

ОСТЫВАНИЕ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ НА ГРАНИЦЕ СО ВЗРЫВАЮЩЕЙСЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СТЕНКОЙ

Остывание замагниченной плазмы на границе с холодной стенкой, сопровождающееся взаимодействием магнитных и тепловых процессов, приводит в ряде случаев к аномально большому эффективному коэффициенту теплопроводности и магнитной диффузии. Так, при остывании водородной плазмы на границе с изолятором или плотной многозарядной плазмой эффективная теплопроводность оказывается порядка боровской [1, 2].

При остывании плазмы, ограниченной жесткой идеально проводящей стенкой, увеличение теплопроводности по сравнению с классической замагниченной теплопроводностью, как показано в [1], менее существенно и возможно лишь для плазмы с $\beta \gg 1$ ($\beta = 16 \pi N_0 T_0 / H_0^2$ — отношение теплового давления плазмы к магнитному давлению; N_0 , T_0 , H_0 — плотность электронов, температура и магнитное поле в плазме вдали от границы). При этом металлическую стенку можно считать жесткой идеально проводящей в том случае, если она не взрывается из-за воздействия теплового потока из плазмы, т. е. ее теплопроводность в конденсированной фазе оказывается достаточной, чтобы отводить тепло не испаряясь. Это условие выполняется при относительно невысоких плотностях энергии (так, для плазмы с $T_0 = 1$ кэВ и $\beta = 1$ — при $H_0 \leq 0,2$ МГс). При более высоких плотностях энергии наличие взорванного тепловым потоком слоя металла существенно меняет характер остывания и увеличивает тепловые потери плазмы. Этот случай и рассматривается в настоящей работе. Магнитные поля, однако, считаются не слишком высокими ($H_0 < 10$ МГс), так как при $H_0 > 10$ МГс, когда происходит взрыв скин-слоя джоулевым теплом и металл теряет проводимость, задача сводится к ранее рассмотренной [1, 2] задаче об остывании плазмы на границе с изолятором.

Пусть все величины зависят от координаты X , перпендикулярной поверхности металла, и времени t , магнитное H и электрическое E поля перпендикулярны друг другу и оси X , характерные времена велики по сравнению с газодинамическими, так что полное давление как в водородной плазме, так и в парах металла успевают выравняться:

$$(0.1) \quad p + H^2/8\pi = P_0 = 2N_0 T_0 + H_0^2/8\pi$$

(p — тепловое давление). Уравнения для магнитного и электрического полей и теплового баланса плазмы [3], записанные в лагранжевых переменных, имеют вид

$$(0.2) \quad \frac{\partial E}{\partial X} = -\frac{1}{c} \left(\frac{dH}{dt} - \frac{H}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right), \quad \frac{\partial H}{\partial X} = -\frac{4\pi}{c} j, \quad E = j/\sigma - \frac{b_\Lambda}{e} \frac{\partial T}{\partial X},$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial Q}{\partial X} + jE, \quad Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{b_\Lambda T}{e} j,$$

где ρ — плотность массы; ε — внутренняя энергия; σ , χ , b_Λ — поперечные проводимость, теплопроводность и термоэлектрический коэффициент; Q — плотность потока тепла.

1. Остывание плотной плазмы. Наличие аномально больших эффективных коэффициентов теплопроводности означает, как показано в [1], что задача для водородной плазмы является квазистационарной: плотность водородной плазмы в пристеночной зоне велика по сравнению с плотностью N_0 , а в уравнениях (0.2) для магнитного и электрического полей и теплового баланса плазмы в пристеночной зоне можно пренебречь производными по времени и считать постоянными электрическое поле и поток энергии. Тогда (0.2) примут вид [2]

$$(1.1) \quad E = -\frac{c}{4\pi\sigma} \frac{\partial H}{\partial X} - \frac{b_\Lambda}{e} \frac{\partial T}{\partial X},$$

$$\frac{c}{4\pi} E H_0 (1 + 5\beta/4) = -\chi \frac{\partial T}{\partial X} - \frac{cT}{4\pi e} b_\Lambda \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{c}{4\pi} E H$$

($(c/4\pi) E H_0 (1 + 5\beta/4)$ — поток энергии, втекающий в разрядную зону из плазмы).

В ионизованных парах главную роль в теплопереносе играет излучение. За счет лучистой теплопроводности масса паров в разрядной зоне намного превышает массу плазмы. Поэтому температура паров заметно ниже температуры водородной плазмы, и температуру водородной плазмы на границе с парами можно считать равной нулю.

Таким образом, если известно магнитное поле на границе водородной плазмы и паров H_1 , то граничными условиями к (1.1) будут

$$(1.2) \quad T(0) = 0, \quad H(0) = H_1, \quad N(-X_0) = 0$$

(для границы паров считаем $X = 0$, граница разрядной зоны $X = -X_0$), и для плазмы задача сводится к задаче об остывании на границе с изолятором [2].

Поскольку главный вклад в массу плазмы, накапливаемую в разряде, дает область, в которой степень замагниченности электронов $\omega_e \tau_e \sim 1$, а полное давление P_0 задано, то для перехода в (1.1) к безразмерным величинам в качестве единицы измерения давления естественно взять P_0 , а единицы измерения температуры $[T]$ и плотности $[N]$ такие, чтобы при $T = [T]$, $N = [N]$ было $p = P_0$, а $\omega_e \tau_e \sim 1$.

Выбирая $[T] = (ce\lambda \sqrt{mP_0})^{2/5}$, $[N] = P_0/[T]$ (m — масса электрона, λ — кулоновский логарифм) и вводя безразмерную координату $x = -\frac{E}{e^{0.2} m^{0.2} c^{0.4} \lambda^{0.4} P_0^{0.2}} X$ и безразмерные $\theta(x) = T/[T]$, $n(x) = N/[N]$, $h = H/\sqrt{8\pi P_0}$, систему уравнений (0.4), (1.1) можно переписать в виде

$$(1.3) \quad 2n\theta + h^2 = 1, \quad \frac{4}{3} \frac{\alpha}{\theta^{3/2}} h' + b\theta' = 1,$$

$$b\theta h' + \frac{3}{4} \left(g + \frac{g_i}{\sqrt{912A}} \right) \theta^{5/2} \theta' = \frac{1 + 5\beta/4}{\sqrt{1 + \beta}} - h,$$

где α , b , g , g_i зависят от степени замагниченности $y = \omega_e \tau_e = \frac{3}{2} \frac{h}{n} \theta^{3/2}$ и определяются, например, приближенными формулами [3]

$$(1.4) \quad \alpha = 1 - \frac{6,42y^2 + 1,86}{\Delta}, \quad b = \frac{y(1,5y^2 + 3,05)}{\Delta},$$

$$g = \frac{4,66y^2 + 12,1}{\Delta}, \quad g_i = \frac{2y_i^2 + 2,64}{y_i^4 + 2,7y_i^2 + 0,677},$$

$$\Delta = 3,77 + 14,8y^2 + y^4, \quad y_i = y/\sqrt{912A}$$

(A — атомный вес). Несколько более точные формулы для α , b , g приведены в [4]:

$$(1.5) \quad \alpha = 1 - \frac{3,03y + 1,37}{y^2 + 6,72y + 2,77},$$

$$b = \frac{y(1,5y^2 + 2,54)}{y^3 + 7,09y^2 + 3,27y + 2,87}, \quad \bar{g} = \frac{4,66y + 6,18}{y^3 + 5,35y^2 + 2,31y + 1,93}.$$

Граничные условия (1.2) в безразмерных переменных запишутся как $h(0) = h_1 \equiv H_1/\sqrt{8\pi P_0}$, $\theta(0) = 0$, $n(x_0) = 0$.

Масса плазмы, накапливаемая в пристеночном слое (масса осажденной плазмы) $a = \int_0^{x_0} N dX$ будет определяться через безразмерные переменные

$$(1.6) \quad a = \frac{P_0}{eE} \xi,$$

где

$$(1.7) \quad \xi = \int_0^{x_0} n dx.$$

Так как в силу условия вмороженности магнитного поля в плазму вдали от разрядной зоны скорость плазмы равна cE/H_0 , то скорость накопления массы плазмы

$$(1.8) \quad da/dt = N_0 cE/H_0.$$

Выражая E через a с помощью (1.6), получаем дифференциальное уравнение

$$a \frac{da}{dt} = \xi(\beta, h_1) \frac{c}{e} \frac{P_0 N_0}{H_0}.$$

Величина ξ как функция β и h_1 вычислена в [2] для кинетических коэффициентов (1.4).

Для полной постановки задачи необходимо определить магнитное поле H_1 . При достаточно большой плотности плазмы это можно сделать с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Действительно, сопротивление разряда по водородной плазме, согласно (1.6)—(1.8), падает с увеличением плотности N_0 , сопротивление же разряда по парам металла не зависит от N_0 ; поэтому при достаточно большой плотности замагниченной водородной плазмы проводимостью паров можно пренебречь и считать в них магнитное поле постоянным ($H = H_1$). Для его вычисления воспользуемся условием сохранения магнитного потока

$$(1.9) \quad \frac{d}{dt}(H_1 X_1) = cE$$

для слоя паров толщиной X_1 и условием сохранения энергии, считая пары идеальным газом с показателем адиабаты γ :

$$(1.10) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{p_1 X_1}{\gamma - 1} \right) + p_1 \frac{dX_1}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{H_1^2}{8\pi} X_1 \right) + \frac{H_1^2}{8\pi} \frac{dX_1}{dt} = \frac{c}{4\pi} E H_0 \left(1 + \frac{5}{4} \beta \right)$$

(p_1 — тепловое давление паров — постоянно из-за постоянства $H = H_1$ и условия равновесия (0.1)). Следует заметить, что условие сохранения энергии используется только в том случае, если геометрия системы такова, что излучаемый с поверхности паров поток энергии полностью компенсируется приходящим со стороны окружающих стенок (закрытая система). По поводу противоположного предельного случая, когда поток излучения, уходящий со стенки, ничем не компенсируется (открытая система), сказано ниже. Система уравнений (1.6), (1.8)—(1.10) вместе с условием равновесия $p_1 + H_1^2/8\pi = P_0$ полностью определяет остывание плотной плазмы.

При $P_0 = \text{const}$, $N_0 = \text{const}$, $H_0 = \text{const}$, $\beta = \text{const}$ из (1.6), (1.8)—(1.10) получаем, что осаждение плазмы происходит по диффузионному закону

$$(1.11) \quad a = \sqrt{2\xi \frac{c}{e} \frac{P_0 N_0}{H_0} t}, \quad E = \sqrt{\frac{\xi}{2ec} \frac{P_0 H_0}{N_0 t}},$$

$$X_1 = \sqrt{\frac{2\xi c}{e} \frac{P_0 H_0 t}{N_0 H_1^2}},$$

а безразмерное магнитное поле h_1 определяется из алгебраического уравнения

$$h_1^2 \frac{\gamma - 2}{\gamma - 1} - h_1 \frac{2 + 2.5\beta}{\sqrt{1 + \beta}} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} = 0,$$

т. е.

$$(1.12)$$

$$h_1(\beta) = \frac{1}{(2 - \gamma) \sqrt{1 + \beta}} \left\{ \sqrt{1 + \beta \left[1 + \left(\frac{25}{16} \beta + \frac{3}{2} \right) (\gamma - 1)^2 \right]} - (\gamma - 1)(1 + 5\beta/4) \right\}.$$

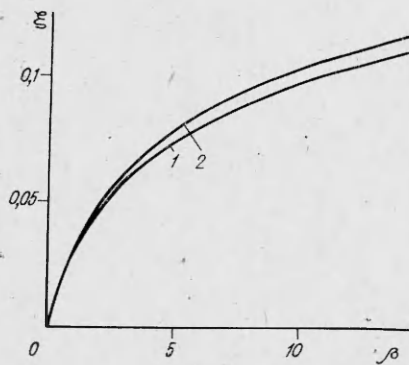


Рис. 1

При $\beta \rightarrow 0$ $h_1 \rightarrow 1$, а при $\beta \rightarrow \infty$ $h_1 \approx \frac{0,4\gamma}{(\gamma-1)\sqrt{\beta}} \rightarrow 0$; таким образом, согласно [2], при $\beta \rightarrow 0$ $\xi \rightarrow 0$, а при $\beta \rightarrow \infty$ $\xi \rightarrow \text{const}$. Зависимость $\xi(\beta, h_1(\beta))$ для $h_1(\beta)$ из (1.12), полученная с помощью уравнений (1.3), (1.7) для системы коэффициентов α, b, g из (1.5), $g_i(A=2)$ из (1.4) при $\gamma = 1,21$ *, изображена на рис. 1 (кривая 1). Для сравнения здесь же представлена зависимость $\xi(\beta, h_1(\beta))$ для системы коэффициентов (1.4) (кривая 2). Заметим, что хотя разница между коэффициентами (1.4) и (1.5) довольно значительна (например, для b она доходит до 30%), разница

между значениями $\xi(\beta)$ не превышает 6%. Это указывает на слабую зависимость ξ от значений кинетических коэффициентов, кроме того, по-видимому, существенна взаимная компенсация отклонений разного знака (1.4) от (1.5) для различных $\omega_e \tau_e$.

Поскольку при больших β $h_1 \approx 0$, эффективный коэффициент диффузии $D \sim 2\xi c P_0 / e N_0 H_0$ при остывании плотной плазмы на границе со взрывающейся металлической стенкой такой же, как и при остывании на границе с изолятором ($\xi(\beta \rightarrow \infty) \approx 0,18$, $D \approx c T_0 / e H_0$) и превышает боровскую теплопроводность примерно на порядок, а при $\beta \approx 1$, когда $\xi \approx 0,03$, он оказывается порядка боровского.

Для проверки представленных здесь теоретических результатов, определяющих остывание плотной плазмы вблизи взрывающейся металлической стенки, произведено численное моделирование остывания дейтериевой плазмы с $T_0 = 0,5$ кэВ, $H_0 = 0,5$ МГц, $\beta = 1$ вблизи медной стенки. При моделировании учитывались (как для дейтерия, так и для меди) гидродинамическое движение, магнитная диффузия и электронная теплопроводность. Кроме того, для дейтерия учитывались дополнительные вклад в электрическое поле и тепловой поток из-за эффекта Нернста (слагаемые с коэффициентом b_Λ в (0.2)) и ионная теплопроводность, а для меди — лучистый теплоперенос. Кинетические коэффициенты α, b_Λ, g в дейтерии находились из формул (1.5), g_i — из (1.4).

Уравнение состояния меди, использованное в расчетах (в см, г, мкс, температура в эВ), имело вид

$$\varepsilon(\rho, T) = \varepsilon_1(\rho) + \varepsilon_2(\rho, T) + \varepsilon_s(\rho, T),$$

$$p(\rho, T) = p_1(\rho) + p_2(\rho, T) + p_s(\rho, T),$$

где $\varepsilon_1 = (2,32/\rho_0)(\delta^{2,1}/2,1 - \delta^{1,5}/1,5 + 4/21)$, $p_1 = 2,32(\delta^{3,1} - \delta^{2,5})$ ($\rho_0 = 8,9$ г/см³, $\delta = \rho/\rho_0$); $\varepsilon_2 = 0,0121 T^{3/4} \delta^{5/6}$; $p_2 = (10/3)\varepsilon_2 \rho$; $\varepsilon_s = (0,965/A) \cdot [1,5(1+z)T + Q(z)]$, $p_s = (0,965/A)\rho(1+z)T$; A — атомный вес, равный 63,5; z определялось приближенным способом решения уравнения Саха для многократной ионизации [5] с помощью трансцендентного уравнения $I(z+0,5) = T \ln(317A T^{3/2}/(z\rho))$; $I(z)$ — потенциалы ионизации;

$Q(z)$ — затраты на ионизацию: $Q(z) = \sum_{i=1}^z I_i(z)$. Проводимость σ меди вычислялась в плазменной области ($\rho < 0,28$ г/см³) по формулам [6]:

$$\text{для } z > 1 \quad \sigma = 0,871 \cdot 10^8 \frac{3,25 + 1,41/z T^{3/2}}{1 + 1,41/z T^{3/2} z \lambda},$$

$$\lambda = \ln \left(1 + \frac{0,052}{z} \sqrt{\frac{T^3 A}{\rho z (1+z)}} \right);$$

* $\gamma = 1,21$ примерно соответствует показателю адиабаты медных паров в области мегагауссовых магнитных полей (см. следующий раздел).

для $z < 1$

$$(1.13) \quad \sigma = \frac{1}{0,594 \cdot 10^{-8} \frac{\lambda}{T^{3/2}} + \frac{1-z}{z} 1,3 \cdot 10^{-9}},$$

$$\lambda = \ln \left(1 + 0,037 \sqrt{\frac{T^3 A}{\rho z}} \right);$$

в области конденсированной фазы ($\rho > 2,8 \text{ г/см}^3$)

$$(1.14) \quad \sigma = \frac{4,83 \cdot 10^8}{\varepsilon - 0,0004} \delta,$$

а в промежуточной области ($0,28 \text{ г/см}^3 < \rho < 2,8 \text{ г/см}^3$) σ определялась с помощью интерполяции по плотности между формулами (1.13) и (1.14). Электронная теплопроводность в меди считалась немагнитичной, коэффициент электронной теплопроводности меди находился из закона Видемана — Франца

$$\chi = \frac{\pi^2 k T}{3e^2} \sigma$$

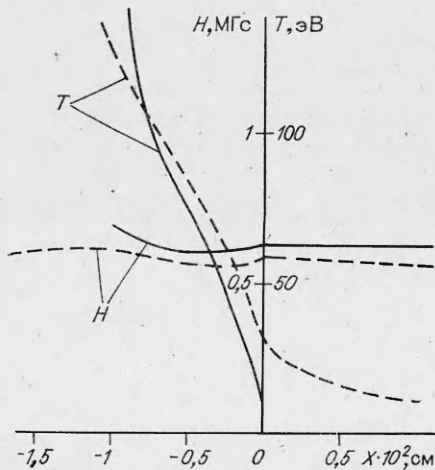
(k — постоянная Больцмана). Для переноса энергии излучения использовалось приближение вперед — назад [5] с пробегом $l = (4/3)l_r$ (l_r — росселандов пробег) для обеспечения правильного предельного перехода к уравнению теплопроводности. При этом пробег зависел от температуры и плотности (серое вещество) и равнялся [5]

$$\text{для } z > 1 \quad l_r = 0,3 \frac{T^{7/2} A^2}{\rho^2 z^3};$$

$$\text{для } z < 1 \quad l_r = 0,3 \frac{T^{7/2} A^2}{\rho^2 z^2}.$$

Граничным условием, определяющим распространение излучения, являлось равенство нулю потока излучения на границе разрядной зоны (закрытая система). В начальном состоянии считалось, что медь имеет нормальную плотность $\delta = 1$ и температуру, близкую к комнатной, $\varepsilon = 0,0013$.

На рис. 2 представлены профили температуры и магнитного поля на момент времени $t = 0,085 \text{ мкс}$, полученные с помощью уравнений (1.3) (сплошные кривые) и в результате численного моделирования (штриховые). Сравнение показывает удовлетворительное согласие. Гораздо лучше согласие между величинами объемов остывшей плазмы. При численном моделировании толщина плазмы уменьшилась к этому моменту времени на $\Delta X = 0,042 \text{ см}$, а, согласно (1.11), для толщины осажденной плазмы $\Delta X = 0,045 \text{ см}$.



Р и с. 2

2. Шунтирующий разряд по парам металла. При достаточно малой плотности водородной плазмы, в противоположность случаю, рассмотренному выше, проводимость паров металла определяющая, и главную роль играет разряд по парам металла, шунтирующий, таким образом, разряд по водородной плазме. Рассмотрим задачу, в которой в начальный момент времени плазма с постоянными по объему температурой, плотностью и магнитным полем находится в соприкосновении с холодной медной

стенкой. Основное в теплопередаче в парах металла — излучение, перенос которого при больших временах для закрытой системы находится из уравнения теплопроводности. Поскольку при этом в задаче отсутствует характерный масштаб длины, ее решение автомодельное, а теплопроводность и магнитная диффузия определяют диффузионный характер автомодельности. Рассмотрение этой задачи отличается от задачи о диффузии магнитного поля, сопровождаемой лучистой теплопроводностью, в изоляторе [7] только граничными условиями.

Для уравнения состояния, пробега излучения и проводимости медных паров предположим степенную форму зависимости от температуры и плотности. Тогда, используя для этих величин формулы предыдущего раздела в области температур 3—30 эВ и плотностей 10^{-1} — 10^{-3} г/см³, получаем приближенно следующие зависимости: $p/\rho = 0,0075 T^{1,67}/\rho^{0,14}$, $l_r = 10^{-6} T/\rho^{1,64}$, $\sigma = 2,7 \cdot 10^8 T^{0,92} \rho^{0,2}$, показатель адиабаты $\gamma = p/\varepsilon\rho + 1 = 1,21$. Для перехода к безразмерным переменным единицы измерения температуры $[T]$ и плотности $[\rho]$ выберем аналогично [7] так, чтобы коэффициенты температуропроводности и магнитной диффузии $\kappa = c^2/4\pi\sigma$ были одного порядка величины: $\sigma_{SB} [T]^{1,4} l_r ([T], [\rho])/P_0 = \kappa([T], [\rho])$ ($\sigma_{SB} = 1,03 \cdot 10^{-6}$ — постоянная Стефана — Больцмана), а тепловое давление — порядка заданного P_0 : $p([T], [\rho]) = P_0$; тогда $[T] = 12 \text{ эВ } P_0^{0,31}$ (ГПа), $[\rho] = 0,01 \text{ г/см}^3 P_0^{0,57}$ (ГПа). Используя автомодельную переменную $\zeta = 390 \int \rho dX (\text{г/см}^2) / [\sqrt{t(\text{мкс})} P_0^{0,37} (\text{ГПа})]$ и вводя безразмерные функции

$$T = [T]\theta(\zeta), \quad \rho = [\rho]n(\zeta), \quad H = \sqrt{8\pi P_0} h(\zeta),$$

$$E = 0,63 \frac{\text{кВ}}{\text{см}} \frac{P_0^{0,3} (\text{ГПа})}{\sqrt{t(\text{мкс})}} \varepsilon(\zeta), \quad Q = 2,5 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \frac{P_0^{0,8} (\text{ГПа})}{\sqrt{t(\text{мкс})}} q(\zeta),$$

$$X = 0,25 \text{ см} \frac{\sqrt{t(\text{мкс})}}{P_0^{0,2} (\text{ГПа})} \bar{x}(\zeta),$$

систему уравнений (0.1), (0.2) перепишем в виде

$$(2.1) \quad \theta^{1,67} n^{0,86} + h^2 = 1,$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\zeta} = \frac{\zeta}{n} \left(\frac{dh}{d\zeta} - \frac{h}{n} \frac{dn}{d\zeta} \right), \quad \frac{dh}{d\zeta} = -\frac{1}{2} \frac{\theta^{0,92}}{n^{0,8}} \varepsilon, \quad q = -\frac{16}{3} \frac{\theta^4}{n^{0,64}} \frac{d\theta}{d\zeta},$$

$$\frac{dq}{d\zeta} = \frac{\varepsilon^2 \theta^{0,92}}{2 n^{0,8}} + \frac{5}{6} \zeta \left(\frac{14 \theta^{0,67}}{3 n^{0,14}} \frac{d\theta}{d\zeta} - \frac{\theta^{1,67}}{n^{1,14}} \frac{dn}{d\zeta} \right), \quad \frac{dx}{d\zeta} = 1/n.$$

Сформулируем граничные условия к системе (2.1). Тепловой поток на границе с плазмой ($\zeta = 0$) можно вычислить как разность между полным потоком энергии, приходящим в разрядную зону из плазмы $(c/4\pi) \cdot EH_0(1 + 5\beta/4)$, и потоком электромагнитной энергии $(c/4\pi)EH_1$ (H_1 — магнитное поле на границе водородной плазмы и паров). Таким образом, одно из граничных условий на этой границе — связь между тепловым потоком и электрическим полем, которая в безразмерных переменных выглядит как

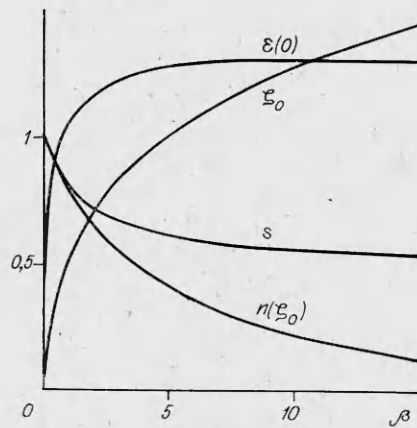
$$(2.2) \quad q(0) = \left[\frac{1 + (5/4)\beta}{\sqrt{1 + \beta}} - h_1 \right] \varepsilon(0).$$

Второе граничное условие вытекает из того, что разряд по парам является шунтирующим для разряда по водородной плазме, т. е. для разряда по водородной плазме в этом случае полагаем $E = 0$, значит, из (1.11) $\xi = 0$, а поскольку ζ обращается в нуль при $h_1 = 1$, то граничным условием следует считать

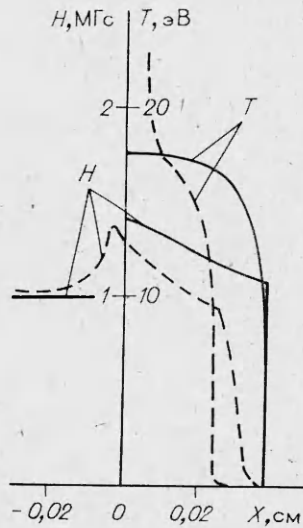
$$(2.3) \quad h_1 = 1.$$

На границе паров с неиспаренным металлом граничными условиями будут равенства нулю температуры, теплового потока и электрического поля:

$$(2.4) \quad \theta(\zeta_0) = q(\zeta_0) = \varepsilon(\zeta_0) = 0.$$



Р и с. 3



Р и с. 4

Решив систему (2.1) с граничными условиями (2.2)–(2.4), с помощью (1.8) определим толщину осажденной плазмы:

$$(2.5) \quad \Delta X = 0,25 \text{ см} \frac{\sqrt{t} (\text{мкс})}{P_0^{0,2} (\text{ГПа})} \varepsilon(0) \sqrt{1 + \beta}.$$

Оценим порядки величин, характеризующих разрядную зону при больших и малых β . При $\beta \gg 1$ в уравнениях переноса тепла можно пренебречь ролью членов с магнитным полем, электрическое поле найти из связи (2.2), тогда $\theta \sim \beta^{0,10}$, $n \sim \beta^{-0,22}$, $x \sim \beta^{0,47}$, $\varepsilon(0) \sim \beta^{-0,03}$, а магнитное поле экспоненциально затухает в глубь разрядной зоны. При $\beta \ll 1$ в зоне разряда $\theta^{1,67} n^{0,86} \sim \beta$ и из (2.1) имеем

$$(2.6) \quad \theta \sim \beta^{0,42}, \quad n \sim \beta^{0,35}, \quad x \sim \varepsilon(0) \sim \beta^{0,27}.$$

Некоторые результаты численных расчетов системы (2.1) с граничными условиями (2.2)–(2.4) представлены на рис. 3, 4. На рис. 3 как функции β изображены электрическое поле на входе в разряд $\varepsilon(0)$, масса паров в разряде ξ_0 , магнитное поле на границе с неиспаренным металлом $h(\xi_0)$ и отношение объема, занятого парами, $X(\xi_0)$ к объему осажденной плазмы (2.5) $s = x(\xi_0)/\varepsilon(0) \sqrt{1 + \beta}$. На рис. 4 сплошные кривые — профили магнитного поля и температуры, найденные в результате решения уравнений (2.1) и пересчитанные для сравнения с результатами численного моделирования в размерные единицы для случая остывания плазмы с $H_0 = 1$ МГс, $T_0 = 10$ эВ, $\beta = 1$ к моменту времени $t = 0,035$ мкс. Здесь же для этого случая (штриховые кривые) приведены результаты численного моделирования, полученные в манере, описанной в п. 1. Численное моделирование дает меньший размер области, охваченной разрядом, что объясняется влиянием разряда по водородной плазме, которое не учитывалось при расчетах по формулам (2.1). Эта же разница сказывается на толщине осажденной плазмы, которая по (2.5) равна $\Delta X = 0,047$ см, а при численном моделировании $\Delta X = 0,036$ см.

До сих пор мы считали систему закрытой, так что поток энергии, излучаемый с поверхности паров, полностью компенсируется излучением, приходящим со стороны окружающих стенок. Перейдем к случаю открытой системы, когда геометрия такова, что этот поток ничем не компенсируется. Тогда в парах из-за сброса тепла характерное тепловое давление много меньше магнитного и теплового давления водородной плазмы $\beta_v \ll 1$, β и меняется со временем. Для определения зависимости $\beta_v(t)$ учтем, что тепловой поток с поверхности, соответствующий в этом случае излучению черного тела $Q \sim T^4(t)$, должен компенсировать тепло, поступающее из плазмы $\sim E(t) \sim \varepsilon(0)/\sqrt{t}$. Приравняв эти потоки и используя зависимости θ и $\varepsilon(0)$ от β из (2.6), получаем $\beta_v \sim t^{-0,35}$, $X \sim t^{0,4}$. Таким

образом, X растет медленнее, чем по диффузионному закону, и сопротивление разряда по парам для открытой системы меньше, чем для закрытой.

Рассмотрим вопрос о том, когда плазму можно считать достаточно плотной и для остывания ее пользоваться результатами п. 1, а когда — п. 2, для чего, как уже говорилось, следует сравнить сопротивление разряда по водородной плазме и по парам металла (сравнивая толщины осаждаемой плазмы, рассчитанные по формулам (1.11) и (2.5)). Определяющим будет режим, для которого толщина оказывается меньше, хотя, если эти величины не сильно отличаются, можно ожидать заметного влияния неучтенного режима (как, например, для случая на рис. 4), уменьшающего толщину осаждаемой плазмы. В любом из этих режимов, однако, если замагниченность плазмы достаточно велика, эффективная теплопроводность может заметно превышать классическую.

ЛИТЕРАТУРА

1. Векштейн Г. Е. Магнитотепловые процессы в плотной плазме // Вопросы теории плазмы/Под ред. Б. Б. Кадомцева. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — Вып. 15.
2. Гаранин С. Ф. Разряд, возникающий при вытекании магнитного потока из плазмы в изолятор // ПМТФ. — 1987. — № 6.
3. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1963. — Вып. 1.
4. Epperlein E. M., Haines M. G. Plasma transport coefficients in a magnetic field by direct numerical solution of the Fokker — Planck equation // Phys. Fluids. — 1986. — V. 29, N 4.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
6. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. — М.: Наука, 1971.
7. Гаранин С. Ф. Диффузия сильного магнитного поля в плотную плазму // ПМТФ. — 1985. — № 3.

г. Москва

Поступила 7/IX 1988 г.

УДК 621.65.03:621.59

Н. П. Авдеев, Г. И. Бумагин, А. Ф. Дудов, Р. К. Романовский

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕЗОНАНСА В ИОННО-КОНВЕКЦИОННОМ НАСОСЕ

В [1] описано наблюдавшееся авторами в эксперименте явление резонанса в ионно-конвекционном насосе (ИКН) с пульсирующим напряжением: при определенном соотношении между частотой пульсации, скоростью нейтрального компонента и длиной зоны переноса (см. формулу (3) в [1]) наблюдается резкое увеличение перепада давлений в ступени ИКН. В настоящей работе построена математическая модель этого явления.

1. Описание модели. Рассмотрим нестационарное гидравлическое приближение * системы уравнений ЭГД для ступени ИКН

$$(1.1) \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{F} \frac{\partial}{\partial x} \left[F_i \frac{E^2}{2} \right] - \frac{\partial p}{\partial x} - \xi \frac{\rho v^2}{2d},$$

$$\frac{\partial (F_i E)}{\partial x} = \frac{F_i q}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad F_i E = \frac{\partial (F_i U)}{\partial x}, \quad \frac{\partial (F_i q)}{\partial t} + \frac{\partial (F_i j)}{\partial x} = 0, \quad j = qv + qbE$$

при краевых условиях

$$(1.2) \quad U|_{x=0} = 0, \quad U|_{x=l} = U_0(t);$$

$$(1.3) \quad I|_{x=0} = I_0(t), \quad \frac{\partial E}{\partial t} \Big|_{x=0} = 0;$$

$$(1.4) \quad U_0(t) = A \left| \sin \frac{\omega t}{2} \right|, \quad I_0(t) = \begin{cases} k_0 U_0 (U_0 - U^*), & U_0 \geq U^*, \\ 0, & U_0 \leq U^*. \end{cases}$$

* Уравнения (1.1) выводятся из уравнений ЭГД для элемента канала и обычных допущений гидравлики аналогично [2, гл. 1, 3, § 2.2].