией и конвекцией является несущественным, так что устанавливается энергетический баланс между порождением флуктуаций на градиенте средней температуры, диссипацией и генерированием (поглощением) химическими реакциями.

Отбрасывая в (3.2), (3.3) несущественные слагаемые, будем иметь

$$(4.1) \quad |u'|^2 dT/dx - (Q/c\rho)q\Phi_{**}(T, |T'|)/|T'| + c_1\sqrt{b}/L_q = 0;$$

$$(4.2) \quad qdT/dx - (Q/c\rho)|T'|^2\Phi_{**}(T, |T'|) + (c_3\sqrt{b}/2L_\sigma)|T'|^2 = 0.$$

Если масштабы и коэффициенты турбулентности связаны равенством *

$$(4.3) \quad 2c_1L_\sigma = c_3L_q,$$

то изменение $|T'|$ подобно изменению q

$$(4.4) \quad q = -|u'| |T'|.$$

Знак минус выбран из условия положительности коэффициента турбулентной температуропроводности.

Распространение пламени описывается уравнениями (3.1), (4.2), (4.4), которые после несложных преобразований представим в виде

$$(4.5) \quad d|T'|/dT = u_t/|u'| - \Phi_*(T, |T'|)/[|u'|c\rho|T'|/LQ - \Phi_{**}(T, |T'|)];$$

$$(4.6) \quad |T'|(T_+) = 0, |T'|(T_-) = 0;$$

$$(4.7) \quad dT/dx = |T'|/L - (Q/c\rho|u'|)\Phi_{**}(T, |T'|).$$

Решение краевой задачи (4.5), (4.6) дает скорость турбулентного горения u_t , а (4.7) — профиль распределения температуры.

Для сравнения с результатами работ [7—9] переформулируем (4.5) — (4.7) в безразмерных переменных

$$(4.8) \quad dp/du = \Phi_*(u, p)/[p + F_0\Phi_{**}(u, p)] - \omega_t;$$

$$(4.9) \quad p(0) = p(1) = 0;$$

* Рассмотрение более общего случая, когда равенство (4.3) не выполняется, не представляет принципиальных трудностей и приводит к некоторому усложнению конечного результата.

$$(4.10) \quad \xi = - \int_0^u \frac{du}{p + F_0 \Phi_{**}(u, p)};$$

$$(4.11) \quad 2\Phi \left(\begin{smallmatrix} * \\ ** \end{smallmatrix} \right) = (u + F_0 p)^n \exp[-\theta_0(u + F_0 p)/(1 - \sigma(u + F_0 p))] \pm \\ \pm (u - F_0 p)^n \exp[-\theta_0(u - F_0 p)/(1 - \sigma(u - F_0 p))]$$

при $0 \leq u \leq \varepsilon$; при $\varepsilon < u < 1$ $\Phi \left(\begin{smallmatrix} * \\ ** \end{smallmatrix} \right) = 0$ (знак $+$ выбирается для Φ_* , $-$ для Φ_{**}).

Связь между размерными и безразмерными величинами дается зависимостями

$$u = (T_+ - T)/(T_+ - T_-), \quad p = |T'|/F_0(T_+ - T_-), \\ \omega_t = u_t \sqrt{\tau_+ / Lu'}, \\ \tau_+ = \rho^{1-n} z^{-1} \exp(E/RT_+), \quad x_0 = \sqrt{L|u'|} \tau_+, \quad \xi = x/x_0, \\ F_0 = L/x_0 = \sqrt{\tau_+ / \tau_x}, \quad \tau_1 = L/|u'|, \\ \sigma = 1 - T_-/T_+, \quad \theta_0 = E(T_+ - T_-)/RT_+^2.$$

Масштаб L пропорционален L_q

$$L = L_q / c_1 c_5,$$

где коэффициент c_5 учитывает возможную гидродинамическую неізотропию потока, $b = c_5 |u'|^2$. Для изотропного потока $c_5 \simeq \sqrt{3}/2$. Среднее значение величины $c_1 \simeq 2,5$ определено для нереагирующего потока [13]. Поэтому при сравнении с ранее полученными результатами [7-9] следует иметь в виду связь $F_0 = F/\sqrt{c_1 c_5} \simeq F/\sqrt{3}$.

5. Рассмотрим предельный случай $|T'| \ll T$, позволяющий сделать некоторые качественные выводы. Используя разложение (2.6) и равенство (4.3), получим градиентные представления

$$(5.1) \quad q = \langle u' T' \rangle = -L|u'| [1 - (Q\tau_1/c\rho)d\Phi/dT]^{-1} |dT/dx|;$$

$$(5.2) \quad |T'| = L [1 - (Q\tau_1/c\rho)d\Phi/dT]^{-1} |dT/dx|.$$

При отсутствии химических реакций (или при $\tau_1/\tau_x \ll 1$) (5.1), (5.2) дают классический результат теории пути смешения. Наличие химического тепловыделения увеличивает коэффициент турбулентной теплопроводности κ ; в той зоне пламени, где величина $d\Phi/dT > 0$, и уменьшает его на конечной стадии завершения реакции, когда выражение $d\Phi/dT$ (см. фигуру) сменило знак. Величина Φ_{**} в (4.8) отражает роль химической реакции в теплообмене в пламени.

Приближенное влияние этого эффекта на скорость турбулентного горения можно получить из (4.8), пренебрегая в нем влиянием пульсаций температуры на Φ_* . Для реакции первого порядка после интегрирования (4.8) по методу Я. Б. Зельдовича будем иметь

$$(5.3) \quad \omega_T^2 \simeq 2 \int_0^1 \frac{ue^{-\theta_0 u}}{1 + 3^{-1} F^2 (1 - \theta_0 u) e^{-\theta_0 u}} du.$$

Разлагая подынтегральное выражение (5.3) по степеням и осуществляя интегрирование, получим

$$(5.4) \quad \omega_t/\omega_0 \approx \sqrt{1 + F^4/3^5},$$

F	ω_t/ω_0 (5.4)	ω_t/ω_0 (4.8)—(4.11)
1	1,00	1,01
2	1,03	1,04
3	1,17	1,12
4	1,38	1,33

где $\omega_0 = V\sqrt{2}/\theta_0$ — скорость ламинарного горения. Условие применимости (5.4)

$$(5.5) \quad F < e\sqrt{3} \approx 4,7, \quad \tau_1/\tau_+ \leq 7,29.$$

Предел (5.5) является оценочным, справедливым при $|T'| \ll T$. В общем случае он может не достигаться: с увеличением L увеличивается

характерное время протекания реакции за счет искажения пульсациями функции тепловыделения. В таблице приведены результаты расчетов по формуле (5.4) в сравнении с (4.8)—(4.11). При этом использовался (4.11), пренебрегали влиянием пульсаций температуры на Φ_* , а Φ_{**} представляли в виде разложения при $F_0 p \ll 1$, как в (2.6), (2.7).

Следует различать мелкомасштабное пламя в свободном и пристенном турбулентных течениях (где нужно учесть зависимость L от расстояния от стенки, переменность пульсации $|u'|$ и т. п.). Кроме того, при исследовании турбулентного горения в пристенных областях, которое обычно реализуется в промежуточной области пограничного слоя [14, 15], нельзя пренебрегать величиной $\kappa/L\sqrt{b}$ в сравнении с единицей.

Поступила 9 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
2. Мошин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
3. Williams F. A. An approach to turbulent flame theory.— «J. Fluid Mech.», 1970, vol. 40, N 2.
4. Коловандин Б. А. К расчету основных характеристик теплообмена в турбулентных течениях со сдвигом.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 1. М., «Энергия», 1968.
5. Вулис Л. А. О скорости турбулентного горения.— ФГВ, 1972, № 1.
6. Вилюнов В. Н. Некоторые вопросы теории турбулентного пламени.— В кн.: II конф. по матем. и механике. Т. 2. Томск, изд. Томского ун-та, 1972.
7. Баушев В. С., Вилюнов В. Н. Скорость распространения и пределы существования турбулентного пламени.— ПМТФ, 1972, № 3.
8. Баушев В. С., Вилюнов В. Н. К математической теории стационарной скорости распространения мелкомасштабного турбулентного пламени.— ПМТФ, 1973, № 4.
9. Вилюнов В. Н., Дик И. Г. О стационарных режимах горения в мелкомасштабном турбулентном потоке.— ПМТФ, 1973, № 3.
10. Либрович В. Б., Лисицын В. И. Баланс энергии турбулентных пульсаций в реагирующих потоках. IV Всесоюз. симпозиум по горению и взрыву. Аннотации докладов. Черноголовка, изд. ОИХФ АН СССР, 1974.
11. Лыков А. В. Теплообмен. М., «Энергия», 1972.
12. Глушко Г. С. Дифференциальное уравнение для масштаба турбулентности и расчет турбулентного пограничного слоя на пластине.— В кн.: Турбулентные течения. М., «Наука», 1970.
13. Акатнов И. И. О линейных масштабах турбулентности в полуэмпирической теории.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 3.
14. Вилюнов В. И. К теории эрозийного горения порохов.— «Докл. АН СССР», 1961, т. 136, № 2.
15. Вилюнов В. И., Дворяшин А. А. О закономерностях горения пороха в потоке газа.— ФГВ, 1971, № 1.