

О ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ
ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

А. Я. Александров, М. Х. Ахметзянов, Г. Н. Албаум,
В. Н. Барышников

(Новосибирск)

Излагаются вопросы поляризационно-оптического исследования задач нелинейной теории упругости и пластичности при больших деформациях. В одном случае используется схема исследования на прозрачных моделях из резиноподобных материалов, в другом — метод фотоупругих покрытий [1,2]. В качестве пьезооптического материала в обоих случаях применяется полиуретановый каучук марки СКУ-6 [3]. При помощи этого материала уже проводились исследования как упругих [4], так и пластических деформаций [5]. Однако в указанных работах для расшифровки оптических картин используется линейная теория деформирования. В данной работе излагается методика, основанная на теории деформирования резиноподобных материалов в варианте Муни — Ривлина. С этих позиций изучены оптико-механические свойства СКУ-6, рассмотрены вопросы расшифровки оптических картин и приведены примеры исследования.

1. **Нелинейная фотоупругость.** Поляризационно-оптическими исследованиями напряженно-деформированного состояния прозрачных моделей при конечных упругих деформациях (нелинейная фотоупругость) установлено [3,4 6-9], что для материалов типа прозрачных резин при больших деформациях сохраняет силу закон Вертгейма в виде

$$\delta = c_{\sigma} h_0 \lambda_3 (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.1)$$

Здесь c_{σ} — оптическая постоянная; σ_1 и σ_2 — главные истинные напряжения; h_0 — толщина пластины в недеформированном состоянии; $\lambda_j = l_j / l_{j,0}$ ($j = 1, 2, 3$) — главные степени удлинений; $l_{j,0}$ и l_j — некоторый размер до и после деформации. Пластина просвечивается вдоль λ_3 .

В этом случае в отличие от соответствующего закона при малых деформациях учитывается лишь изменение толщины элемента в процессе деформирования. При упругом деформировании изотропных материалов направления главных напряжений, главных удлинений и оптических осей совпадают и могут быть найдены построением поля изоклин.

Для получения связи между оптической разностью хода δ и деформациями моделей из несжимаемых материалов (к которым можно отнести и СКУ-6) используем представление упругого потенциала в виде ряда Муни [6, 7, 10 11]

$$W = W_2 + W_4 + \dots + W_{2n} \quad (1.2)$$

Здесь

$$W_{2n} = A_{2n} (\lambda_1^{2n} + \lambda_2^{2n} + \lambda_3^{2n} - 3) + B_{2n} (\lambda_1^{-2n} + \lambda_2^{-2n} + \lambda_3^{-2n} - 3)$$

где A_{2n} , B_{2n} — константы материала.

Напряжения определяются при помощи выражений

$$\sigma_j = \lambda_j \partial W / \partial \lambda_j + \sigma_0, \quad \text{где } \sigma_0 = 1/3 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.3)$$

Ограничимся двумя членами ряда (1.2). Тогда для плоского напряженного состояния с учетом условия несжимаемости

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (1.4)$$

получим

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2(A_2 + B_2 \lambda_2^2)(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) + 4(A_4 + B_4 \lambda_2^4)(\lambda_1^4 - \lambda_3^4) \\ \sigma_2 &= 2(A_2 + B_2 \lambda_1^2)(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) + 4(A_4 + B_4 \lambda_1^4)(\lambda_2^4 - \lambda_3^4) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подставляя (1.5) в (1.1), найдем

$$\delta = c_3 h_0 \lambda_3 [2(A_2 + B_2 \lambda_3^2)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) + 4(A_4 + B_4 \lambda_3^4)(\lambda_1^4 - \lambda_2^4)] \quad (1.6)$$

Приведенные зависимости (1.1), (1.4) — (1.6) были проверены экспериментально на образцах из материала СКУ-6. Этот прозрачный каучук деформируется упруго до относительных удлинений порядка сотен процентов, дает на всем этом интервале четкую интерференционную картину, не проявляет эффектов ползучести при комнатной температуре, не имеет начальной и остаточной оптической разности хода, а по своим механическим свойствам близок к некоторым из используемых в промышленности резин.

Для одноосного растяжения изготавливались образцы в виде полосок, для испытаний на двuosное растяжение использовались модели в виде креста, концы которого разрезались на узкие полоски для создания однородного напряженного состояния в рабочей зоне модели. Испытания при сжатии выполнялись на образцах прямоугольной формы в условиях плоской

деформации. Для этого пластина помещалась между двумя листами из оргстекла, соединенными четырьмя болтами, что позволяло менять величину поперечной деформации. Поверхности листов смазывались глицерином для уменьшения трения.

Для материала СКУ-6 константы, определенные из опытов на двuosное растяжение, обработанных по способу наименьших квадратов, оказались следующими: $A_2 = 8.8 \text{ кг/см}^2$, $B_2 = -0.66 \text{ кг/см}^2$, $2A_4 = -0.51 \text{ кг/см}^2$, $2B_4 = 0.38 \text{ кг/см}^2$. Отношение напряжений σ_2 / σ_1 в этих опытах менялось от 0.1 до 1.0.

Было замечено, что для разных партий каучука СКУ-6 соотношение между константами можно считать постоянным, т. е. для получения механических характеристик партии достаточно определить одну константу A_2 при одноосном испытании тарировочного образца.

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычислен-

ные по формуле (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

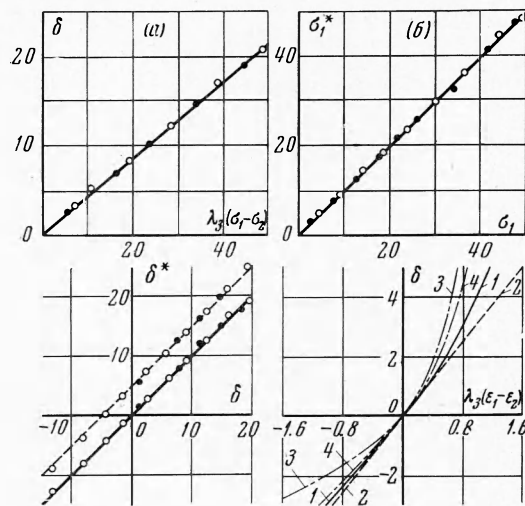
Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Результаты проверки зависимости (1.1) для исследуемого материала даны на фиг. 1, а, вверху. Здесь и далее темными и светлыми кружками обозначены экспериментально полученные точки при одноосном и двuosном напряженных состояниях соответственно. На фиг. 1, б, вверху показаны результаты проверки зависимости (1.5). Здесь по вертикальной оси отложены истинные значения главных напряжений σ_1^* , вычисленные по замеренным усилиям, а по горизонтальной — значения σ_1 в кг/см^2 , вычисленные по формуле (1.5).

Фиг. 1



ные по замеренным удлинениям при помощи выражения (1.5). Испытания проводились при $0.5 \leq \lambda \leq 2.5$. В процессе этих испытаний регистрировались также оптические разности хода и поперечные деформации образцов. Это позволило одновременно проверить зависимости (1.4) и (1.6). Материал СКУ-6 оказался практически несжимаемым. Результаты проверки зависимости (1.6) представлены точками у сплошной линии на фиг. 1, а, внизу; по вертикальной оси отложены экспериментально замеренные величины оптической разности хода δ^* , *полос/мм*, а по горизонтальной — δ , *полос/мм*, подсчитанные при помощи выражения (1.6). Видно, что эта зависимость хорошо аппроксимирует оптико-деформационную связь на всем диапазоне исследованных деформаций ($0.5 \leq \lambda \leq 2.5$).

Установим возможность применимости зависимостей более простых, чем (1.6). Из работ [3,4] следует, что для материала СКУ-6 с достаточной точностью можно считать разность хода пропорциональной разности главных деформаций Коши, т. е.

$$\delta = c_\varepsilon h_0 \lambda_3 (\varepsilon_1^k - \varepsilon_2^k) = c_\varepsilon h_0 \lambda_3 (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (1.7)$$

Точки, через которые проходит пунктирная линия, смещенная относительно начала координат (фиг. 1, а, внизу), построены по результатам экспериментов и подсчетов по (1.7). Видно, что выражение (1.7) достаточно хорошо аппроксимирует оптико-деформационную связь в большом интервале деформаций.

Из сравнения выражений (1.7) и (1.6) следует, что в этом случае величина

$$k = 2 (A_2 + B_2 \lambda_3^2) (\lambda_1 + \lambda_2) + 4 (A_4 + B_4 \lambda_3^4) (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$$

должна быть близка к постоянной. Вычисления показали, что при значениях коэффициентов A_2, B_2, A_4, B_4 , найденных для СКУ-6 в рассматриваемом интервале, величина k действительно изменяется незначительно. Для материалов с другим соотношением этих коэффициентов величина k существенно отличается от постоянной и поэтому зависимость (1.7) может привести к ошибкам. На фиг. 1, б, внизу даны обработанные нами данные для резины, используемой в работе А. Анджиолетти [8], полученные при одноосном напряженном состоянии. Здесь по горизонтали отложены величины $\lambda_3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$. При построении кривой 1 величины ε_1 и ε_2 соответствовали деформациям Коши, 2 — деформациям Грина, 3 — деформациям Алманси, 4 — деформациям Хенки. Для этой резины оптико-деформационная связь при одноосном напряженном состоянии хорошо аппроксимируется линейной зависимостью между оптической разностью хода и разностью главных деформаций Грина

$$\delta = c_\varepsilon h_0 \lambda_3 (\varepsilon_1^G - \varepsilon_2^G) \quad (1.8)$$

Из приведенных примеров видно, что линейные зависимости между δ и разностью главных деформаций не универсальны и при определенном выборе меры деформаций пригодны лишь для материала данной марки. При использовании этих зависимостей необходимо соблюдать известную осторожность, так как для некоторых из них оказывается, что «оптическая постоянная» c_ε является функцией вида напряженного состояния.

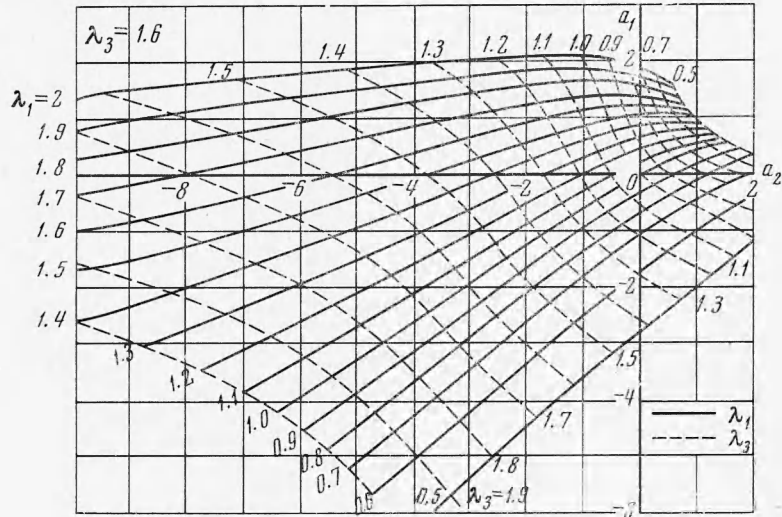
Таким образом, на основании измерений при нормальном просвечивании плоско-напряженной модели можно определить разности главных погонных усилий $\lambda_3 \sigma_1 - \lambda_3 \sigma_2$ и направления главных напряжений (деформаций).

Рассмотрим некоторые способы разделения напряжений.

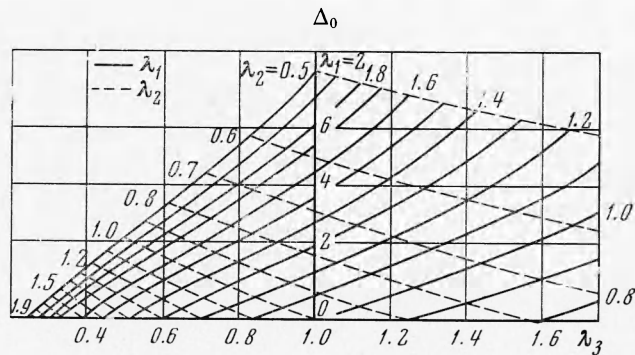
а) *Интегрирование уравнений равновесия плоской задачи.* Имеем

$$\partial(\lambda_3 \sigma_x) / \partial x + \partial(\lambda_3 \tau_{xy}) / \partial y = 0 \quad (x, y) \quad (1.9)$$

Выражения (1.9) позволяют по обычной схеме определить отдельные значения главных погонных усилий $\lambda_3 \sigma_1$ и $\lambda_3 \sigma_2$. Для определения истинных напряжений σ_1 и σ_2 и величин λ_1 , λ_2 , λ_3 используем дополнительно



Фиг. 2



Фиг. 3

уравнения связи (1.5) и условие несжимаемости (1.4). Решение полученной системы уравнений осуществляется при помощи номограммы, представленной на фиг. 2. Здесь на осях откладываются найденные интегрированием (1.9) значения приведенных главных погонных усилий $a_1 = \lambda_3 \sigma_1 / 2A_2$ и $a_2 = \lambda_3 \sigma_2 / 2A_2$. Пересечение координатных линий определяет λ_1 и λ_3 , зная которые нетрудно определить λ_2 из (1.4) и σ_1 , σ_2 . Для построения номограммы использовались приведенные выше соотношения констант для СКУ-6. Отметим, что в работе [4] используется аналогичный прием, однако там связь между напряжениями и деформациями записывается в форме обобщенного закона Гука.

б) Замер поперечных деформаций.

Если в процессе эксперимента дополнительно к данным нормального просвечивания модели замерить ее поперечные деформации, то отыскание отдельных значений деформаций и напряжений сводится к решению системы уравнений (1.5), (1.1), (1.4), что может быть выполнено при исследовании на материале СКУ-6 при помощи номограммы, приведенной на фиг. 3. Здесь по горизонтальной оси отложены измеренные значения λ_3 , по вертикальной — приведенная разность хода $\Delta_0 = \delta / c_\sigma A_2 h_0$, точка пересечения координатных линий определит λ_1 и λ_2 , зная которые, можно вычислить напряжения σ_1 и σ_2 по формулам (1.5).

в) Косое просвечивание модели.

Если косое просвечивание осуществлять в плоскости одного из главных напряжений, то разность хода δ_k будет связана с главными напряжениями зависимостью

$$\delta_k = c_\sigma h_0 \lambda_3 (\sigma_1 - \sigma_2 \cos^2 \theta) / \cos \theta$$

Здесь θ — угол просвечивания.

Присоединяя к полученному уравнению основной закон фотоупругости (1.1) и разрешая эти уравнения относительно главных усилий, найдем

$$\lambda_3 \sigma_1 = (\delta_k \cos \theta - \delta \cos^2 \theta) / h_0 c_\sigma \sin^2 \theta$$

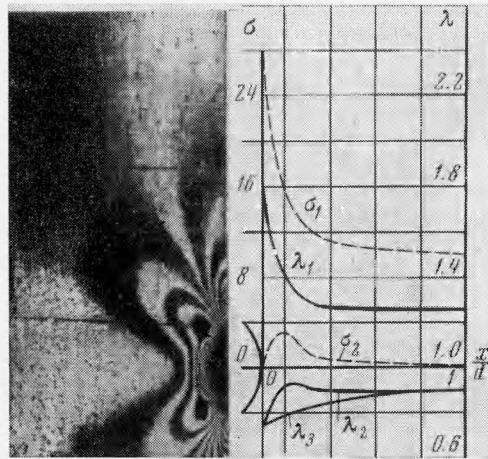
$$\lambda_3 \sigma_2 = (\delta_k \cos \theta - \delta) / h_0 c_\sigma \sin^2 \theta$$

Для нахождения значений главных напряжений и главных степеней удлинений можно воспользоваться номограммой, представленной на фиг. 2.

В качестве примера рассмотрим растяжение пластины с круговым (до деформации) отверстием в центре. На фиг. 4 показаны картины полос и эпюры главных истинных напряжений в поперечном сечении пластины, полученные способом численного интегрирования уравнений равновесия. Величина истинного напряжения в зоне однородного напряженного состояния $\sigma_0 = 11 \text{ кг/см}^2$.

Приведем также результаты исследования растяжения широкой пластины, жестко защемленной двумя сторонами. Картина полос (сплошные линии, на которых цифры означают порядок полос) и изоклины (пунктир) показаны на фиг. 5 (направление движения показано стрелкой). Здесь же приведены эпюры степеней удлинений и напряжений (кг/см^2) в поперечном сечении пластины. Разделение напряжений и деформаций производилось тем же способом, что и в предыдущем примере.

2. Исследование больших деформаций методом фотоупругих покрытий. Исследование больших пластических деформаций методом фотоупругих покрытий в ряде работ [12,13] выполнялось при помощи пластифицированных эпоксидных смол, проявляющих существенную релаксацию и нестабильность физико-механических свойств. В наших исследованиях для этой цели использовался полиуретановый каучук СКУ-6, свойства которого описаны выше. Для нанесения покрытий на поверхность детали было опробовано несколько способов.

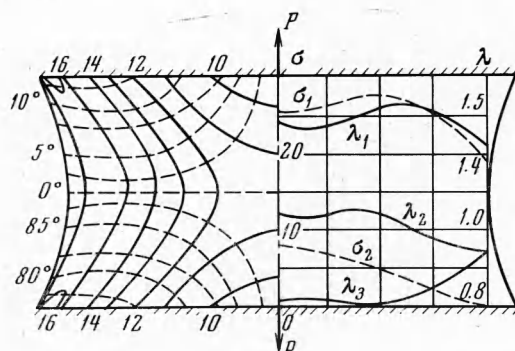


Фиг. 4

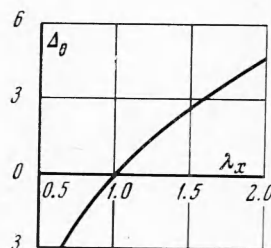
а) Склейки на клеях типа ПУ-2, лейконата и некоторых других разрушаются при относительных удлинениях в плоскости склейки порядка 10 ÷ 20%. Клеи № 88 и 4 обеспечивают совместную работу покрытия и элемента до деформаций порядка 100%, однако во время полимеризации они реагируют с СКУ-6, несколько изменяя опико-деформационные характеристики этого материала.

б) Непосредственная полимеризация СКУ-6 на поверхности детали обеспечивает прочное сцепление покрытия с металлом вплоть до его разрушения. Этот способ удобен для нанесения тонких покрытий. К его недостаткам относятся трудности полимеризации покрытий на криволинейной поверхности и осложнения, связанные с необходимостью проведения «тренировки» материала для придания ему стабильных свойств. Тренировка заключается в приложении к материалу нескольких циклов произвольной нагрузки, для этого пластины из СКУ-6 достаточно несколько раз растянуть руками. Тренировку покрытия приходится производить путем нескольких циклов сжатия в направлении, нормальном к поверхности.

в) Приклейка к поверхности плоских резиновых пластинок клеем в виде подготовленной к полимеризации композиции СКУ-6 устраняет недостатки двух предыдущих способов и используется для получения покрытий толщиной 1 мм и более на плоских и криволинейных поверхностях. Огибание криволинейных поверхностей не вызывает заметного оптического эффекта, а влияние «нетренированного» слоя клея при указанной толщине покрытия достаточно мало. К недостатку этого и второго способа относится то, что полимеризация резины осуществляется при повышенной температуре (120° С).



Фиг. 5



Фиг. 6

По данным нормального просвечивания фотоупругих покрытий определяются направления главных деформаций и функция степеней удлинения (1.6). Для раздельного определения деформаций можно использовать изложенные выше методы замера поперечных деформаций, косое просвечивание, а также способ разрезки покрытия. В этом случае вначале измеряются оптическая разность хода и направления оптических осей в сплошном покрытии, а затем покрытие в исследуемом сечении разрезается (например, лезвием бритвы) на всю глубину. Измерив оптическую разность хода на краю разреза

$$\Delta_0 = \delta / c_{\sigma} A_2 h_0$$

можно при помощи тарировочного графика (фиг. 6), полученного при простом растяжении и сжатии, определить степень удлинения λ_x в направлении разреза. Величина λ_x связана со степенями удлинений λ_1 и λ_2 соотношением

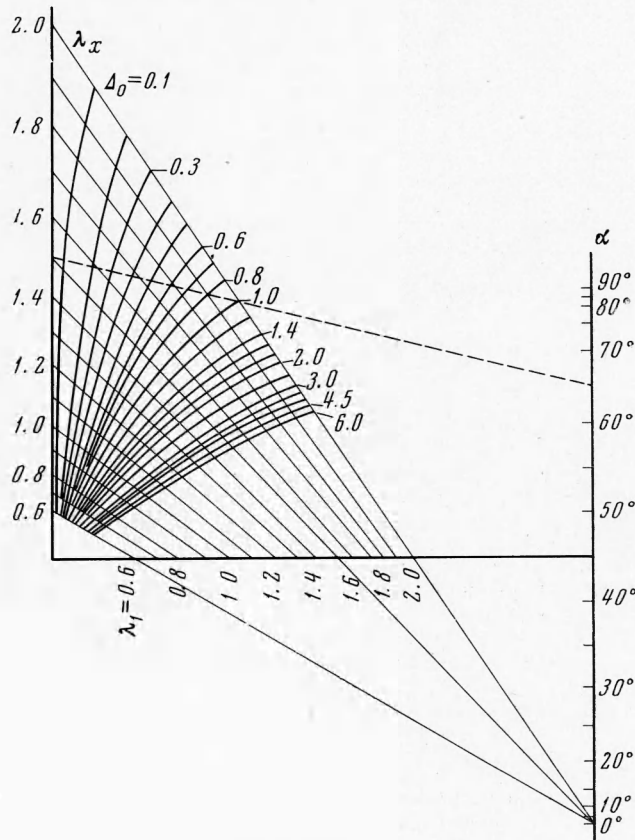
$$\lambda_x^2 = 1/2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) + 1/2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \cos 2\alpha \quad (2.2)$$

Присоединяя к (2.2) данные, полученные при исследовании сплошного покрытия, а также условие несжимаемости, получим полную систему уравнений для нахождения λ_1 , λ_2 , λ_3 .

Для облегчения решения этой системы построена номограмма (фиг. 7). Здесь по вертикальным осям откладываются значения λ_x (левая ось) и α

(правая ось), полученные точки соединяются прямой. Точка пересечения этой линии с соответствующей линией $\Delta_0 = \delta / c_\sigma A_2 h_0 = \text{const}$ определяет степень удлинения λ_1 .

На номограмме приведен пример для случая, когда $\lambda_x = 1.5$, $\alpha = 65^\circ$, $\Delta_0 = 0.8$. Проектируя полученную точку на ось λ_1 , вдоль радиаль-



Фиг. 7

ных линий найдем, что в этом случае $\lambda_1 = 1.9$. Для определения λ_2 воспользуемся выражением, вытекающим из (2.2)

$$\lambda_2^2 = (\lambda_x^2 - \lambda_1^2 \cos^2 \alpha) / \sin^2 \alpha \quad (2.3)$$

Величину λ_3 по известным λ_1 и λ_2 можно определить из условия несжимаемости (1.4). По найденным степеням удлинений можно вычислить главные компоненты тензора логарифмических деформаций, с помощью которого обычно описывается деформированное состояние при больших пластических деформациях

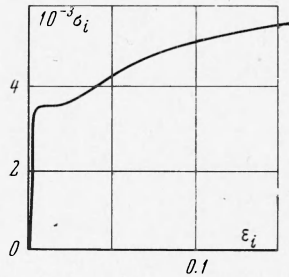
$$\epsilon_j = \ln \lambda_j \quad (j = 1, 2, 3)$$

Здесь ϵ_j — логарифмические деформации.

Для определения напряжений по измеренным деформациям можно воспользоваться методом воспроизведения истории деформирования [14, 15]. В основе этого метода лежит гипотеза макрофизической определенности [16]. Здесь для определения напряжений в исследуемой точке элемента необходимо зафиксировать процесс изменения компонент тензора деформаций, а затем воспроизвести этот процесс на однородно деформируемых

образцах конечных размеров, например, на тонкостенных трубах, подвергаемых совместному действию растяжения, кручения и внутреннего давления. В процессе этого воспроизведения необходимо зафиксировать потребные для этого усилия, зная которые нетрудно найти величины компонент тензора напряжений в образце. Таким образом можно определить процесс нагружения образца, который на основании гипотезы макрофизической определенности будет адекватным процессу нагружения в исследуемой точке неоднородно напряженного элемента.

В тех случаях, когда разгрузка материала может быть достаточно точно описана законом Гука, для определения напряжений можно воспользоваться методом разгрузки



Фиг. 8

необходимо вести так, чтобы не проявлялись эффекты ползучести («мгновенная» разгрузка) и не возникали пластические деформации. По измеренным упругим деформациям при помощи закона Гука определяются напряжения, существовавшие в элементе при его нагружении (рабочие напряжения). Полная разгрузка элемента производится снятием всех действующих сил и других факторов с последующей разрезкой детали на элементарные кубики или бруски. Очевидно, что элемент до его нагружения должен быть свободным от остаточных напряжений, а последовательность и время полной разгрузки должны обеспечивать выполнение условий линейной разгрузки.

Другая разновидность этой схемы заключается в том, что в модели после «мгновенного» снятия усилий определяется экспериментально тензор остаточных напряжений и, кроме того, определяется тензор напряжений при упругом деформировании модели теми же нагрузками. Последнее выполняется либо аналитическими методами теории упругости, либо известными способами моделирования упругих задач. При этом модель должна быть геометрически подобна натуре в момент, непосредственно предшествующий ее разгрузке. Практическая реализация этой схемы отыскания напряжений стала возможной после того, как были найдены достаточно общие схемы исследования остаточных напряжений в телах произвольной формы [18-19].

Если в основу исследования положена теория течения, то для определения напряжений используются зависимости

$$\sigma_j = \sigma_0 + 2\sigma_i (\dot{\epsilon}_j - \dot{\epsilon}_0) / 3\dot{\epsilon}_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

Здесь σ_i — интенсивность напряжений, $\dot{\epsilon}_i$ — скорость интенсивности деформаций, $\dot{\epsilon}_j$ — главные скорости деформаций, $\dot{\epsilon}_0$ — средняя скорость деформации.

Интенсивность напряжений определяется при помощи зависимости ее от степени деформаций e . Для случая монотонного нагружения, когда в процессе деформирования главные компоненты тензора деформаций возрастают пропорционально одному параметру, а направления главных деформаций остаются неподвижными относительно материальных волокон тела, e определяется интенсивностью главных логарифмических деформаций

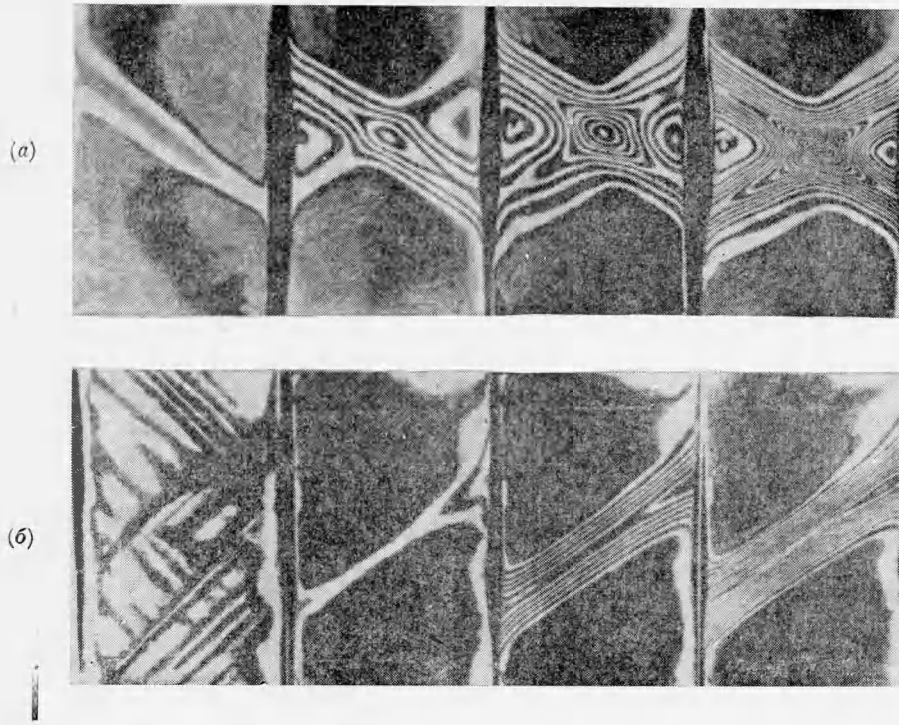
$$e = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\left(\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 + \left(\ln \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \right)^2 + \left(\ln \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.5)$$

При немонотонном нагружении для вычисления степени деформации используется выражение

$$e = \int_0^t \dot{\epsilon}_i dt \quad (2.6)$$

При определении напряжений при помощи (2.4) весь процесс нагружения необходимо разбить на ряд этапов, и проводить поляризационно-оптическое исследование каждого этапа нагружения. В выражениях (2.4), (2.6) вместо скоростей деформаций можно подставить их приращения, полученные по разности деформаций двух соседних этапов.

При исследовании плоских задач пластичности, как и в случае малых деформаций [20], можно определить напряжения на основе отдельно взятых гипотез теории пластичности. Так, если из эксперимента получены направления главных деформаций (или их скоростей), то на основе соответствующих гипотез эти направления могут быть приняты за направления главных напряжений. Тогда процесс отыскания величин напряжений в пластической зоне сведется к численному интегрированию уравнений равновесия плоской задачи (1.9).



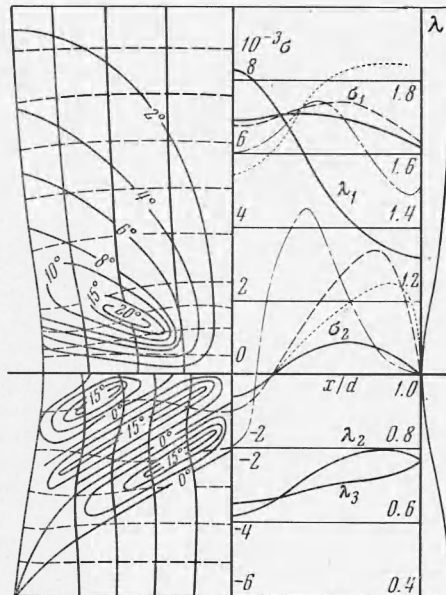
Фиг. 9

Аналогичным образом, если из эксперимента будут найдены величины интенсивностей деформаций (или максимальных сдвигов), то на основе гипотезы единой кривой упрочнения можно определить интенсивность напряжений (или максимальные касательные напряжения). Отыскание отдельных величин напряжений сводится также к численному интегрированию уравнений равновесия плоской задачи. Однако уравнения (2.4) и гипотезы, на которых они основаны (соосности направлений главных напряжений и приращений деформаций, единой кривой упрочнения), справедливы лишь при простом или достаточно близком к простому процессам деформирования.

Рассмотрим некоторые примеры исследований.

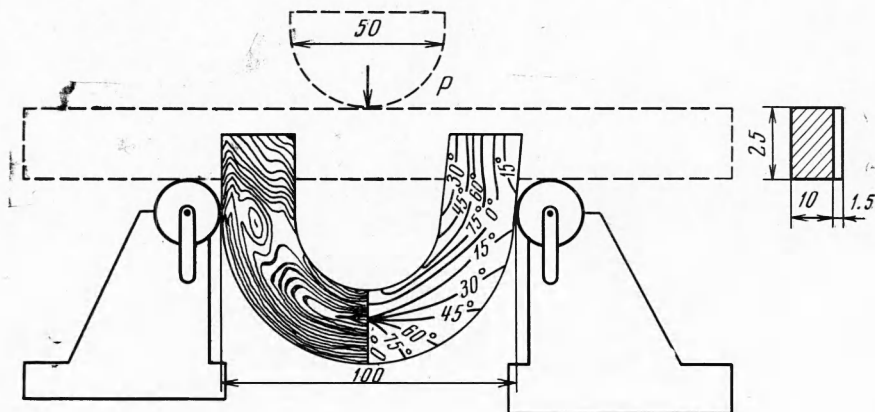
а) Напряженное и деформированное состояние шейки плоского образца при растяжении (поперечное сечение 100×10 мм, сталь, диаграмму растяжения см. на фиг. 8, где σ_i дано в кг/см^2).

При испытании значительного числа образцов наблюдалось примерно равное число случаев с развитием симметричной и наклонной шеек. Характерные картины полос при постепенном развитии таких шеек показаны на фиг. 9, а и б соответственно. Поля изоклин и траекторий полных главных деформаций и их приращений для симметричной шейки, а также эпюры главных степеней удлинений в наименьшем поперечном сечении этой шейки показаны на фиг. 10 (сплошные линии). Здесь же приведены эпюры главных напряжений

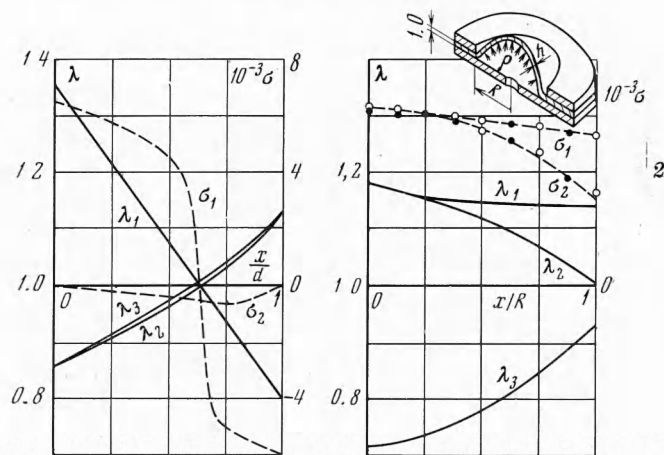


Фиг. 10

σ_1 и σ_2 . Эти напряжения были определены на основании гипотезы о совпадении направлений главных напряжений и приращений главных деформаций (штрих-пунктир), с помощью уравнений деформационной теории пластичности (сплошная линия), с помощью уравнений теории течения (пунктир) и методом разгрузки (точки). В последнем случае напряжения были найдены суммированием остаточных напряжений, замеренных по способу вырезания полосок [17] в образце с шейкой после его разгрузки, с напряжениями, найденными методом фотоупругости в упругой модели, изготовленной из материала ЭД-6М с соблюдением геометрического подобия натуре в момент ее разгрузки.



Фиг. 11



Фиг. 12

Расчеты показали, что во всех случаях максимальные значения интенсивностей напряжений достигаются в точках, лежащих в центре шейки, откуда и начинается разрушение образца. Реализация способа воспроизведения истории деформирования в данном примере связана с трудностью получения требуемого однородного напряженного состояния при таких больших деформациях.

б) Изгиб плоского образца из мягкой стали вокруг оправки. Схема нагружения, картины полос и изоклин показаны на фиг. 11. На фиг. 12, слева приведено распределение деформаций в среднем сечении образца и показаны эпюры нормальных напряжений, полученные на основе уравнений деформационной теории пластичности.

в) Вытяжка осесимметричной оболочки из круглой пластины (красная медь), нагруженной гидростатическим давлением. На фиг. 12, справа приведены эпюры напряжений в меридиональном сечении оболочки, полученные с помощью уравнений равновесия (светлые кружки) и на основе уравнений деформационной теории пластичности (темные кружки) по замеренным деформациям λ_i .

Поступила 26 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Я. Об одной возможной схеме применения метода фотоупругости к исследованию плоских упруго-пластических задач. Тр. Новосиб. ин-та инж. ж.-д. трансп., 1952, вып. 8.
2. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Исследование упруго-пластических задач методом фотоупругих покрытий. Тр. II Всес. съезда по теор. и прикл. механ., Механика твердого тела, 1966, вып. 3.
3. Горелик Б. М., Фельдман Г. И. Оптически активная резина СКУ-6. Каучук и резина, 1963, № 12.
4. Горелик Б. М., Фельдман Г. И. Исследование напряжений в плоской модели резинового уплотнительного кольца круглого поперечного сечения. Каучук и резина, 1963, № 4.
5. Сосновский Л. А., Бяков Л. И. Определение больших деформаций методом фотоупругих покрытий. Заводск. лаборатория, 1968, № 11.
6. Реология. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
7. Трелоар Л. Физика упругости каучука. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
8. Анджиолетти А. Исследование резиновых изделий методом фотоупругости. Химия и технол. полимеров, 1957, № 4.
9. Durelli A. J., Mulzet A. P. Large strain analysis and stresses in linear materials. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs. Engng Mech. Division, 1965, vol. 91, No. EM3, pt. 1, 2.
10. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении, М., Гостехиздат, 1958, т. 2.
11. Грин А., Адкинс Д. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. М., «Мир», 1965.
12. Воронцов В. К., Полухин П. И., Пригоровский Н. И., Соколов С. И., Щеголевская Н. А. Оптически чувствительные покрытия для исследования пластических деформаций. В сб.: «Проблемы прочности в машиностроении», М., Изд-во АН СССР, 1962, вып. 8.
13. Воронцов В. К., Полухин П. И. Применение метода оптически чувствительных покрытий к исследованию процессов обработки металлов давлением. В сб.: «Поляризационно-оптический метод исследования напряжений». Тр. V Всес. конф., 1964, Л., Изд-во ЛГУ, 1966.
14. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Экспериментальное исследование напряжений и деформаций в неупругих телах. Аннотации докладов на III Всес. съезде по механике, М., «Наука», 1968.
15. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Исследование неупругих задач путем воспроизведения истории деформирований. Докл. АН СССР, 1969, т. 186, № 1.
16. Ильюшин А. А. Пластичность. М., Изд-во АН СССР, 1963.
17. Ахметзянов М. Х. Определение напряжений методом разгрузки при моделировании задач пластичности и ползучести. Прикл. механ., 1968, № 2.
18. Ахметзянов М. Х. Исследование остаточного напряженного состояния цилиндрических тел. Заводск. лаборатория, 1967, № 1.
19. Ахметзянов М. Х. Схема исследования остаточных напряжений в телах произвольной формы. Тр. Новосиб. ин-та инж. ж.-д. трансп., 1967, вып. 62.
20. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Исследование плоских упруго-пластических задач при помощи фотоупругих покрытий. ПМТФ, 1961, № 6