

ЗАДАЧА О ДВОЙНОМ СЛОЕ В УДАРНО СЖАТЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

А. Г. Иванов, Е. З. Новицкий

(Москва)

Эйхельбергером и Хаувером [1] экспериментально было найдено, что в полярном диэлектрике, подвергнутом ударному сжатию, возникают заряды на поверхностях, перпендикулярных направлению распространения ударной волны. Так, если этот диэлектрик заполняет пространство между обкладками конденсатора, то в цепи последнего возникает электрический ток (см. фиг. 1, где 1 — неподвижная обкладка конденсатора с охранным кольцом, 2 — движущаяся обкладка конденсатора, 3 — исследуемый диэлектрик; стрелкой показано направление движения фронта ударной волны).

Отмечается, что начальный скачок тока в цепи конденсатора пропорционален величине дипольного момента молекулы, числу диполей на единицу объема, площади обкладок конденсатора S и примерно обратно пропорционален толщине диэлектрика l_0 . Явление возникновения э. д. с. в цепи конденсатора объясняется поворотом диполей при прохождении ударной волны.

В качестве практического приложения наблюдаемого явления полярные диэлектрики (например, плексиглас) предлагается использовать как динамические датчики давления.

В данной работе постулируется образование двойного электрического слоя за фронтом ударной волны; предлагается эквивалентная электрическая схема, моделирующая двойной слой, и дается ее решение.

1. Эквивалентная электрическая цепь поляризационного датчика. Вслед за авторами [1] будем считать, что при прохождении вещества через фронт ударной волны происходит его поляризация (например, в полярном диэлектрике — вследствие поворота диполей).

Однако такое состояние сохраняется, пока на данные диполи действует ускорение; потом, спустя некоторое время после релаксации, произойдет разориентация диполей и вещество за фронтом ударной волны вновь придет в состояние равновесия, но уже с новыми значениями термодинамических параметров.

Таким образом, на фронте ударной волны будет существовать слой поляризованного диэлектрика.

Для цепи фиг. 1, в которой находится рассматриваемый конденсатор, существование двойного электрического слоя, движущегося с постоянной скоростью, будет эквивалентно некоторому источнику э. д. с. с напряжением E_0 , определяемым толщиной двойного слоя δ , степенью ориентации диполей и т. д.

Этот источник э. д. с., вообще говоря, должен обладать и некоторым внутренним сопротивлением R_i , так как в квазистационарном режиме он не может создать ток больше некоторого предельного, лимитируемого количеством диполей, ориентированных в единицу времени.

На фиг. 2 приведена xt -диаграмма, где OA — траектория обкладки конденсатора, движущейся с массовой скоростью u , OB — траектория ударной волны (двойного

слоя), движущейся с волновой скоростью D ; область 1 — несжатое вещество с диэлектрической постоянной ϵ_1 и удельным объемным сопротивлением ρ_1 , область 2 — сжатое вещество с ϵ_2 и ρ_2 .

Будем рассматривать случай, когда δ мало ($\delta l_0^{-1} \ll 1$). Тогда для любого момента времени $0 \leq t \leq l_0 D^{-1}$ схема фиг. 1, сообразованная с фиг. 2, может быть интерпретирована электрической схемой, показанной на фиг. 3, а.

Ключ K здесь замыкается в момент времени $t = 0$ и размыкается при $t = l_0 D^{-1}$. Параметры схемы с индексами 1 и 2 определяют соответственно области 1 и 2 на фиг. 2 и записываются для единицы поверхности в виде

$$C_1 = \frac{\epsilon_1}{4\pi(l_0 - Dt)}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \sigma}{4\pi Dt}, \quad R_1 = \rho_1(l_0 - Dt)$$

$$R_2 = \frac{\rho_2 Dt}{\sigma} \quad \left(\sigma = \frac{D}{D - u} \right) \quad (1.1)$$

Здесь σ — сжатие.

Схема цепи фиг. 3, а описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка, с переменными коэффициентами и правой частью, решение которого найти оказывается затруднительным.

Найдем решение для двух частных случаев, полагая величину R_1 всегда достаточно большой, так что ее шунтирующим действием на конденсатор R_1 можно пренебречь.

Случай 1. Проводимость за фронтом ударной волны мала. Пренебрегая шунтирующим действием R_2 , перейдем от схемы фиг. 3, а к эквивалентной схеме фиг. 3, б, где

$$R = R_i + R_e, \quad C = C_1 C_2 (C_1 + C_2)^{-1} \quad (1.2)$$

Для данной цепи справедливо

$$E_0 = iR + V_c, \quad \text{или} \quad I + \varphi = 1 \quad (\varphi = V_c E_0^{-1}, I = iR E_0^{-1}) \quad (1.3)$$

Обращаясь к уравнению, связывающему заряд с напряжением на обкладках конденсатора, и дифференцируя его, получим

$$I = \varphi R \left(-\frac{C}{\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dC}{dt} \right) \quad (1.4)$$

Здесь величина, обратная стоящей в скобках, по аналогии с законом Ома, может рассматриваться как некоторое эффективное сопротивление емкости, которое в дальнейшем будет обозначаться через R_c , а отношение R_c к R — через $2\mu^2$. Величина R_c , согласно (1.4), при $\varphi = \text{const}$ есть $(dC/dt)^{-1}$. Из уравнений (1.1) и (1.2) следует

$$\mu = 2 \sqrt{\pi} \frac{l_0 - (1-z)Dt}{\sqrt{2RD\epsilon_1(1-z)}} \quad \left(z = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2\sigma} \right) \quad (1.5)$$

Подставляя (1.4) в уравнение (1.3) и производя замену t на μ из (1.5), получим

$$\frac{d\varphi}{d\mu} - \left(2\mu + \frac{1}{\mu} \right) \varphi = -2\mu \quad (1.6)$$

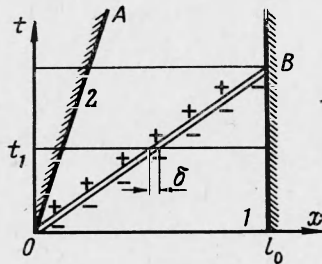
Общее решение такого дифференциального уравнения имеет вид

$$\varphi = \mu \exp(\mu^2) [\text{const} - \sqrt{\pi} \text{erf}(\mu)] \quad (1.7)$$

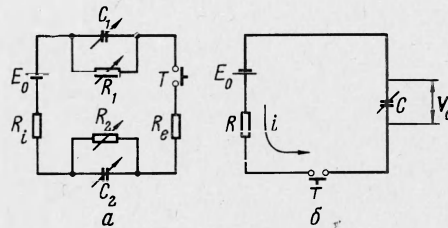
При $t = 0$ параметр μ имеет значение

$$\mu_0 = 2 \sqrt{\pi} l_0 [2RD\epsilon_1(1-z)]^{-1/2} \quad (1.8)$$

в цепи возникает бросок тока, но напряжение на емкости в этот момент $V_c \sim \varphi = 0$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Отсюда найдем константу интегрирования в уравнении (1.7) и запишем частное решение уравнения (1.6)

$$\varphi = \mu \exp(\mu^2) \sqrt{\pi} [\text{erf}(\mu_0) - \text{erf}(\mu)] \quad (1.9)$$

Из (1.5) и (1.8) нетрудно видеть, что μ_0 и μ связаны соотношением

$$\mu = \mu_0 [1 - (1-z)X] \quad (X = Dt l_0^{-1}) \quad (1.10)$$

Здесь X — безразмерная координата, изменяющаяся со временем от 0 до 1. При этом величина μ изменяется от μ_0 до $\mu = \mu_0 z$.

Наконец, из (1.3) запишем

$$I = 1 - \mu \exp(\mu^2) \sqrt{\pi} [\text{erf}(\mu_0) - \text{erf}(\mu)] \quad (1.11)$$

Результаты расчетов $I = f(X)$ приведены на фиг. 4 в виде сплошных кривых 1, ..., 5 для значений параметра $\mu_0 = 0.5, 1, 2, 4, 10$ соответственно.

Случай 2. Материал за фронтом ударной волны является хорошим проводником, т. е. $R_{c2} \gg R_2$ и $R = R_i + R_e \gg R_2$.

В этом случае процессы, происходящие в схеме фиг. 2, вновь описываются эквивалентной электрической схемой фиг. 3, б, и записанными для нее уравнениями с той лишь разницей, что рассматриваемой емкостью C здесь является емкость C_1 на фиг. 3, а. В соответствии с этим изменяется вид параметра

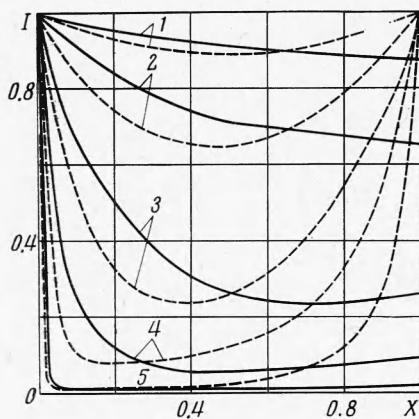
$$\mu_0 = 2l_0 \sqrt{\pi} (2RD\epsilon_1)^{-1/2} \quad (1.12)$$

а уравнение (1.10) приводится к

$$\mu = \mu_0 (1 - X) \quad (X = Dt l_0^{-1}) \quad (1.13)$$

При изменении X от 0 до 1 величина μ изменяется от μ_0 до 0. Результаты расчетов по формуле (1.11) для этого случая приведены на фиг. 4 (пунктирные кривые).

В обоих случаях для определенности полагалось $Z = 0.5$.



Фиг. 4

Легко видеть, что если RC_0 цепи мало в сравнении с $l_0 D^{-1}$ (μ_0 велико), то влиянием первого фактора (в первом приближении) можно пренебречь. Тогда начальное условие для уравнения (1.7) будет: $\varphi = 1$ при $t = 0$. Отсюда

$$I = 1 - \mu \exp(\mu^2) \{ \mu_0^{-1} \exp(-\mu_0^2) + \sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(\mu_0) - \operatorname{erf}(\mu)] \} \quad (2.2)$$

Ограничиваясь в асимптотическом разложении $\operatorname{erf}(\mu)$ членами второго порядка малости по μ , найдем

$$I = (2\mu^2)^{-1}$$

что совпадает с (2.1).

2°. Запишем отношение R_{c2} к R_2 из (1.1) в виде $4\pi t (\rho_2 \epsilon_2)^{-1}$.

Нетрудно видеть, что случай 1 соответствует условию $4\pi t (\rho_2 \epsilon_2)^{-1} \ll 1$, а случай 2 — условию $4\pi t (\rho_2 \epsilon_2)^{-1} \gg 1$. Примем для случая 1 величину $t = l_0 D^{-1} \sim 10^{-6}$ сек, а величину $\epsilon_2 (4\pi)^{-1}$ — равной 0.5. Тогда $\rho_2 \gg 2 \cdot 10^6$ ом. см. Во втором случае условие $4\pi t (\rho_2 \epsilon_2)^{-1} \gg 1$ может быть выполнено только для $t > t_0$, где t_0 — некоторый минимальный интервал времени. Представляется разумным принять за t_0 время разрешения используемой аппаратуры, составляющее величину порядка 10^{-8} сек. Отсюда $\rho_2 \ll 2 \cdot 10^4$ ом. см. Область значений $2 \cdot 10^4$ ом. см. $\ll \rho_2 \ll 2 \cdot 10^6$ ом. см. не описывается рассмотренными решениями 1 и 2.

3°. Рассмотрим область больших μ_0 для случая 1°. Ток в цепи определяется из (2.1); задаваясь отношением токов для двух фиксированных значений X (моментов времени t) на каждой из кривых $I(X)$ фиг. 4, легко найти выражение для z

$$z = \frac{1}{\sqrt{K} - 1} (1 \pm 2\sqrt{K}) \quad (2.3)$$

где K — отношение тока в точке $X = 1$ к току при $X = 0.5$. В рассматриваемой области μ_0 отношение $K > 1$ (см. фиг. 4), а z — величина положительная. Поэтому (2.3) можно записать в виде

$$z = (2\sqrt{K} - 1)^{-1} \quad (2.4)$$

Отсюда легко находится величина ε_2 согласно (1.5). В случае 2 определению подлежат параметры цепи — E_0 и R . Из фиг. 4 следует, что величина K есть $(I_{X=0,5})^{-1}$, которая, как видно из (1.11), однозначно связана с μ_0 . Последняя определяет R из (1.12). Нахождение E_0 не представляет труда.

4°. Обратной пропорциональной зависимости начального скачка тока от величины I_0 , отмеченная в [1], в случае больших μ_0 , как явствует из (2.1), переходит в обратно квадратичную зависимость.

5°. Вторая формула (2.1), записанная в виде $i = E_0 dC / dt$, представляет собой основную формулу метода емкостного датчика [2].

Последнее обстоятельство может оказаться полезным для определения величины ε_2 в диэлектриках, не создающих достаточной величины E_0 . Это могут быть или неполярные диэлектрики, или диэлектрики полярные, но подвергнутые малому сжатию (так, по данным [1], нижний предел регистрируемого сигнала для плексигласа лежит в области давлений 40 кбар).

Естественно, что в этих случаях необходимо наличие внешнего источника э. д. с.

6°. Решение цепи фиг. 3, а, в принципе может дать сведения о величине ρ_2 — удельном объемном сопротивлении за фронтом ударной волны.

7°. Рассмотренное решение эквивалентной цепи поляризационного датчика для веществ с ориентационной поляризацией равным образом справедливо для веществ, обладающих ионной или атомной поляризацией, так как природа, которой обязано появление источника э. д. с. в веществе, сжатом ударной волной, в рассмотрении не принималась.

Поступила 28 IV 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Eichelberger R. I. Hauser G. E. Solid State Transducers for Recording of Intense Pressure Pulses. Les ondes de detonation. Proc. of Colloquium held at Gif — Cur — Uvette, France, August 28. September 2, 1961.
2. Иванов А. Г., Новиков С. А. Метод емкостного датчика для регистрации мгновенной скорости движущейся поверхности. Приборы и тех. эксперимента, 1963, № 1.

КИНЕМАТИКА ТОКОВОГО СЛОЯ В ПЛАЗМЕННОМ УСКОРИТЕЛЕ

В. Ю. Баранов, А. К. Мусин, Г. Г. Тимофеева

(Москва)

Проводится сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей кинематических характеристик квазинейтральных сгустков заряженных частиц, полученных в плазменных ускорителях рельсотронного типа, от электрических и геометрических параметров ускоряющего контура.

1. Движение токового слоя вдоль эродирующих электродов. В работе [1] состояние плазменного сгустка с переменной массой описывается при помощи кинетического потенциала, учитывающего кинетическую энергию движущейся плазмы W_v , энергию собственного магнитного поля W_L , лоренцеву силовую функцию W_B и электрическую энергию W_C , запасенную в конденсаторе ускоряющего контура

$$W_v = \frac{1}{2} m(t) v^2(t), \quad W_L = \frac{1}{2c_0^2} L(t) i^2(t), \quad W_B = \frac{1}{c_0} i B s x(t)$$

$$W_C = \frac{1}{2C} \left[\int_0^t i(\tau) d\tau \right]^2 \quad (1.1)$$

Нелинейные уравнения движения относительно обобщенных скоростей $v(t)$ и $i(t)$ (уравнение импульсов и обобщенный закон Ома) с учетом джоулевой диссипации и изменения массы токового слоя в результате эрозии ведущих электродов в форме

$$m(t) = m_0 + K \int_0^t |i(\tau)| d\tau$$