

ВОЛНООБРАЗОВАНИЕ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ СОУДАРЕНИИ МЕТАЛЛОВ

А. В. Уткин, А. П. Дремин, А. П. Михайлов,
Ю. А. Гордополов
(Черноголовка)

Первое сообщение о волнообразовании при высокоскоростных косых соударениях металлов появилось в работе [1]. Ни один из существующих в настоящее время теоретических подходов не дает удовлетворительного описания этого явления.

Критические обзоры большинства теорий можно найти в [2, 3]. Из последних работ следует отметить [4—6]. Авторы [4], рассмотрев соударение пластин в рамках теории упругости, пришли к выводу о существовании напряженного следа на линии соединения металлов. Возникновение волн они связали с его неустойчивостью. При этих предположениях длина волны оказалась линейно зависящей от угла соударения и пропорциональной квадрату скорости соударения, что не согласуется с экспериментальными данными [2, 7]. Тем не менее подход, развитый в [4], по-видимому, правильно отражает процессы в той области, где столкновение пластин описывается уравнениями пластичности или упругопластичности, т. е. на некотором расстоянии от точки контакта.

В работе [5] волнообразование так же объясняется наличием на линии соединения металлов слоя, физические свойства которого отличаются от свойств материала вне его, что связано с существенно различными условиями деформирования [2, 6]. Для создания такого слоя и увеличения его площади при волнообразовании необходимо затратить определенную энергию. В [5] этот слой отождествляется с поверхностью, обладающей натяжением. Благодаря такому подходу задача о волнообразовании формально сводилась к теории капиллярных волн, в рамках которой удалось объяснить ряд экспериментальных закономерностей, например асимметрию волнового профиля при соударении металлов разной плотности [8]. Расчет длины волны оказался затруднен, поскольку это требует знания свойств материала в условиях высокоскоростной деформации. Поэтому авторы [8] ограничились оценкой длины волны, приняв ряд допущений, которые требуют дальнейшего обоснования. В [6] волнообразование рассматривается в рамках гидродинамики и объясняется неустойчивостью течения в основном потоке (рис. 1). Такой подход представляется наиболее последовательным, так как в [6] исследуется задача на устойчивость без привлечения соображений об аналогии с течением за препятствием [3]. Однако недостаточно строгое рассмотрение вопроса приводит, как показано в [9], к линейной зависимости длины волны от угла соударения. Тем не менее исходные предпосылки работы

[6] являются, по нашему мнению, достаточно обоснованными.

Постановка задачи. Как и в большинстве работ по высокоскоростным косым соударениям, металл считается идеальной несжимаемой жидкостью. Такое предположение основано на том, что в малой окрестности точки контакта могут возникать давления, во много раз превышающие пределы текучести материалов. Тогда соударение пластин эквивалентно задаче о столкновении струй (см. рис. 1), которая решена при произвольных параметрах столкновения.

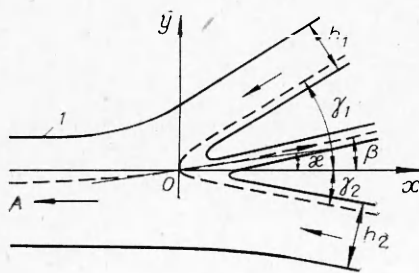


Рис. 1. Конфигурация потока при столкновении струй произвольной толщины (1 — основной поток).

вающихся потоков, если их плотности и скорости на бесконечности равны [10]. Анализ решения показывает, что распределение скоростей в основном потоке качественно подобно гауссовой кривой [6]. В [11] показано, что необходимым условием неустойчивости плоскопараллельного потока является наличие точки перегиба на профиле скорости. Это позволяет искать причину волнообразования в неустойчивости течения. Исследование на устойчивость показывает [12, 13], что среди гармоник, экспериментально растущих со временем, выделяется та, которая имеет максимальную скорость роста. Естественно предположить, что именно она будет определять длину волны возникающего периодического движения.

Симметричное соударение струй. Решение, описывающее симметричное столкновение струй одинаковой толщины, имеет вид [10]:

$$\pi w/hU = [1 + \cos(\gamma/2)] \ln(1+v) + [1 - \cos(\gamma/2)] \ln(1-v) - \ln(1+ve^{-i\cdot\gamma/2}) - \ln(1+ve^{i\cdot\gamma/2}), \quad (1)$$

$$\pi z/h = [1 + \cos(\gamma/2)] \ln(1+v) - [1 - \cos(\gamma/2)] \ln(1-v) - e^{-i\cdot\gamma/2} \ln(1+ve^{-i\cdot\gamma/2}) - e^{i\cdot\gamma/2} \ln(1+ve^{i\cdot\gamma/2}), \quad (2)$$

где $w = \varphi - i\psi$ — комплексный потенциал; φ и ψ — потенциал скорости и функция тока; $z = x + iy$, x и y — координаты; $v = v_x - iv_y$ — комплексная скорость; v_x и v_y — безразмерные компоненты скорости, отнесенные к скорости потоков на бесконечности U ; h — толщина сталкивающихся струй; γ — угол соударения. Начало системы координат помещено в точку контакта, ось Ox параллельна нулевой линии тока OA .

При малых z из (2) получаем

$$v = \frac{z}{4/\pi \cdot h \sin^2(\gamma/2)} = \frac{z}{x_0}, \quad (3)$$

где $x_0 = 4/\pi \cdot h \sin^2(\gamma/2)$. В дальнейшем будем рассматривать течение в небольшой окрестности начала координат. Поэтому величину x_0 естественно выбрать в качестве характерного размера.

Расчет поля скоростей в основном потоке осуществлялся по уравнению (2), которое после разделения действительной и мнимой частей дает:

$$\frac{\pi x}{h} = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\gamma}{2} \right) \ln [(1 + v_x)^2 + v_y^2] - \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\gamma}{2} \right) \ln [(1 - v_x)^2 + v_y^2] - \frac{1}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \left[\ln(A^2 + B^2) + \ln(C^2 + D^2) \right] + \sin \frac{\gamma}{2} \left[\operatorname{arctg} \frac{B}{A} + \operatorname{arctg} \frac{D}{C} \right], \quad (4)$$

$$\frac{\pi y}{h} = - \left(1 + \cos \frac{\gamma}{2} \right) \operatorname{arctg} \frac{v_y}{1+v_x} - \left(1 - \cos \frac{\gamma}{2} \right) \operatorname{arctg} \frac{v_y}{1-v_x} + \cos \frac{\gamma}{2} \left[\operatorname{arctg} \frac{B}{A} - \operatorname{arctg} \frac{D}{C} \right] + \frac{1}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \left[\ln(A^2 + B^2) - \ln(C^2 + D^2) \right], \quad (5)$$

$$A = 1 + v_x \cos \frac{\gamma}{2} - v_y \sin \frac{\gamma}{2}, \quad B = v_x \sin \frac{\gamma}{2} + v_y \cos \frac{\gamma}{2},$$

$$C = 1 + v_x \cos \frac{\gamma}{2} + v_y \sin \frac{\gamma}{2}, \quad D = v_x \sin \frac{\gamma}{2} - v_y \cos \frac{\gamma}{2}.$$

Уравнение (4) при фиксированном x и заданном v_x решалось относительно v_y методом Ньютона, а затем из (5) находилось соответствующее значение y . Результат расчета, выполненный на ЭВМ, представлен на рис. 2, где изображены профили скоростей в основном потоке на различных расстояниях от точки контакта. Распределение скоростей практи-

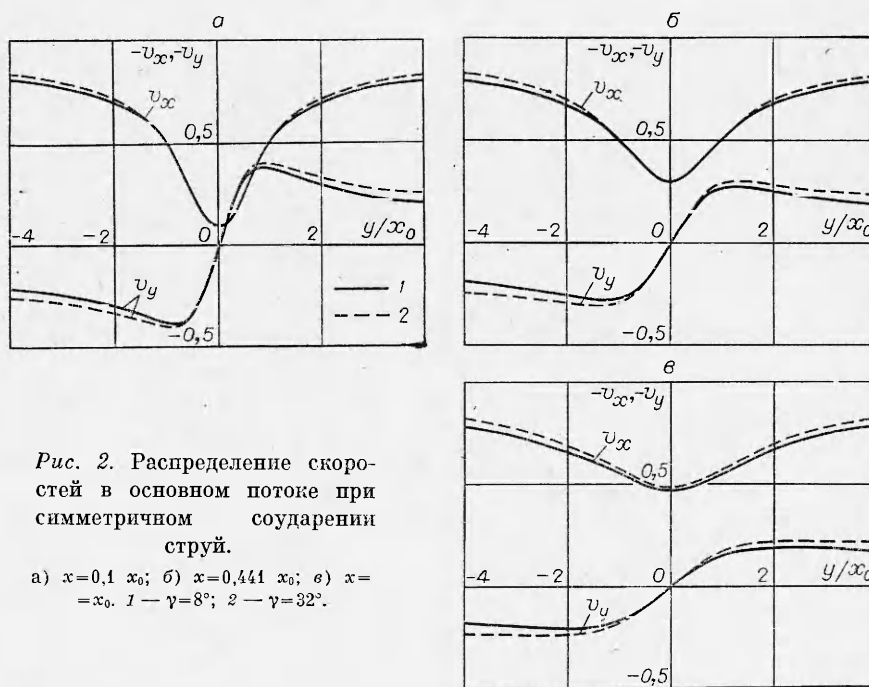


Рис. 2. Распределение скоростей в основном потоке при симметричном соударении струй.

а) $x=0,1 x_0$; б) $x=0,441 x_0$; в) $x=x_0$. 1 — $\gamma=8^\circ$; 2 — $\gamma=32^\circ$.

чески не зависит от угла соударения при измерении x и y в единицах x_0 , что позволяет существенно упростить задачу. Отметим также, что свободные границы можно считать бесконечно удаленными для всех рассматриваемых углов соударения.

Из графиков рис. 2 видно, что профиль скорости изменяется при удалении от начала координат. Поэтому принципиальным является выбор сечения, в котором необходимо исследовать течение на устойчивость. При этом следует удовлетворить двум условиям. С одной стороны, это сечение должно быть как можно ближе к точке контакта, так как здесь градиенты скоростей максимальны и соответственно максимальны скорости роста возмущений. Иными словами, течение вблизи начала координат определяет период возникающего волнового движения. С другой стороны, на устойчивость исследуется плоскопараллельный поток, т. е. предполагается, что $|v_y| \ll |v_x|$. Поэтому необходимо, чтобы выбранное сечение было достаточно далеко от точки контакта. Удовлетворить этим двум условиям можно с достаточной точностью, выбрав для исследования на устойчивость сечение, в котором выполняется равенство $\max|v_y| = \min|v_x|$. Из рис. 2 видно, что последнее соотношение справедливо для всех углов соударения при $x = 0,441x_0$.

Таким образом, в результате введения характерного размера x_0 получен профиль скорости, практически не зависящей от угла соударения. Исследование на устойчивость этого профиля является сложной математической задачей, но, поскольку здесь рассматривается гармоника, обладающая максимальной скоростью роста, задачу можно упростить. Вместо истинного профиля скорости будем исследовать на устойчивость аппроксимирующий профиль, который строится следующим образом. В точке перегиба кривой $v_x(y)$ проводится касательная до пересечения с линиями $v_x = 1$ и $v_x = \min|v_x| = 0,3$ и исходный профиль заменяется равнобокой трапецией. Аналогичная аппроксимация подобных профилей скоростей, исследованных на устойчивость [12], приводит к завышению длины волны для гармоника, обладающей максимальной скоростью роста, примерно на 10%, что в случае необходимости можно учесть. Точка перегиба y_s и уравнение касательной находились с использованием (2)

и условия $\partial^2 v_x / \partial y^2 = 0$. Средние значения y_s/x_0 и $x_0 \cdot \partial v_x / \partial y$ равны соответственно 0,700 и 0,293, что дает для точек пересечения с линиями $v_x = 1$ и $v_x = 0,3$ соответственно $y_1/x_0 = 2,639$ и $y_2/x_0 = 0,249$.

Исследование на устойчивость трапецидального профиля скорости приводит к следующему дисперсионному соотношению для гармоник, экспоненциально растущих со временем [13]:

$$4(1-a)^2 \alpha^2 \left(\frac{1-c}{0,7} \right)^2 - 2(1-a)\alpha [2(1-a)\alpha - e^{-2a\alpha}(1 - e^{-2(1-a)\alpha})] \left(\frac{1-c}{0,7} \right) + 2(1-a)\alpha - 1 + e^{-2(1-a)\alpha} - e^{-2a\alpha} [1 - (1 + 2(1-a)\alpha)e^{-2(1-a)\alpha}] = 0, \quad (6)$$

где $a = y_2/y_1$; $\alpha = ky_1$ — безразмерное волновое число; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $c = c_r + ic_i$; c_r — фазовая скорость; αc_i — логарифмическая скорость роста. Максимальное значение αc_i — достигается при $\alpha = 1,24$, что дает для длины волны

$$\lambda = 13,4x_0 = 17h \sin^2(\gamma/2). \quad (7)$$

Экспериментальное исследование зависимости λ от параметров соударения приводит к соотношению [2, 7]

$$\lambda = 16h \sin^2(\gamma/2), \quad (8)$$

что показывает хорошее согласие расчета с результатами эксперимента.

Предельный случай несимметричного соударения пластин. Решение, описывающее соударение двух струй произвольной толщины, имеет вид [10]:

$$\frac{\pi w}{U} = k_1 \ln(1+v) + k_2 \ln(1 - ve^{i\beta}) - h_2 \ln(1 + ve^{-i\gamma_2}) - h_1 \ln(1 + ve^{i\gamma_1}), \quad (9)$$

$$\pi z = k_1 \ln(1+v) - k_2 e^{i\beta} \ln(1 - ve^{i\beta}) - h_2 e^{-i\gamma_2} \ln(1 + ve^{-i\gamma_2}) - e^{i\gamma_1} h_1 \ln(1 + ve^{i\gamma_1}), \quad (10)$$

где h_1 , h_2 и k_1 , k_2 — соответственно толщины сталкивающихся и уходящих потоков. Смысл углов β , γ_1 и γ_2 понятен из рис. 1. Начало системы координат помещено в точку контакта, ось Ox параллельна линии тока OA на бесконечности (см. рис. 1). Согласно законам сохранения массы и импульса:

$$h_1 + h_2 = k_1 + k_2, \quad (11)$$

$$h_1 \cos \gamma_1 + h_2 \cos \gamma_2 = k_1 - k_2 \cos \beta, \quad (12)$$

$$h_1 \sin \gamma_1 = h_2 \sin \gamma_2 + k_2 \sin \beta. \quad (13)$$

Для определения неизвестных k_1 , k_2 , β и γ_1 или γ_2 (задан полный угол столкновения $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$) имеются уравнения (11)–(13). Неопределенность задачи не позволяет воспользоваться решением (9), (10) без привлечения дополнительных соотношений. Однако, как будет показано ниже, эта трудность не принципиальна при исследовании волнообразования.

Рассмотрим предельный случай соударения, когда толщина потока h_2 стремится к бесконечности. Для получения решения, описывающего предельный случай, в уравнениях (9)–(13) перейдем к пределу $h_2 \rightarrow \infty$ ($k_1 \rightarrow \infty$) и $\gamma_2 \rightarrow 0$, требуя при этом, чтобы $\lim h_2 \cdot \gamma_2 = \Delta J$ и $\lim(k_1 - h_2) = \Delta h$, где ΔJ и Δh — конечные величины. Получим

$$\pi w/hU = \Delta h/h \cdot \ln(1+v) + i \cdot \Delta J/h \cdot v/(1+v) + k_2/h \cdot \ln(1 - ve^{i\beta}) - \ln(1 + ve^{i\gamma}), \quad (14)$$

$$\frac{\pi z}{h} - \frac{\Delta h}{h} \ln(1+v) + i \frac{\Delta J}{h} \left[\ln(1+v) + \frac{v}{1+v} \right] - \frac{k_2}{h} e^{i\beta} \ln(1 - ve^{i\beta}) - e^{i\gamma} \ln(1 + ve^{i\gamma}), \quad (15)$$

где $h = h_1$. Найденное решение, как и исходное, содержит один неизвестный параметр, в качестве которого удобно выбрать угол β . Тогда величины $\Delta h/h$, $\Delta J/h$ и k_2/h , выраженные через γ и β , будут определяться из соотношений

$$\Delta h/h = (\cos \beta + \cos \gamma)/(1 + \cos \gamma), \quad (16)$$

$$\Delta J/h = \sin \gamma + (1 - \cos \gamma)/(1 + \cos \beta) \cdot \sin \beta, \quad (17)$$

$$k_2/h = (1 - \cos \gamma)/(1 + \cos \beta). \quad (18)$$

Исследуем течение в окрестности точки контакта. При малых z из (15), используя соотношения (16)–(18), нетрудно получить

$$v = \frac{z}{\frac{8}{\pi} h \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma - \beta}{2}} e^{-i \frac{\gamma + \beta}{2}} = \frac{z}{x_0} e^{-2i\kappa}, \quad (19)$$

где, как и в симметричном случае, введен характерный размер $x_0 = -8/\pi \cdot h \sin^2(\gamma/2) \cos[(\gamma - \beta)/2]$. Угол κ равен углу наклона нулевой линии тока OA в точке контакта к оси Ox (см. рис. 1). Определим далее интервал изменения β , в котором решение (14), (15) существует. Используем тот факт, что функция тока ψ должна быть положительной выше нулевой линии тока OA , в частности, в малой окрестности точки контакта. Из (14), используя (16)–(18), при малых $|v|$ получим для мнимой части w

$$\psi = -\frac{Ux_0}{2} |v|^2 \sin(2\kappa - 2\Theta) + \frac{Ux_0}{3} \frac{i v i^3}{\cos \frac{\gamma - \beta}{2}} [(1 + \cos \gamma) \sin(\gamma - 3\Theta) + (1 - \cos \beta) \sin(\beta - 3\Theta)], \quad (20)$$

где Θ — угол между вектором скорости и осью Ox . Согласно сказанному, $\psi \rightarrow +0$ при $|v| \rightarrow 0$ и всех допустимых значениях Θ , в частности при $\Theta = \pi + \kappa$. Это дает ограничение на β снизу: $\beta \geq \gamma/3$. Естественно также, что $\beta \leq \gamma$. Окончательно область изменения β

$$\gamma/3 \leq \beta \leq \gamma. \quad (21)$$

Исследуем зависимость течения в основном потоке от направления движения обратной струи. Прежде всего отметим, что x_0 , согласно (19), практически не зависит от угла β , поскольку в рассматриваемом диапазоне углов ($\gamma \leq 40^\circ$) $\min \cos[(\gamma - \beta)/2] = \cos(\gamma/3) > 0,97$. Можно ожидать поэтому, что распределение скоростей в системе координат, повернутой на угол κ против часовой стрелки (k'), тоже не будет заметно зависеть от β . Расчет в сечении $x = 0,441x_0$ для $\gamma = 12^\circ$ и различных β подтверждает сказанное. Вычисления проводились по уравнению (15) в системе координат k' аналогично тому, как это сделано для симметричного случая. Изменение β практически во всем диапазоне углов ($4-8^\circ$) не приводит к заметному искажению профиля скорости. Для симметричного случая соударения пластин показано, что длина волны возникающего периодического движения определяется лишь распределением скоростей. Следовательно, неопределенность задачи не принципиальна при исследовании волнообразования. Поэтому в дальнейшем без ограничения общности при конкретных вычислениях можно считать $\beta = \gamma/2$.

Профили скоростей в основном потоке представлены на рис. 3, который аналогичен рис. 2. Вычисления проводились в системе координат

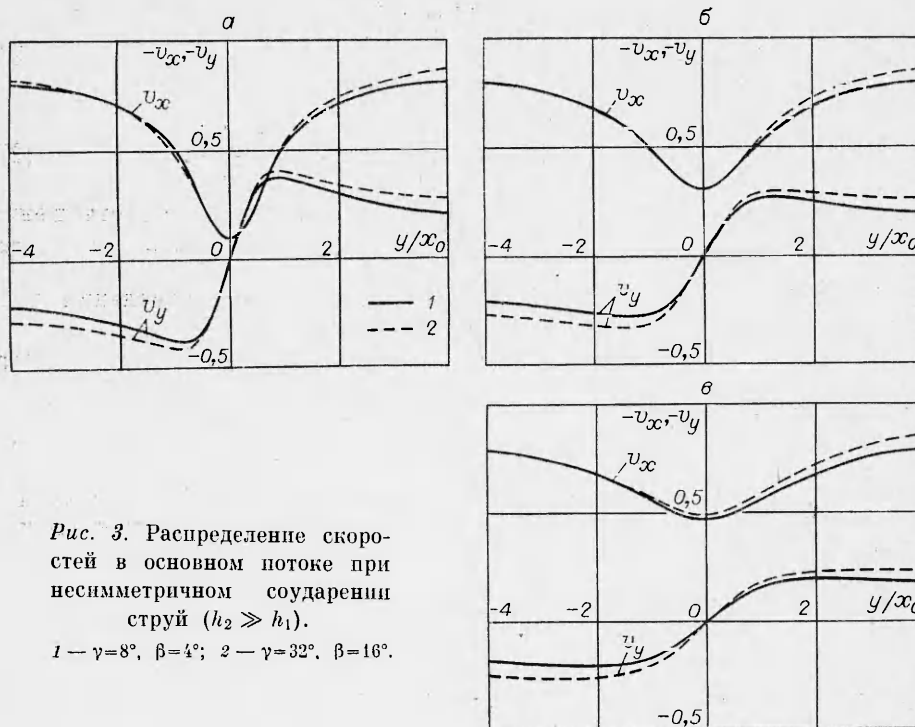


Рис. 3. Распределение скоростей в основном потоке при несимметричном соударении струй ($h_2 \gg h_1$).
 1 — $\gamma=8^\circ$, $\beta=4^\circ$; 2 — $\gamma=32^\circ$, $\beta=16^\circ$.

k' при $\beta = \gamma/2$, где нулевая линия тока $0A$ практически не отличима от оси Ox на расстоянии нескольких x_0 . Сравнение рис. 3 и 2 показывает, что оба течения совпадают с хорошей степенью точности. Поэтому без дальнейших вычислений получаем

$$\lambda = 13,4x_0 = 34h \sin^2(\gamma/2). \quad (22)$$

В работе [14] отмечается, что экспериментальная зависимость между длиной волны и параметрами соударения для одинаковых металлов в предельном несимметричном случае имеет вид

$$\lambda = 32h \sin^2(\gamma/2), \quad (23)$$

т. е. расчет и экспериментальные результаты совпадают в пределах ошибки эксперимента.

Общий случай соударения пластин. При исследовании на устойчивость симметричного и предельного несимметричного соударения получены два результата, позволяющие определить длину волны в общем случае. Во-первых, λ практически не зависит от направления движения обратной струи, что устраняет принципиальную трудность, связанную с неопределенностью задачи о столкновении струй. Во-вторых, длина волны полностью определяется характерным размером x_0 , а именно $\lambda = 13,4 x_0$. Поэтому для решения задачи о волнообразовании при произвольном $\delta = h_1/h_2$ достаточно найти x_0 .

При малых z из (10), используя (11)—(13), получаем

$$v = z/x_0 \cdot e^{-2\kappa z}, \quad (24)$$

где κ имеет тот же смысл, что и для случая предельного несимметричного соударения (см. рис. 1):

$$x_0 = \frac{4}{\pi} h_1 \sin \gamma_1 \sin \frac{\gamma}{2} \sqrt{1 + \Delta}, \quad (25)$$

$$\Delta = \frac{a \left(a + 2 \sin \gamma_1 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\gamma_1 - \beta}{2} \right)}{\sin^2 \gamma_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2}}, \quad (26)$$

$$a = \left[\frac{1 - \cos \gamma_2}{\delta} + 1 - \cos \gamma_1 \right] \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma_2 + \beta}{2}. \quad (27)$$

Связь между углами γ_1 и γ_2 при заданном β находится из соотношения

$$[(1 - \cos \gamma_2)/\delta + 1 - \cos \gamma_1] \operatorname{tg}(\beta/2) = \sin \lambda_2/\delta - \sin \gamma_1. \quad (28)$$

Из (26), (27) видно, что $\Delta \ll 1$ в широком диапазоне изменения угла соударения, поэтому равенство (25) существенно упрощается

$$x_0 = 4/\pi \cdot h_1 \sin(\gamma - \gamma_2) \sin(\gamma/2). \quad (29)$$

С той же степенью точности из (28) получаем

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg}[\sin \gamma / (1/\delta + \cos \gamma)]. \quad (30)$$

Расчет x_0 по соотношениям (25)–(28) при $\beta = (\gamma_1 - \gamma_2)/2$ показывает, что (29), (30) дают ошибку меньше 5% вплоть до $\gamma = 40^\circ$. Окончательно имеем

$$\lambda = 17h_1 \sin \left(\gamma - \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma}{\frac{1}{\delta} + \cos \gamma} \right) \sin \frac{\gamma}{2}. \quad (31)$$

При малых углах выражение (31) сводится к виду:

$$\lambda = 34 \left(h_1 \sin^2 \frac{\gamma_1}{2} + h_2 \sin^2 \frac{\gamma_2}{2} \right), \quad (32)$$

которое было предложено в работе [14] для описания экспериментальных данных. Авторы [14] показали, что результаты экспериментов по соударению одинаковых металлов хорошо описываются соотношением (32), если множитель перед скобкой равен 32.

Таким образом, полученные результаты согласуются с экспериментальными данными в пределах ошибки эксперимента. Дальнейшее развитие подхода, предложенного в настоящей работе, должно включать рассмотрение волнообразования при соударении металлов разной плотности с различными скоростями.

Поступила в редакцию
19/VII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. W. A. Allen, J. M. Mares, V. G. Wilson. J. Appl. Phys., 1954, 25.
2. А. А. Дерibas. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, Наука, 1972.
3. S. R. Reid. Int. J. Mech. Sci., 1974, 16.
4. С. К. Годунов, Н. Н. Сергеев-Альбов. ПМТФ, 1977, 4.
5. Ю. А. Гордополов, А. Н. Дремни, А. Н. Михайлов. ФГВ, 1977, 13, 2.
6. J. L. Robinson. Phil. Mag., 1975, 31, 3.
7. Ю. А. Гордополов, А. Н. Дремни, А. Н. Михайлов. ФГВ, 1976, 12, 4.
8. Ю. А. Гордополов, А. Н. Дремни, А. Н. Михайлов. ФГВ, 1978, 14, 14.
9. S. R. Reid. Int. J. Mech. Sci., 1978, 20, 4.
10. Л. М. Милли-Томсон. Теоретическая гидродинамика. М., Мир, 1964.
11. J. W. S. Rayleigh. Proc. Lond. Math. Soc., 1880, 9.
12. N. J. Zabusky, G. S. Deem. J. Fluid Mech., 1971, 47, 2.
13. P. G. Drazin, L. N. Howard. Adv. Appl. Mech., 1966, 9.
14. А. А. Дерibas, В. М. Кудинов и др. ФГВ, 1968, 4, 1.