

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ ПОТОКА

В. И. Букреев, О. Ф. Васильев

(Новосибирск)

Экспериментальным путем проверены принципы подобия вероятностных характеристик стационарного процесса пульсации давления на границе открытого потока жидкости. Исследования проведены в лаборатории на совершенном гидравлическом прыжке в диапазоне характерных чисел Рейнольдса от $4,7 \cdot 10^4$ до $3,7 \cdot 10^5$ и при одинаковом числе Фруда в начальном сечении прыжка, равном 33. Масштаб потока изменялся в два и четыре раза. Измерения выполнены в различных точках по длине прыжка. Фиксировались пульсации, спектр которых расположен в диапазоне от 0 до 50 гц. Обработка записей производилась на электронной цифровой вычислительной машине.



Фиг. 1

Установлено, что вероятностные характеристики низкочастотной пульсации давления в открытом потоке пересчитываются по правилам, вытекающим из законов гравитационного подобия явлений. Кратко рассмотрен вопрос о виде одномерного закона распределения.

При решении вопросов, связанных с пульсацией давления в потоке жидкости, важно знать правила пересчета вероятностных характеристик этого явления с потока одного масштаба на другой. Основные законы подобия пульсационных процессов в турбулентном потоке могут быть получены обычным путем на основе дифференциальных уравнений гидродинамики.

При анализе турбулентной пульсации давления особое значение приобретают числа Эйлера и Струхалия, так как именно эти безразмерные комплексы должны использоваться для пересчета амплитудных и частотных характеристик пульсации давления.

Для изучения принципов подобия пульсации давления были предприняты систематические лабораторные исследования пульсации давления на дне открытого потока в зоне гидравлического прыжка. Результаты подобных исследований, изложенные, например, в [1], недостаточно полны и в некоторых отношениях противоречивы. Ниже рассматривается поведение статистических характеристик пульсации давления с изменением геометрического масштаба потока.

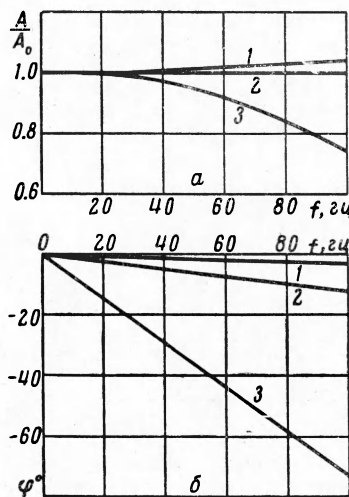
Опыты проводились на совершенном гидравлическом прыжке в лотке прямоугольного сечения с гладким горизонтальным дном. Начальное сечение прыжка находилось от створа плоского щита на расстоянии, равном удвоенному открытию последнего (фиг. 1). Здесь описываются результаты опытов, проведенных в трех различных геометрических масштабах ($\lambda = 1, 2$ и 4) при одинаковом числе Фруда в начальном сечении прыжка

$$F_1 = \frac{v_1^2}{gh_1} = 33$$

На фиг. 1 показаны размеры потока (в см) при максимальном его масштабе ($\lambda = 1$). Ширина потока не моделировалась и равнялась 80 см, т. е. примерно 1,5 максимальной высоты прыжка. Число Рейнольдса $R = q/\nu$ изменялось от $4,7 \cdot 10^4$ (при $\lambda = 4$) до $3,7 \cdot 10^5$ (при $\lambda = 1$) (q — удельный расход, ν — кинематическая вязкость).

Датчики давления тензометрического типа устанавливались по оси лотка. Их приемная площадь моделировалась в соответствии с геометрическим масштабом (при $\lambda = 4$ диаметр приемной площади равен 7,5 мм). Статистическая характеристика датчиков линейна во всем рабочем диапазоне и воспроизводится с точностью до 3% после нескольких месяцев эксплуатации.

На фиг. 2 приведены частотные характеристики отдельных звеньев измерительного канала: 1 — датчика, 2 — усилителя 8АНЧ-7М и 3 — электрического фильтра



Фиг. 2

¹ В [2,3] дается обзор других исследований по данному вопросу.

нижних частот и шлейфа осциллографа 9SO-1 (ГДР). На этой фигуре f — частота, A/A_0 — коэффициент усиления и φ^0 — фазовый сдвиг на частоте f . В диапазоне частот от 0 до 50 *гц* амплитудно-частотные характеристики почти постоянны, а фазово-частотные — линейны. С учетом этого, а также стационарности (в вероятностном смысле) исследуемых процессов, можно сделать заключение, что пульсация, спектр которой расположен в указанном диапазоне частот, фиксируется без существенных искажений. Наличие в измерительной цепи электрического фильтра избавляет от высокочастотных помех, значительно превосходящих полезный сигнал в этом диапазоне частот.

Полученные на осциллографической ленте записи пульсации давления $p(t)$ обрабатывались на электронной цифровой вычислительной машине с целью получения следующих статистических характеристик процесса, который являлся стационарным:

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt, \quad \sigma^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [p'(t)]^2 dt \quad (1)$$

$$r(\tau) = \frac{1}{\sigma^2(T-\tau)} \int_0^{T-\tau} p'(t) p'(t+\tau) dt \quad (2)$$

$$\mu_3 = \frac{1}{\sigma^3 T} \int_0^T [p'(t)]^3 dt, \quad \mu_4 = \frac{1}{\sigma^4 T} \int_0^T [p'(t)]^4 dt \quad (3)$$

$$\Phi(x) = P\{p(t) \leq x\} \quad (4)$$

Здесь $\langle p \rangle$ — осредненное давление, σ — среднеквадратичное значение пульсации давления, $r(\tau)$ — нормированная автокорреляционная функция, μ_3 и μ_4 — коэффициент асимметрии и эксцесс соответственно, $\Phi(x)$ — интегральный одномерный закон распределения, P — оператор нахождения статистической вероятности (частоты) указанного в скобках события, t , T , τ — время, $p'(t) = p(t) - \langle p \rangle$.

Период осреднения T брался (в результате контрольных просчетов) не менее ¹: 50 *сек* — при $\lambda = 1$, 36 *сек* — при $\lambda = 2$ и 25 *сек* — при $\lambda = 4$. Столь большое его значение (около 100 периодов наименьшей частоты пульсации) связано с нестационарностью положения прыжка относительно датчика. Большим T объясняется также выявленная при контрольных просчетах нечувствительность перечисленных статистических характеристик к изменению шага квантования процессов по времени Δt от 0.008 до 0.04 *сек* (от 10 до 2 точек на наименьший период пульсации). Это позволило производить считывание ординат с одинаковым шагом $\Delta t = 0.008$ *сек* во всех трех масштабах λ .

Как известно из анализа уравнений Навье — Стокса, в подобных гидродинамических явлениях вообще должно иметь место равенство для природы и модели каждого из чисел: Фруда F , Рейнольдса R , Эйлера E и Струхалия S (основных для большинства случаев)

$$F = \frac{v_0^2}{gl_0}, \quad R = \frac{v_0 l_0}{\nu}, \quad E = \frac{\delta p_0}{\rho v_0}, \quad S = \frac{l_0}{v_0 t_0}$$

Здесь v_0 , l_0 , t_0 , δp_0 — характерные значения скорости, длины, времени и давления соответственно, g — ускорение силы тяжести, ν — вязкость, ρ — плотность. В гидродинамических явлениях, где преобладающую роль играют инерционные и гравитационные силы, уже при сравнительно небольших значениях чисел R достигается автомодельность по числам Рейнольдса, и единственным определяющим критерием для осредненных параметров потока оказывается критерий Фруда.

Для вероятностных же характеристик пульсационного процесса предположение об автомодельности по числам Рейнольдса и определяющей роли критерия Фруда (моделируемости по Фрудру) требует экспериментального подтверждения. При этом имеем в виду, что для пересчета амплитудных и частотных характеристик пульсации давления должны использоваться числа Эйлера и Струхалия [5].

Спрактической точки зрения, наибольший интерес представляет низкочастотная часть спектра пульсации давления. По современным представлениям теории турбулентности, крупномасштабные вихри, «ответственные» за эти частоты, полностью определяются осредненным движением. Поэтому вышеупомянутые предположения для этой части спектра пульсации давления представляются вполне обоснованными. Что же касается мелкомасштабной турбулентности, то для нее можно ожидать более сложных законов моделирования.

¹ Такое соотношение минимальных периодов осреднения в разных линейных масштабах λ соответствует закону пересчета времени при моделировании явлений по законам гравитационного подобия.

Далее, на основе экспериментальных данных, полученных ранее, проверяются зависимости, вытекающие из изложенных принципов моделирования (индекс 1 соответствует $\lambda = 1$, тогда как индекс λ соответствует масштабу $\lambda \neq 1$)

$$\langle p_1 \rangle = \lambda \langle p_\lambda \rangle, \quad \sigma_1 = \lambda \sigma_\lambda \tag{5}$$

$$r_1(\tau) = r_\lambda(\tau / \sqrt{\lambda}) \tag{6}$$

$$(\mu_3)_1 = (\mu_3)_\lambda, \quad (\mu_4)_1 = (\mu_4)_\lambda, \quad \Phi_1\left(\frac{x - \langle p_1 \rangle}{\sigma_1}\right) = \Phi_\lambda\left(\frac{x - \langle p_\lambda \rangle}{\sigma_\lambda}\right) \tag{7}$$

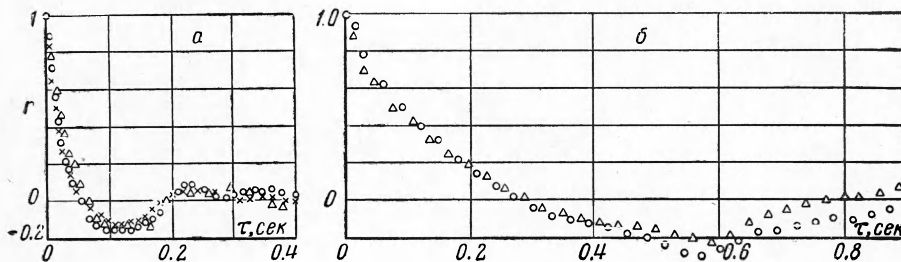
Таблица иллюстрирует поведение числовых характеристик пульсации давления с изменением геометрического масштаба λ ($\langle p \rangle$ и σ даны в мм водного столба). Величина $\eta = l/l_n$ означает расстояние от начального сечения прыжка в долях длины

	$\eta = 0.4$			$\eta = 0.6$			$\eta = 0.8$		$\eta = 1.0$	
	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 4$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 4$	$\lambda = 1$	$\lambda = 4$	$\lambda = 1$	$\lambda = 4$
$\langle p \rangle$	346	171	86	338	163	80	474	—	500	—
σ	56.0	27.9	13.0	36.5	19.0	8.3	22.8	6.1	16.0	3.8
μ_3	-0.47	0.14	-0.05	-0.25	-0.14	-0.40	0.03	-0.06	0.00	0.25
$\mu_4 - 3$	1.06	2.45	1.45	0.77	0.90	1.35	0.26	0.74	1.79	0.39

горизонтальной проекции вальца l_n , вычисленной по формуле¹ М. Д. Чертоусова^[6]. Максимальное полученное в опытах отклонение равно

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_1 - \lambda\sigma_\lambda}{\sigma_1} 100\% = 7\%$$

Это свидетельствует о моделируемости среднеквадратичного значения по Фрудру. Коэффициент асимметрии и эксцесс из-за их малости наиболее чувствительны к ошибкам эксперимента и обработки. Закономерности в их поведении с изменением масштаба не наблюдается, поэтому данные таблицы не опровергают зависимость (7).



Фиг. 3

На фиг. 3 для иллюстрации приведены нормированные автокорреляционные функции, пересчитанные по (6) на $\lambda = 1$. При этом фиг. 3, а, б соответствуют значениям $\eta = 0.4$ и 1.0 . На этой и следующей фигурах точки соответствуют $\lambda = 1$, крестики — $\lambda = 2$ и треугольники — $\lambda = 4$. Имеет место удовлетворительное совпадение указанных функций по всей длине прыжка.

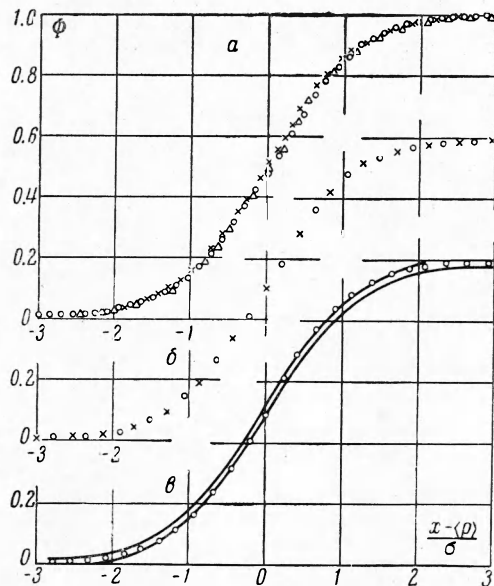
На фиг. 4, а, б, нанесены одномерные интегральные законы распределения центрированных и нормированных ординат процессов, записанных в разных масштабах и в точках с координатами $\eta = 0.4$ и 1.0 . Проверка показала, что все точки хорошо ложатся в доверительные области^[7], границы которых соответствуют 10% (фиг. 4, а) и даже 50% (фиг. 4, б) доверительной вероятности. Отсюда следуют два вывода. Во-первых, нет оснований отвергнуть гипотезу о принадлежности различных выборок к одной и той же генеральной совокупности, т. е. о совпадении центрированных и нормированных законов распределения на разномасштабных моделях. Во-вторых, ошиб-

¹ Фигурирующая здесь длина прыжка служит лишь для определения координат точек измерения, поэтому выбор той или иной эмпирической формулы (удовлетворяющей требованиям теории подобия) не имеет принципиального значения. При одинаковом числе Фруда соответственные линейные размеры меняются согласно линейному масштабу.

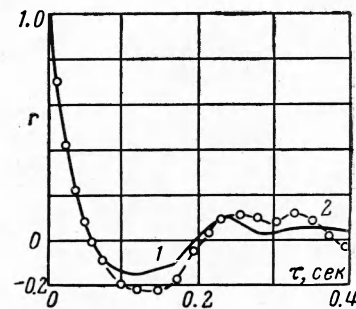
ки в определении законов распределения, связанные с конечностью периода осреднения T , оказались незначительными (в связи с этим более убедительны приведенные ниже выводы по фиг. 4, *е*). Аналогичные результаты имеют место и для других точек по длине прыжка. Таким образом, перечисленные выше вероятностные характеристики в низкочастотной части спектра пульсации давления моделируются по Фрудру во всех зонах гидравлического прыжка.

В заключение рассматривается вопрос о виде закона распределения. На фиг. 4, *е*, сплошные линии выделяют доверительную область нормального закона по критерию А. Н. Колмогорова. При этом доверительная вероятность взята равной 5%. Точки

соответствуют экспериментальному закону распределения, полученному осреднением по всем масштабам при $\eta = 0.4$. Тот факт, что часть опытных точек выходит за пределы достаточно широкой доверительной области, свидетельствует об отличии полученных в опытах распределений от нормального. К тому же выводу приводят существенные величины эксцессов, данные в таблице.



Фиг. 4



Фиг. 5

Однако при применении статистического метода в некоторых случаях отличием рассматриваемых процессов от нормального можно пренебречь. Например, фиг. 5 иллюстрирует удовлетворительное совпадение нормированных автокорреляционных функций, подсчитанных (1) по универсальному алгоритму (2) и (2) по алгоритму $r(\tau) = \cos \pi \eta \tau$ справедливому [8] только для нормальных процессов. Здесь η — вероятность того, что ординаты центрированного процесса, взятые с шагом τ , имеют разный знак.

Авторы благодарят Е. М. Романова и Е. И. Хахилева за изготовление датчиков и наладку измерительной аппаратуры и Э. В. Данилову, принимавшую участие в обработке экспериментальных данных.

Поступила 13 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Кумин Д. П., Преображенский Н. А., Юдицкий Г. А. Моделирование пульсации давления на стенки напорной галереи. Изв. ВНИИГ, 1954, т. 52, Л.
2. Ляхтер В. М., Халтурина Н. В., Смирнов Л. В., Князева Н. Н. Пульсация давления в точках водобоя по данным измерений в натуре и на модели. Тр. Гидропроекта, 1963, сб. 10.
3. Максимов Л. С., Гончаров Л. А. Предварительные результаты сопоставления записей пульсации гидродинамического давления в натуре и на разномасштабных моделях. Тр. Гидропроекта, 1963, сб. 10.
4. Rex A. Elder. Model-Prototype Turbulence Scaling. International Association for Hydraulic Research 9th Convention, Dubrovnic, Yougoslavie, 1961.
5. Васильев О. Ф., Букреев В. И. Некоторые результаты исследования пульсации давления в гидравлическом прыжке. Тр. Гидропроекта, 1965, сб. 14.
6. Чертоусов М. Д. Гидравлика, Спец. курс. Госэнергоиздат, 1962.
7. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. Гостехиздат, 1955.
8. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. Судпромгиз, 1961.