

ЛИТЕРАТУРА

1. G. A. Heath, G. S. Pearson. 11-th Symp. (Intern.) on Comb. The Combustion Institute, 1967, p. 967.
2. G. J. Williams, R. G. Wilkins. Comb. Flame, 1973, 21, 325.
3. О. П. Коробейничев, В. Н. Орлов, Н. Я. Шифон. ФГВ, 1981, 17, 6.
4. Н. Я. Шифон, О. П. Коробейничев, В. Н. Орлов. Пятая Всесоюзная конференция «Использование вычислительных машин в спектроскопии молекул и химических исследованиях». Тез. докл. Новосибирск, 1980.
5. Н. Е. Ермолин, О. П. Коробейничев и др. ФГВ, 1982, 18, 1.
6. Механизм, кинетика и катализ термического разложения и горения перхлората аммония. Сб. переводов. Новосибирск: Наука, 1970.
7. Гайрао, Вильямс. РТК, 1971, 9, 7.
8. Н. Е. Ермолин, О. П. Коробейничев и др. ФГВ, 1982, 18, 2.
9. G. Porter. Disc. Far. Soc., 1953, 14, 23.
10. C. Park. J. Phys. Chem., 1976, 8, 6.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ В СОПЛЕ С УЧЕТОМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ДРОБЛЕНИЯ

О. Б. Ковалев, В. М. Фомин
(Новосибирск)

Рассматриваются одномерная модель течения полидисперсной двухфазной смеси в сопле [1] и ступенчатая модель газодинамического дробления, согласно которой по достижении числом Вебера критического значения шаровая капля распадается на две равные части.

На основе полученного приближенного решения, согласно известному методу линеаризации уравнений при небольшом запаздывании частиц от газа, доказано существование в критическом сечении такого диаметра частиц $\delta_{кр}$, который ограничивает возможность перехода частиц большего размера через критическое сечение, т. е. при $\delta_i > \delta_{кр}$ в дозвуковой части сопла найдется такое сечение, где число Вебера для данной частицы достигает критического значения. При этом $\delta_{кр}$ существенно зависит от формы сопла и параметров торможения потока. Получено аналитическое выражение этой зависимости для стокова режима обтекания частиц. Проведенные численные эксперименты согласуются с теоретическими выводами.

Для описания течения полидисперсной смеси примем метод Лагранжа [1]. Выпишем систему уравнений для i -го компонента частиц, вводя ступенчатую функцию распределения частиц по размерам, коэффициенты захвата G_{ij} и эффективности соударений $\Phi_{ij} = \Delta m_i / \sum_{j=1}^i m_j$, где Δm_i и $\sum_{j=1}^i m_j$ — изменение массы i -й частицы и масса всех j -х частиц, налетевших на i -ю,

$$\begin{aligned}
 u_i \frac{du_i}{dx} &= D_i (\omega - u_i) + \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^i K_{ij} G_{ij} m_j n_j (u_j - u_i) + \\
 &+ \sum_{j=1}^N K_{ij} G_{ij} n_j (1 - \Phi_{ij}) (u_j - u_i), \\
 u_i \frac{dT_i}{dx} &= Q_i (T - T_i) + \frac{1}{cm_i} \sum_{j=1}^i K_{ij} G_{ij} m_j n_j E_{ij} + \\
 &+ \frac{1}{c} \sum_{j=1}^N K_{ij} G_{ij} n_j (1 - \Phi_{ij}) E_{ij}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\mu_i}{dx} = \frac{n_i}{\rho\omega} \left(\sum_{j=i}^i K_{ij} G_{ij} \Phi_{ij} m_j n_j - m_i \sum_{j=i}^N K_{ij} G_{ij} \Phi_{ij} n_j \right),$$

$$\frac{dm_i}{dx} = \frac{1}{u_i} \sum_{j=1}^i K_{ij} G_{ij} \Phi_{ij} n_j m_j.$$

Здесь u_i , T_i — скорость и температура i -й фракции частиц; D_i , Q_i — коэффициенты сопротивления и теплоотдачи [1]; n_i — число частиц в единице объема с массой $m_i = \pi/6 \delta_i^3 \rho_b$; $K_{ij} = 4\pi(\delta_i \delta_j)^2 |u_i + u_j|$ — константа коагуляции, где δ_i — диаметр частицы; $\mu_i = n_i m_i u_i / \rho\omega$ — соотношение расходов частиц и газа; $E_{ij} = c_b(T_j - T_i) + (u_j - u_i)^2/2$. Дополняя (1) уравнениями неразрывности и состояния газа, а также уравнениями законов сохранения импульса и энергии для смеси, получим замкнутую систему

$$\rho\omega f = c_1,$$

$$\frac{dp}{dx} + \rho\omega \frac{d\omega}{dx} + \rho\omega \sum_{i=1}^N \mu_i \frac{du_i}{dx} = 0,$$

$$\omega \frac{d\omega}{dx} + c_p \frac{dT}{dx} + \sum_{i=1}^N \mu_i \left(c_b \frac{dT_i}{dx} + u_i \frac{du_i}{dx} \right) = 0,$$

$$p = \rho RT,$$

где ω , ρ , T , p — скорость, плотность, температура и давление газа; f — площадь поперечного сечения; c_p и c_b — теплоемкости газа и материала частиц; R — газовая постоянная.

Принимается следующая ступенчатая модель газодинамического дробления [2], согласно которой при достижении числа Вебера $We_i = \rho(\omega - u_i)^2 \delta_i / \sigma$ критического значения $We_{кр}$, т. е. при выполнении соотношения

$$We_i \geq We_{кр}, \quad (3)$$

шаровая капля распадается на две равные части, так что

$$\delta_i = \begin{cases} \delta_i, & We_i < We_{кр}, \\ \delta_i \sqrt[3]{2}, & We_i \geq We_{кр}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкой капли.

Многочисленные экспериментальные данные, приведенные в работах [3, 4], свидетельствуют о зависимости критического числа Вебера от вязкостного комплекса $\Gamma = \eta_b^2 / \delta \sigma \rho_b$, где η_b и ρ_b — динамическая вязкость и плотность жидкости. В [4] получена эмпирическая зависимость $We_{кр}$ от определяющих параметров Γ и длины конфузора L в широком диапазоне значений η_b и ρ_b .

$$We_{кр} = 17,5 \Gamma^m L^{-0,38 \Gamma^{-0,18}}, \quad m = \begin{cases} 0,0323, & \Gamma \leq 1, \\ 0,256, & \Gamma > 1. \end{cases}$$

При этом для $\Gamma \leq 10^{-2}$ в условиях увеличивающихся относительных скоростей $We_{кр} = 20 \div 24$.

Согласно методу линеаризации уравнений двухфазных течений, параметры течения в явном виде могут быть представлены через геометрические характеристики сопла. Ограничиваясь случаем течения без взаимодействия частиц при стоксовом режиме обтекания частиц, исходные уравнения движения (1) в этом случае примут вид

$$u_i du_i / dx = D_i (\omega - u_i),$$

$$u_i dT_i / dx = Q_i (T - T_i),$$

$$\mu_i = \text{const},$$

где $D_i = 18\eta/\delta_i^2\rho_b$; $Q_i = 6 \text{Nu}/\text{Pr} \cdot c_p \eta / \rho_b c_b \delta_i^2$; η — вязкость газа; Nu , Pr — числа Нуссельта и Прандтля. Можно получить решение уравнений движения двухфазной смеси (1'), (2) в разложении по малому параметру ε , пропорциональному отставанию частиц [1]. При этом искомые функции ω , u_i , T , T_i , p , ρ ($i = \overline{1, N}$) могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_e + \varepsilon\omega^{(1)} + \varepsilon^2\omega^{(2)} + \dots, \\ T &= T_e + \varepsilon T^{(1)} + \varepsilon^2 T^{(2)} + \dots, \\ p &= p_e + \varepsilon p^{(1)} + \varepsilon^2 p^{(2)} + \dots, \\ \rho &= \rho_e + \varepsilon \rho^{(1)} + \varepsilon^2 \rho^{(2)} + \dots, \\ \omega - u_i &= \varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots, \\ T - T_i &= \varepsilon T_i^{(1)} + \varepsilon^2 T_i^{(2)} + \dots,\end{aligned}\tag{5}$$

где ω_e , T_e , p_e , ρ_e — параметры равновесного течения; $\varepsilon = Na_e^* / \sum_{i=1}^N D_i$; a_e^*

— скорость звука в равновесном заторможенном потоке. Величины $\omega^{(j)}$, $T^{(j)}$, $p^{(j)}$, $\rho^{(j)}$, $u_i^{(j)}$, $T_i^{(j)}$, соответствующие членам j -го порядка в разложении, могут быть получены из уравнений (1'), (2) при непосредственной подстановке соотношений (5) и приравнении коэффициентов при одинаковых степенях ε .

Здесь не будут выписываться выражения для этих величин, так как они аналогичны приведенным в работе [1] для случая монодисперсной смеси. Нас интересует запаздывание частиц, поскольку именно эта величина входит в выражение для числа Вебера и влияет на характер газодинамического дробления. Так, для разности скоростей $\omega - u_i$, учитывая только члены до первого порядка, имеем

$$\omega - u_i = \omega_e / D_i \frac{d\omega_e}{dx}.\tag{6}$$

Известно, что параметры равновесного течения, которое характеризуется условиями $\omega = u_i = \omega_e$, $T = T_i = T_e$, выполненными во всей области, удовлетворяют уравнениям обычной газодинамики с эффективными значениями $\rho_e = (1 + W)\rho$, $R_e = R/(1 + W)$, $c_p^e = (c_p + c_b W)/(1 + W)$, где $W = \sum_{i=1}^N \mu_i$. Очевидно, что решение этих уравнений может быть выражено через величину λ и параметры торможения равновесного потока

$$\begin{aligned}\omega_e &= a_e^* \lambda \left(\frac{2}{k_e + 1} \right)^{1/2}, \\ p_e &= p_e^* \left(1 - \frac{k_c - 1}{k_e + 1} \lambda^2 \right)^{k_e/(k_e - 1)}, \\ \rho_e &= \rho_e^* \left(1 - \frac{k_e - 1}{k_e + 1} \lambda^2 \right)^{1/(k_e - 1)}.\end{aligned}\tag{7}$$

Причем связь приведенной скорости $\lambda = \omega_e / a_{кр}^e$ с контуром сопла задается уравнением

$$f/f_{кр} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{2}{\frac{k_e + 1}{k_e - 1} - \frac{1}{1 - \frac{k_e - 1}{k_e + 1} \lambda^2}} \right)^{1/(k_e - 1)}.$$

Используя уравнение (6) и выражая плотность газа ρ через равновесное значение, из соотношения (3) получим такое $\delta(x)$, что для всех

$$\delta_i \geq \delta(x) = \left\{ \frac{We_{кр} (18\eta)^2 \sigma (1+W)}{\rho_b^2 \rho_e \left(\omega_e \frac{d\omega_e}{dx} \right)^2} \right\}^{0,2} \quad (8)$$

диаметр i -й частицы изменяется в соответствии с уравнением (4).

Таким образом, показано, что в каждом сечении сопла существует некоторый диаметр частиц $\delta(x)$, который ограничивает возможность перехода частиц большего размера через это сечение. В связи с этим может быть доказано следующее утверждение. Пусть движение полидисперсной двухфазной смеси мало отличается от равновесного, т. е. справедливо представление решения системы уравнений (1')—(4) в виде (5). Тогда для заданного контура сопла существует критический диаметр частиц $\delta_{кр}$, равный минимальному значению $\delta(x)$, которое достигается в критическом сечении и зависит от параметров торможения равновесного течения, геометрических характеристик контура:

$$\delta_{кр} = \left\{ \frac{We_{кр} (18\eta)^2 \sigma (1+W) \rho_e^* R_* r_* \left(\frac{k_e + 1}{2} \right)^{\frac{3k_e - 2}{k_e - 1}}}{\rho_b^2 k_e^2 (r_e^*)^2} \right\}^{0,2}, \quad (9)$$

где r_* , R_* — радиус и радиус кривизны критического сечения.

Для доказательства в соотношении (8) подставим ρ_e , ω_e из (7). Тогда с учетом уравнения

$$\frac{d\omega_e}{dx} = - \frac{\omega_e}{1 - M_e^2} \frac{1}{f} \frac{df}{dx} \quad (10)$$

(M_e — число Маха) величина $\delta(x)$ может быть выражена через λ и $\xi = dr/dx$, где $r = r(x)$ — контур сопла. Если положить $\xi = \text{const}$, то в случае бесконечно малого радиуса кривизны можно показать, что функция $\delta(x) = \delta(\lambda)$ достигает минимума в критическом сечении.

Действительно, из (8) достаточно исследовать на экстремум функцию

$$\Phi(\lambda, \xi) = 1/\rho_e \left(\omega_e \frac{d\omega_e}{dx} \right)^2 = c_D \frac{(1-\lambda^2)^2}{\lambda^5} \left(1 - \frac{k_e - 1}{k_e + 1} \lambda^2 \right)^{-2k_e/k_e - 1},$$

$$\text{где } c_D = r_*^2 \left(4\rho_e^* a_e^{*4} \xi^2 \left(\frac{2}{k_e + 1} \right)^{\frac{2(k_e - 3)}{k_e - 1}} \right).$$

Точки экстремума находим из условия $\Phi'_\lambda = 0$ при $\xi = \text{const}$, откуда получаем уравнение

$$\frac{5k_e - 1}{k_e + 1} \lambda^4 - \frac{10k_e - 4}{k_e + 1} \lambda^2 + 5 = 0, \\ 1 - \lambda^2 = 0$$

Нетрудно убедиться, что первое уравнение не имеет действительных корней, так как при $k_e > 1$ имеет отрицательный дискриминант. Из второго уравнения получаем одну точку экстремума: $\lambda = 1$.

Теперь определим значение производной $d\omega_e/dx$ в критическом сечении. Очевидно, что при $M_e = 1$ и $dr/dx = 0$ правая часть уравнения (10) не определена. Представим (10) в виде

$$d\omega_e/dx = \varphi_1(\lambda, x)/\varphi_2(\lambda, x), \quad (11)$$

где

$$\varphi_1(\lambda, x) = 2a_e^* \xi \left(\frac{2}{k_e + 1} \right)^{\frac{k_e - 2}{2(k_e - 1)}} \lambda^{3/2} \left(1 - \frac{k_e - 1}{k_e + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{2k_e - 1}{2(k_e - 1)}}, \\ \varphi_2(\lambda, x) = r_* (\lambda^2 - 1).$$

Пользуясь методами качественной теории (5), положим

$$\left. \frac{d\omega_e}{dx} \right|_{x=x_*} = K, \quad (12)$$

тогда в окрестности критического сечения справедливо представление

$$\omega_e - \omega_e^* = K(x - x_*), \quad (13)$$

где $\omega_e^* = \omega_e(x_*)$; x_* — координата критического сечения. Разлагая в ряд функции φ_1 и φ_2 в точке (x_*, ω_e^*) и ограничиваясь членами первого порядка, из (11) получим

$$\frac{d\omega_e}{dx} = \frac{\varphi'_{1x}(x - x_*) + \varphi'_{1\omega_e}(\omega_e - \omega_e^*)}{\varphi'_{2x}(x - x_*) + \varphi'_{2\omega_e}(\omega_e - \omega_e^*)}. \quad (14)$$

Подставляя в (14) соотношения (12) и (13), после вычисления производных в точке (x_*, ω_e^*) получим квадратное уравнение для K , из которого с учетом условия $\frac{d^2r}{dx^2} = 1/R_*$ находим

$$K = \left. \frac{d\omega_e}{dx} \right|_{x=x_*} = \frac{2a_e^*}{(k_e + 1)\sqrt{R_*r_*}}. \quad (15)$$

Теперь, подставляя (7) и (15) при $\lambda = 1$ в (8) с учетом выражения $a_e^* = \sqrt{k_e p_e^* / \rho_e^*}$, окончательно получаем соотношение (9).

Таким образом, при известном контуре сопла и параметрах торможения равновесного потока соотношение (9) позволяет заранее предсказать характер двухфазного течения и вычислить значение критического диаметра частиц $\delta_{кр}$ для данного сопла. Причем из (9) видно, что величина $\delta_{кр}$ существенно зависит от давления торможения смеси p_e^* .

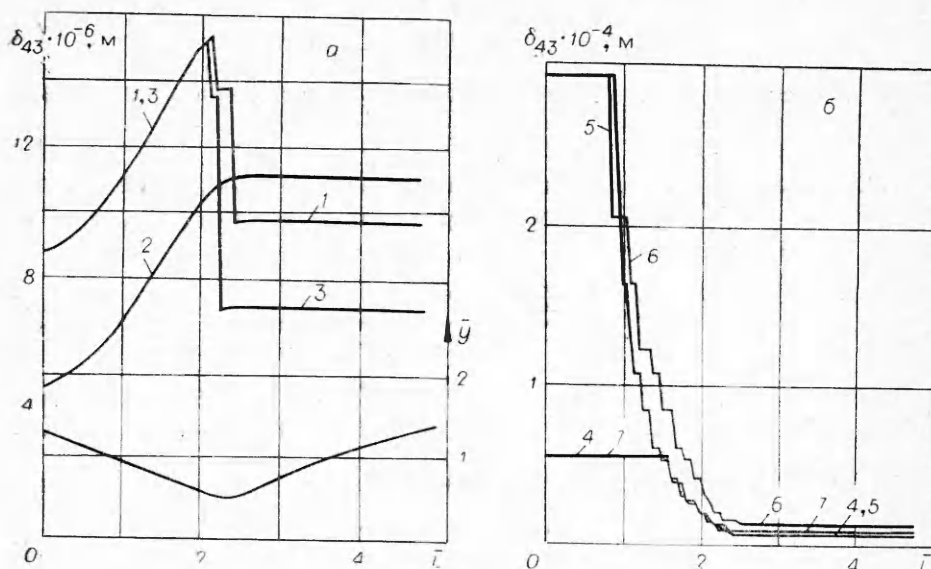
Чтобы оценить величину $\delta_{кр}$ частиц Al_2O_3 , для которых при температуре плавления $\rho_b = 2700 \text{ кг/м}^3$, $\sigma = 0,914 \text{ Н/м}$, выберем следующие параметры торможения и геометрические характеристики сопла: $R_* = r_* = 0,24 \text{ м}$, $W = 0,1$, $We_{кр} = 24$, $\rho_e^* = 5,75 \text{ кг/м}^3$, $p_e^* = 60 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, $k_e = 1,117$, $\eta = 8,85 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$. Подставляя эти значения в (9), получим $\delta_{кр} = 10,19 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Для оценки приведенных выше теоретических выводов проведены численные эксперименты, в которых исследовано влияние геометрических характеристик сопла на величину среднемассового диаметра частиц в критическом сечении и на выходе.

Известно, что при расчете параметров течения в сопле заданного контура система уравнений имеет особую точку в критическом сечении, что создает определенные трудности в вычислениях. В связи с этим целесообразно решать обратную задачу [6], т. е. вместо функции $f(x)$ задавать распределение плотности газа по длине сопла. Для определения этой зависимости предварительно рассчитывается равновесное течение смеси в заданном сопле. Далее численно интегрируется система (1)–(4). Площадь сопла после каждого шага интегрирования находится из уравнения неразрывности по известным параметрам и расходу газа.

В расчетах варьировались значения диаметра, радиуса кривизны критического сечения и ступенчатая функция распределения частиц по размерам в начальном сечении сопла, которая характеризуется среднемассовым диаметром δ_{43}^0 . Так, для $p_0 = 60 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ и $z = 0,09$ ($z = W/(1+W)$, где z — массовая концентрация конденсата) в широком диапазоне начальных значений δ_{43}^0 ($4,67 \leq \delta_{43}^0 \leq 294 \text{ мкм}$) получены кривые изменения среднемассового диаметра $\delta_{43}(x)$ в геометрически подобных соплах (см. рисунок и таблицу).

Следует отметить, что эффекты газодинамического дробления характерны для функций распределения с достаточно большим значением δ_{43}^0 (см. рисунок) и проявляются только в дозвуковой части сопла. Ук-



Изменение среднемассового диаметра по оси сопла.

а) $\delta_{43}^0 < \delta_{кр}^0$; б) $\delta_{43}^0 > \delta_{кр}^0$.

рушение при коагуляции частиц становится заметным и преобладает для функций распределения с $\delta_{43}^0 \leq 8,78$ мкм (кривые 1, 2). Причем значение δ_{43} в критическом сечении существенно зависит от геометрических характеристик контура. Так, например, для сопел с одинаковыми значениями $r_* = 0,1$ м и разными R_* при прочих равных условиях получаются разные значения δ_{43} в критическом сечении (кривые 1, 3). Если вернуться к соотношению (9), то можно сравнить расчетные значения δ_{43} с $\delta_{кр}$ в критическом сечении для различных контуров (см. таблицу). Кривые 1 и 7, среднемассовые диаметры которых в начальном сечении различаются на порядок, в критическом сечении имеют близкие значения δ_{43} . Расхождение δ_{43} и $\delta_{кр}$ для кривых 3 и 4 объясняется тем, что шаг $\Delta x = 0,02$, с которым проводились все расчеты, превосходит значение радиуса кривизны $R_* = 0,001$.

Параметр	Номер кривой на рисунке						
	1	2	3	4	5	6	7
r_* , м	0,1	0,24	0,1	0,1	0,1	0,49	0,1
R_* , м	0,1	0,12	0,001	0,001	0,05	0,245	0,1
δ_{43} , мкм	9,8	11,1	7	7	7	13,5	10
$\delta_{кр}$, мкм	7,3	9,02	2,906	2,906	6,36	12	7,3

Таким образом, результаты расчетов по общей модели с учетом коагуляции и газодинамического дробления частиц Al_2O_3 показали хорошее качественное и количественное согласование с теоретическими выводами. При этом если в начальном сечении сопла $\delta_{43}^0 \gg \delta_{кр}^0$, то преобладает газодинамическое дробление, и наоборот, если $\delta_{43}^0 \ll \delta_{кр}^0$, то преобладает укрупнение частиц за счет коагуляции.

Поступила в редакцию 19/V 1981, после доработки — 2/II 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Е. Стернин. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1972.
2. В. И. Гаркуша, А. Л. Стасенко. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, 3.

3. Г. А. Салтанов. Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск: Высшая школа, 1972.
4. В. П. Лопарев. Изв. АН СССР. МЖГ, 3, 1975.
5. Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976.
6. С. Д. Гришин, А. П. Тишин, Р. И. Хайрутдинов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, 2.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В РЕЗОНАТОРЕ НЕПРЕРЫВНОГО ХИМИЧЕСКОГО HF-ЛАЗЕРА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

Ю. В. Лапин, М. Х. Стрелец, М. Л. Шур

(Ленинград)

В работе [1] предложен эффективный конечно-разностный метод численного интегрирования полной системы уравнений Навье — Стокса для многокомпонентных химически реагирующих газовых смесей при наличии релаксационных процессов и когерентного излучения, открывающий благодаря своей экономичности широкие возможности для моделирования различных неравновесных течений со сложной газодинамической структурой. В данной работе этот метод используется для исследования процессов, протекающих в резонаторе непрерывного сверхзвукового химического лазера на молекуле HF. При этом особое внимание уделяется вопросам, которые не могут быть проанализированы в рамках широко распространенных в настоящее время приближенных моделей течения в резонаторе [2—5].

Постановка задачи

При описании течения в резонаторе непрерывно действующего химического HF-лазера с плоской или цилиндрической геометрией соплового блока (см., например, [6]) используются следующие основные допущения: 1) течение можно считать двумерным (плоским или осесимметричным); 2) смешение сверхзвуковых струй горючего (H_2) и окислителя (F , F_2 , He) в полости резонатора имеет ламинарный характер; 3) эффектами термодиффузии и бародиффузии можно пренебречь, а диффузионный поток массы k -го компонента в многокомпонентной газовой смеси может быть выражен в форме обобщенного закона Фика $\vec{j}_k = -\rho D_k \text{grad } c_k$, где ρ — плотность смеси; c_k — относительная массовая концентрация k -го компонента; D_k — эффективный коэффициент диффузии [7]; 4) на каждом колебательном уровне v молекул фтористого водорода $HF(v)$, образующихся в потоке в результате реакций накачки $F + H_2 \rightleftharpoons HF(v) + H$, $H + F_2 \rightleftharpoons HF(v) + F$, имеет место вращательное равновесие при локальной термодинамической температуре смеси; в этом случае молекулы $HF(v)$, $v = 0, 1, \dots, N_v$ формально можно рассматривать как отдельные химические компоненты (им присвоены номера $k = 1, 2, \dots, N_v + 1$ соответственно), а элементарные процессы, протекающие с их участием, — как отдельные химические реакции [8]; 5) генерация для каждой колебательной полосы $v + 1 \rightarrow v$ может иметь место лишь в P -ветви колебательно-вращательных переходов $(v + 1, j_v - 1) \rightarrow (v, j_v)$, где j_v — значение вращательного квантового числа, при котором интегральный оптический коэффициент усиления для данной колебательной полосы принимает максимальное значение [2, 8].

В рамках сформулированных допущений система уравнений Навье — Стокса, описывающая течение в лазерном резонаторе [6, 9, 10], может быть записана в следующей форме:

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \vec{W} + \vec{Q}_c + \vec{Q}_R = 0, \quad (1)$$