

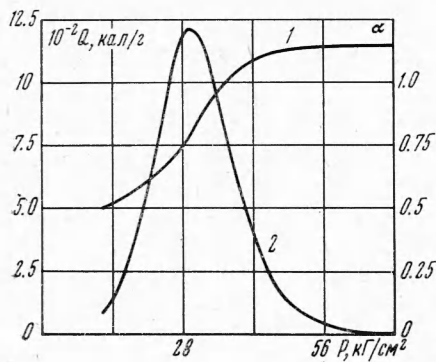
О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОЙ КАМЕРЕ

В. Н. Виллонов, А. П. Руднев

(Гомск)

В линейном приближении исследуется низкочастотная устойчивость стационарного режима горения пороха в полузамкнутой камере при учете неполноты горения, теплопотерь в стенки и динамической эрозии. Получены необходимые условия устойчивости горения. Сделаны качественные выводы о том, что неполнота протекания химических реакций, тепловые потери и эрозия оказывают дестабилизирующее влияние на процесс горения. Из трех возможных стационарных режимов устойчивы только два. Обнаружено существование пределов горения по давлению.

1. Постановка задачи. Теоретически устойчивость стационарного режима горения пороха в полузамкнутой камере в предположении завершенности химических реакций исследовалась в работах [1-4] и др. При пониженных давлениях теплота горения значительно отличается от своего предельного значения. На фиг. 1 (кривая 1), заимствованной из [5], представлена экспериментальная зависимость теплоты горения пороха НЕС 4016 от давления. Уменьшение тепловыделения может привести к снижению температуры и давления в камере и оказать существенное влияние на устойчивость режима горения.



Фиг. 1

В соответствии с [5] предположим, что в стационарных условиях теплота химических реакций Q есть функция давления p

$$Q^\circ = Q(p^\circ) \quad (1.1)$$

которая находится, например, подходящей интерполяцией опытных данных

(здесь и далее величины в стационарных условиях отмечаются градусом). В частности, зависимости, аналогичные изображенной на фиг. 1, могут быть представлены функциями вида

$$Q(p^\circ) = \frac{Q_1 - [Q_1 - Q_0(1 + g)] \exp[-L(p^\circ - d_0)]}{1 + g \exp[-L(p^\circ - d_0)]} \quad (1.2)$$

где

$$(Q_0 = Q(p^\circ = d_0), \quad Q_1 = Q(p^\circ \rightarrow \infty))$$

L и g — константы ($L > 0, g > 1$). Экспериментальные данные для пороха НЕС 4016 (кривая 1 на фиг. 1) с удовлетворительной точностью описываются формулой (1.2) при следующих значениях параметров:

$$Q_1 = 1140 \text{ ккал/г}, \quad Q_0 = 510 \text{ ккал/г}, \quad d_0 = 14 \text{ кг/см}^2, \quad L = 0.2 \text{ см}^2/\text{кг}, \\ g = 24.$$

Теплопотери в стенки камеры и эрозионное воздействие газов на процесс горения будем представлять в виде функции от средней плотности потока газов $G = \rho W$. Здесь ρ — плотность, W — средняя скорость газов. Таким образом, предполагается, что в стационарном режиме скорость горения u , а также температура поверхности пороха T_1 есть известные функции давления, начальной температуры топлива T_0 , плотности потока G и температуры газов T_2

$$u^\circ = u^\circ(p, T_0, G, T_2), \quad T_1^\circ = T_1^\circ(p, T_0, G, T_2) \quad (1.3)$$

В нестационарных условиях давление и температура в камере подчиняются уравнениям

$$V \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{RT_2} \right) = \sigma \rho_0 u - \frac{A_0 F_* p}{(RT_2)^{1/2}} \quad (1.4)$$

$$\frac{Vp}{RT_2^2} \frac{dT_2}{dt} = \left(\frac{Q}{c_V T_2} - 1 \right) \sigma \rho_0 u - (n-1) \frac{A_0 F_* p}{(RT_2)^{1/2}} - \frac{\sigma_1 q_1}{c_V T_2} \quad (1.5)$$

имеющих смысл законов сохранения массы и энергии. Здесь t — время, σ — поверхность горения, ρ_0 — плотность пороха, V — свободный объем, σ_1 — внутренняя поверхность камеры, F_* — критическое сечение сопла, c_V — удельная теплоемкость продуктов горения при постоянном объеме, R — газовая постоянная, $n = c_p / c_V$ — показатель адиабаты, A_0 — коэффициент расхода, q_1 — плотность теплового потока от продуктов горения в стенки камеры.

В пренебрежении лучистым потоком тепла по сравнению с конвективным (вклад различных механизмов теплопотерь в камере подробно проанализирован в [6]) будем иметь

$$q_1 = D_1 (\rho W)^b (T_2 - T_3) \quad (1.6)$$

где T_3 — средняя температура внутренней поверхности стенок камеры, D_1 — известная функция теплофизических параметров продуктов горения и эквивалентного диаметра камеры; b — константа, для условий полузамкнутого объема $b \approx 0.8$. В дальнейшем для приближенных оценок принимается $T_3 = \text{const}$.

Средняя плотность потока газов и расход продуктов горения через сопло связаны соотношением

$$G = \rho W = D_2 \frac{A_0 F_* p}{F (RT_2)^{1/2}} \quad (1.7)$$

где F — сечение камеры, свободное для прохода газов; коэффициент D_2 зависит от конструкции заряда: для торцевого горения $D_2 \approx 1$, для зарядов канального горения $D_2 \approx 0.5$ при условии, что скорость газов вдоль заряда распределена по линейному закону.

В стационарных условиях левые части уравнений (1.4), (1.5) обращаются в нуль. Задав конкретный закон горения, из (1.4), (1.5) получим соотношения, определяющие стационарные давление и температуру в камере. В простейшем случае, когда теплопотери и эрозия не учтены, стационарные температура и давление находятся из уравнений

$$\sigma \rho_0 u^\circ = \frac{A_0 F_* p^\circ}{(RT_2^\circ)^{1/2}}, \quad T_2^\circ = \frac{Q(p^\circ)}{c_p}$$

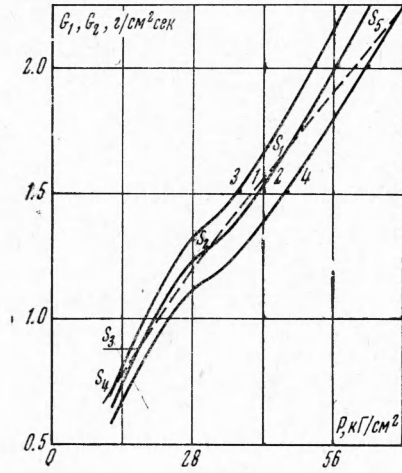
Расчеты¹ для пороха HES 4016 показывают (фиг. 2), что при $F_*/\sigma = 0.0051$ существуют три стационарных режима горения, характеризую-

¹ Здесь и далее все расчеты проводятся для пороха HES 4016 при $T_0 = 25^\circ \text{C}$. Необходимые характеристики пороха взяты из [5,7-9].

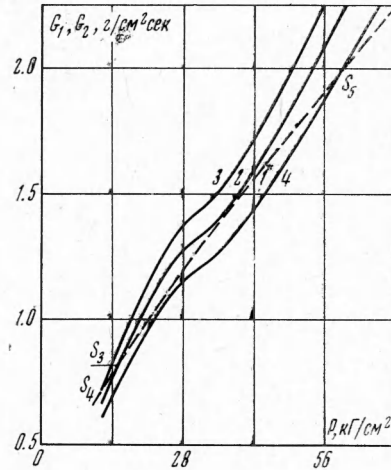
щихся следующими значениями давления, температуры и теплоты горения:

$$p^\circ = 46 \text{ кг/см}^2, T_2^\circ = 2670 \text{ }^\circ\text{K}, Q^\circ = 1120 \text{ кал/г}; p^\circ = 32 \text{ кг/см}^2, T_2^\circ = 2100 \text{ }^\circ\text{K}, \\ Q^\circ = 880 \text{ кал/г}; p^\circ = 17 \text{ кг/см}^2, T_2^\circ = 1320 \text{ }^\circ\text{K}, Q^\circ = 555 \text{ кал/г}$$

(на фиг. 2 точки S_1, S_2, S_3 пересечения кривых удельного прихода газов G_1 (кривая 1) и расхода G_2 (кривая 2), отнесенных к поверхности горения).



Фиг. 2



Фиг. 3

При достаточно больших F_*/σ существует лишь нижний режим (на фиг. 2 точка S_4 пересечения кривых 1 и 3 при $F_*/\sigma = 0.0055$: $p^\circ = 13 \text{ кг/см}^2$, $T_2^\circ = 1200 \text{ }^\circ\text{K}$, $Q^\circ = 505 \text{ кал/г}$), при малых F_*/σ — верхний (точка S_5 пересечения кривых 1 и 4 при $F_*/\sigma = 0.0046$: $p^\circ = 69 \text{ кг/см}^2$, $T_2^\circ = 2720 \text{ }^\circ\text{K}$, $Q^\circ = 1140 \text{ кал/г}$).

На фиг. 3 представлены результаты расчета стационарных режимов с учетом конвективных потерь тепла в стенки камеры. Тепловые потери определялись по методике, изложенной в [6], плотность потока газов выражалась через параметр Победоносцева κ [10]

$$G^\circ = \kappa \rho_0 u_0^\circ \quad (1.8)$$

где u_0° — скорость горения без учета эрозии. Кривая 1 на фиг. 3 — удельный приход газов; кривые 2, 3, 4 — удельные расходы продуктов соответственно при $F_*/\sigma = 0.0051, 0.0055, 0.0046$ и $d_1 = 1 \text{ см}$, $\kappa = 100$, $T_3 = 600 \text{ }^\circ\text{K}$, $\sigma_1/\sigma = 1$.

При наличии теплопотерь стационарные режимы смещаются в сторону меньших давлений и температур в камере. При этом возникает следующая ситуация: если при некотором F_*/σ без учета тепловых потерь возможен лишь один верхний режим, то при их учете с тем же отношением F_*/σ оказывается возможным существование трех режимов; если без теплопотерь расчеты показывают наличие трех режимов, то при их учете и том же F_*/σ возможен лишь нижний режим, и т. д.

Из расположения кривых прихода и расхода продуктов горения на диаграмме Бори (фиг. 2,3) видно, что из трех режимов устойчивы только два — нижний и верхний. Нижний режим горения в практике обычно не реализуется. По-видимому, он может быть осуществлен лишь путем специального запуска полузамкнутой камеры (низкие начальные давления, повы-

шенная начальная температура пороха, большие геометрические размеры камеры). Возможно также, что нижний режим является неустойчивым по отношению к высокочастотной области спектра колебаний продуктов горения в камере. В настоящей работе этот вопрос не исследуется.

В дальнейшем предполагаем, что неединственность стационарного решения имеет место и для общего нестационарного случая системы (1.4), (1.5).

Будем отмечать величины, относящиеся к предельному стационарному режиму, осуществляющемуся при наибольших давлении и температуре в камере, звездочкой (p_*° , T_{2*}° , u_*° и т. п.).

Введем безразмерные давление, температуру в камере, плотность потока газов и скорость горения

$$\eta = \frac{p}{p_*^\circ}, \quad \zeta = \frac{T_2}{T_{2*}^\circ}, \quad \lambda = \frac{G}{G_*^\circ}, \quad v = \frac{u}{u_*^\circ}$$

В стационарных условиях $\eta = \eta^\circ$, $\zeta = \zeta^\circ$, $\lambda = \lambda^\circ$, $v = v^\circ$.

2. Квазистационарное приближение. Исследуем устойчивость стационарного режима в классическом приближении, когда прогретый слой пороха успевает подстраиваться к возмущениям в газе. В этом случае скорость распространения пламени равна квазистационарной скорости горения z , которая в линейном приближении представляется в виде

$$z = v^\circ \left[1 + \frac{v}{\eta^\circ} (\eta - \eta^\circ) + \frac{h}{\lambda^\circ} (\lambda - \lambda^\circ) + \frac{q}{\zeta^\circ} (\zeta - \zeta^\circ) \right] \quad (2.1)$$

где параметры v , h , q характеризуют степень зависимости скорости горения от давления, плотности потока газов и температуры в камере в стационарных условиях

$$v = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0, G, T_2}, \quad h = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln G} \right)_{p, T_0, T_2}, \quad q = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln T_2} \right)_{p, T_0, G}$$

Из уравнений (1.4), (1.5) при учете соотношений (1.6), (1.7), (2.1) в линейном приближении найдем

$$t_2 (\zeta^\circ)^{1/2} \frac{d\eta}{dt} = B_1, \quad t_2 (\zeta^\circ)^{1/2} \frac{d\zeta}{dt} = B_2 \quad (2.2)$$

Здесь $t_2 = V / [A_0 F_* (RT_2^\circ)^{1/2}]$ — время релаксации камеры, $a = T_3 / T_{2*}^\circ$ — относительная температура стенок,

$$B_1 = \frac{Q(p_*^\circ \eta)}{c_V T_{2*}^\circ} z - n \eta \zeta^{1/2} - \frac{\eta^b (\zeta - a)}{(1-a) \zeta^{b/2}} \left[\frac{Q(p_*^\circ)}{c_V T_{2*}^\circ} - n \right]$$

$$B_2 = \left[\frac{Q(p_*^\circ \eta)}{c_V T_{2*}^\circ} - \zeta \right] \frac{\zeta^{1/2}}{\eta} - (n-1) \zeta^{1/2} - \frac{\eta^{b-1} (\zeta - a)}{(1-a) \zeta^{(b-2)/2}} \left[\frac{Q(p_*^\circ)}{c_V T_{2*}^\circ} - n \right]$$

Стационарные решения системы (2.2) устойчивы в малом, если, как показано в теории дифференциальных уравнений [11], корни характеристического уравнения системы (2.2)

$$y^2 - \left(\frac{\partial B_1^\circ}{\partial \eta} + \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \zeta} \right) y + \frac{\partial B_1^\circ}{\partial \eta} \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \zeta} - \frac{\partial B_1^\circ}{\partial \zeta} \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \eta} = 0 \quad (2.3)$$

имеют отрицательные действительные части. Для этого необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты (2.3) удовлетворяли условиям

Рауса — Гурвица

$$\frac{\partial B_1^\circ}{\partial \eta} + \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \xi} < 0, \quad \frac{\partial B_1^\circ}{\partial \eta} \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \xi} - \frac{\partial B_1^\circ}{\partial \xi} \frac{\partial B_2^\circ}{\partial \eta} > 0 \quad (2.4)$$

Стационарные решения уравнений (2.2) имеют вид

$$\eta = \eta^\circ, \quad \xi = \xi^\circ \quad (2.5)$$

Записанные в форме (2.5), эти решения охватывают все возможные стационарные режимы горения.

Подставляя (2.5) в (2.4), получим необходимое условие устойчивости горения в квазистационарном приближении

$$v < \min \left(\frac{\beta_1}{\beta_2}, \beta_3 \right) \quad (2.6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta_1 &= (1-h) \left[N \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{a(N-n)}{\xi^\circ - a} \right] - q [\alpha N + (1-b)(N-n)] \\ N &= \frac{Q(p^\circ)}{c_V T_2^\circ} \geq n, \quad \beta_2 = \frac{n+N}{2} + \left(\frac{\xi^\circ}{\xi^\circ - a} - \frac{b}{2} \right) (N-n) \\ \beta_3 &= b + (1-b) \frac{n}{N} + \frac{n+1}{2N} + \left(\frac{\xi^\circ}{\xi^\circ - a} - \frac{b}{2} \right) \frac{N-n}{N} - \alpha - \\ &\quad - \frac{(N+1)h}{2N} - \frac{(N-1)q}{N} \end{aligned}$$

параметр α учитывает зависимость теплоты горения от давления

$$\alpha = \frac{d \ln Q^\circ}{d \ln p}$$

Как показывают численные оценки, для пороха HES 4016 при давлениях $p \geq 12 \text{ кг/см}^2$ величина параметра α меняется в широких пределах: $0 < \alpha \leq 1.21$ (на фиг. 1 кривая 2); максимальное значение α достигается при $p \approx 30 \text{ кг/см}^2$.

Выразим величину h через конструктивные параметры камеры и физико-химические свойства пороха. В области положительной эрозии, по опытным данным [12], коэффициент эрозии $\varepsilon = u^\circ / u_0^\circ$ представляется линейной интерполяционной зависимостью от безразмерного параметра J [13]

$$\begin{aligned} J &= (\rho W)^\circ \xi_1^{1/2} / (\rho_0 u_0^\circ) \\ \frac{u^\circ}{u_0^\circ} &= \begin{cases} 1 & \text{при } J^\circ \leq J_* \\ 1 + D_3 (J^\circ - J_*) & \text{при } J^\circ > J_* \end{cases} \quad (2.7) \end{aligned}$$

Здесь ξ_1 — коэффициент сопротивления

$$\xi_1 = 0.316 \left[\frac{\mu_1}{(\rho W)^\circ d_1} \right]^{1/4}$$

μ_1 — динамическая вязкость, $d_1 = 4F / \Pi$ — эквивалентный диаметр (Π — периметр сечения камеры, свободного для прохода газов). В (2.7) значение J зависит от координаты вдоль заряда. По уточненным данным $D_3 = 0.006$, $J_* = 6.7$ при $6 < J \leq 20$ (в [12] интерполяционная зависимость $\varepsilon(J)$ дана в более узком интервале изменения J).

В пересчете (2.7) на плотность потока газов получим

$$u^\circ = \begin{cases} u_0^\circ & \text{при } J^\circ \leq J_* \\ u_0^\circ + D_3 \left[0.562 \left(\frac{\mu_1}{d_1} \right)^{1/8} \frac{(G^\circ)^{7/8}}{\rho_0} - J_* u_0^\circ \right] & \text{при } J^\circ > J_* \end{cases} \quad (2.8)$$

В стационарном режиме выполняется (1.8), поэтому из (2.8) имеем

$$h = \frac{7D_3 D_4 \kappa^{7/8}}{8(\rho_0 u_0^0)^{1/8}} \left\{ 1 + D_3 \left[D_4 \frac{\kappa^{7/8}}{(\rho_0 u_0^0)^{1/8}} - J_* \right] \right\}^{-1} \quad (2.9)$$

где

$$D_4 = 0.562 (\mu_1 / d_1)^{1/8}$$

Если формулы (2.7) — (2.9) используются для усредненной плотности потока газов, то вместо D_3 надо брать величину $D_3 / 2$.

На фиг. 4 представлена графическая интерпретация неравенства (2.6) для пороха НЭС 4016 при $T_0 = 25^\circ \text{C}$. В расчетах теплотерии и зависимость скорости горения от температуры газов не учитывались ($N = n$, $q = 0$). Кривая 1—1 представляет собой экспериментальную зависимость $v(p)$ [7, 8]. Кривые 2—2, 3—3, 4—4, 5—5 изображают правую часть неравенства (2.6) v_* в функции давления соответственно при $\kappa = 0, 100, 175, 250$ и $d_1 = 50 \text{ см}$.

Устойчивым режимам соответствуют ветви кривых $v_*(p, \kappa)$, лежащие выше линии $v(p)$. Учет неполноты тепловыделения дает верхний и нижний пределы горения по давлению. С ростом κ (при фиксированном d_1) верхний предел растет, а нижний падает. Расчеты показали, что с уменьшением эквивалентного диаметра влияние эрозийного горения усиливается. Поэтому в геометрически подобных камерах предельное давление, при котором происходит срыв устойчивого горения, в малых камерах выше, чем в больших.

Частные случаи неравенства (2.6) ранее получены в [3, 4].

3. Низкочастотная неустойчивость. Исследуем теперь устойчивость процесса горения в нестационарных условиях при учете инерционности прогретого слоя пороха.

Пользуясь методом Зельдовича [1, 14], перейдем от формул (1.3) к зависимостям

$$u = u(p, f, G, T_2), \quad T_1 = T_1(p, f, G, T_2) \quad (3.1)$$

где f — градиент температуры на поверхности топлива. Зависимости (3.1), а также формула (1.1) будут справедливы и в нестационарном режиме.

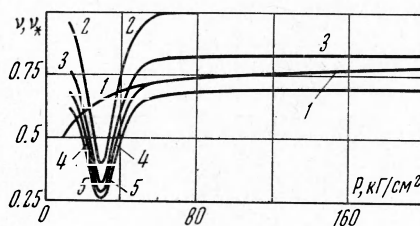
Введем безразмерные: время, координату и температуру в топливе, температуру и градиент температуры на поверхности по формулам

$$\tau = \frac{(u_*^0)^2}{\kappa_0} t, \quad \xi = \frac{u_*^0}{\kappa_0} x, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_{1*}^0 - T_0}, \quad \vartheta = \frac{T_1 - T_0}{T_{1*}^0 - T_0}, \\ \varphi = \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi} = \frac{f}{f_*^0}.$$

Здесь κ_0 — коэффициент температуропроводности пороха. В линейном приближении

$$\eta = \eta^0 + \eta_1 \psi, \quad \zeta = \zeta^0 + \zeta_1 \psi, \quad \lambda = \lambda^0 + \lambda_1 \psi, \quad v = v^0 + v_1 \psi \\ \theta = [\vartheta^0 + \theta_1(\xi) \psi] \exp(v^0 \xi), \quad \vartheta = \vartheta^0 + \vartheta_1 \psi, \quad \varphi = v^0 \vartheta^0 + \varphi_1 \psi$$

где $\eta_1, \zeta_1, \lambda_1, v_1, \theta_1(\xi), \vartheta_1, \varphi_1$ по модулю много меньше соответствующих стационарных величин; функция $\psi(\tau)$ определяет изменение безразмерных переменных во времени.



Фиг. 4

Из формул (3.1), как и в работах [2-4], можно получить соотношения, связывающие амплитуды скорости горения, давления, плотности потока, температуры в камере, температуры и градиента температуры на поверхности

$$(k + r - 1) \frac{v_1}{v^\circ} = \frac{v(r-1) - \mu k}{\eta^\circ} \eta_1 + \frac{k}{v^\circ \vartheta^\circ} \varphi_1 + \frac{h(r-1) - jk}{\lambda^\circ} \lambda_1 + \frac{q(r-1) - sk}{\zeta^\circ} \zeta_1 \quad (3.2)$$

$$(k + r - i) \frac{\vartheta_1}{\vartheta^\circ} = \frac{\mu(k-1) - vr}{\eta^\circ} \eta_1 + \frac{r}{v^\circ \vartheta^\circ} \varphi_1 + \frac{j(k-1) - hr}{\lambda^\circ} \lambda_1 + \frac{s(k-1) - qr}{\zeta^\circ} \zeta_1 \quad (3.3)$$

Величины k, r, μ, j, s характеризуют степень зависимости скорости горения и температуры поверхности от начальной температуры, давления, плотности потока и температуры в камере в стационарных условиях

$$k = (T_1^\circ - T_0) \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial T_0} \right)_{p, G, T_2}; \quad r = \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial T_0} \right)_{p, G, T_2}; \quad \mu = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0, G, T_2}$$

$$j = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln G} \right)_{p, T_0, T_2}; \quad s = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln T_2} \right)_{p, T_0, G}$$

Для прогретого слоя пороха справедливо уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (0 \geq \xi > -\infty) \quad (3.4)$$

(начало координат помещено на горячей поверхности) с условиями

$$\theta(0, \tau) = \vartheta, \quad \theta(-\infty, \tau) = 0$$

Из (3.4) в линейном приближении имеем

$$\frac{d^2 \theta_1}{d\xi^2} + v \frac{d\theta_1}{d\xi} - \frac{\theta_1}{\psi} \frac{d\psi}{d\xi} - v^\circ \vartheta^\circ v_1 = 0 \quad (3.5)$$

$$\theta_1(0) = \vartheta_1, \quad \exp(v^\circ \xi) \theta_1(\xi) \rightarrow 0 \text{ при } \xi \rightarrow -\infty$$

Принимая

$$\psi(\tau) = \exp[(v^\circ)^2 \Omega \tau], \quad (\Omega = \omega \kappa_0 / (u^\circ)^2),$$

найдем решение уравнения (3.5)

$$\theta_1 = \left(\vartheta_1 + \frac{\vartheta^\circ}{v^\circ \Omega} v_1 \right) \exp(v^\circ m \xi) - \frac{\vartheta^\circ}{v^\circ \Omega} v_1 \quad (3.6)$$

где

$$m = -1/2 + (1/4 + \Omega)^{1/2}$$

Равенство (3.6) позволяет получить еще одну связь между амплитудами скорости горения, температуры и градиента температуры на поверхности

$$\varphi_1 = v^\circ (1 + m) \vartheta_1 + \frac{m \vartheta^\circ}{\Omega} v_1 \quad (3.7)$$

Рассматривая (3.2), (3.3), (3.7) как систему алгебраических уравнений относительно $v_1, \eta_1, \varphi_1, \vartheta_1, \lambda_1$ и ζ_1 , получим формулу для нестационарной скорости горения

$$v = z + \frac{kv^\circ}{1 + rm - k\Psi} \left[\frac{v\Psi - \mu m}{\eta^\circ} (\eta - \eta^\circ) + \frac{h\Psi - jm}{\lambda^\circ} (\lambda - \lambda^\circ) + \frac{q\Psi - sm}{\zeta^\circ} (\zeta - \zeta^\circ) \right] \quad (3.8)$$

где

$$\Psi = 1 - m/\Omega$$

Формула (3.8) верна для любых действительных и комплексных частот. В частности, для низких частот ($|\omega| \ll (u^\circ)^2 / \kappa_0$) (3.8) принимает вид

$$v = z + kv^\circ t_1 \left[\frac{(v - \mu) \frac{d\eta}{dt}}{\eta^\circ} + \frac{(h - j) \frac{d\lambda}{dt}}{\lambda^\circ} + \frac{(q - s) \frac{d\xi}{dt}}{\xi^\circ} \right] \quad (3.9)$$

где $t_1 = \kappa_0 / (u^\circ)^2$ — время релаксации прогретого слоя пороха. Видно, что при низкочастотном нестационарном горении скорость распространения пламени в каждый момент времени отличается от своего квазистационарного значения на сумму величин, пропорциональных производным давления, плотности потока и температуры газов по времени. Из (3.8), (3.9), как частные случаи, следуют известные ранее результаты [14-16].

Повторяя для системы уравнений (1.4), (1.5) при учете соотношений (1.6), (1.7), (3.9) анализ на устойчивость, проведенный выше, найдем условия низкочастотной устойчивости стационарного решения (1.4), (1.5)

$$kt_1 (vN + \beta_5) / t_2 < 1 \quad (3.10)$$

$$vN - \beta_6 + kt_1 [\beta_2 (v - \mu + h - j) + \beta_7] / t_2 < 0 \quad (3.11)$$

$$v < \beta_1 / \beta_2 \quad (3.12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta_5 &= N(h - \mu - j) + (N - 1)[q - s - (h - j)/2] \\ \beta_6 &= \frac{n + 1 - h(N + 1)}{2} + \left(\frac{a}{\xi^\circ - a} + \frac{b}{2} \right) (N - n) + (1 - \alpha)N - (N - 1)q \\ \beta_7 &= [\alpha N + (1 - b)(N - n)] [q - s - (h - j)/2] \end{aligned}$$

В частности, для квазистационарного приближения ($t_1 / t_2 \ll 1$) из (3.11), (3.12) следует (2.6). Однако при учете инерционности прогретого слоя топлива необходимо, чтобы выполнялось неравенство (3.10). При этом параметры процесса горения, как следует из (3.11) — (3.12) при учете (3.10), должны дополнительно удовлетворять условию:

$$v < \min(\beta_1/\beta_2, \beta_4) \quad (3.13)$$

где

$$\beta_4 = \frac{N(\beta_6 - \beta_5) - \beta_2 + \{[N(\beta_6 - \beta_5) - \beta_2]^2 - 4N^2[\beta_2(h - \mu - j) - \beta_5\beta_3 + \beta_7]\}^{1/2}}{2N^2}$$

Физический смысл условия (3.13) тот же, что и в квазистационарном случае.

Для стационарного закона горения в форме

$$u^\circ = p^\nu D(T_0) H(G) T_2^q$$

(3.10) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_0 \rho_0 \sigma R k T_2^{1-q}}{VD(T_0) H(G)} \left[\frac{A_0 F_*}{\rho_0 \sigma R^{1/2} D(T_0) H(G) T_2^{(1+2q)/2}} \right]^{v_1} (vN + \beta_5) < 1, \\ v_1 = (1 + \nu)/(1 - \nu) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Исследование полученных условий устойчивого горения (2.6), (3.13), (3.14) позволяет сделать ряд выводов качественного характера:

1) неполнота протекания химических реакций ухудшает стабильную работу полужамкнутой камеры;

2) положительная динамическая эрозия дестабилизирует, а отрицательная — стабилизирует процесс горения;

3) при заданной геометрии заряда и объема камеры уменьшение начальной температуры пороха способствует появлению неустойчивого горения;

4) при данном порохе для обеспечения устойчивого горения необходимо уменьшать отношение горячей поверхности к свободному объему;

5) для геометрически подобных полужамкнутых камер неустойчивость в камерах малого размера более вероятна, чем в камерах крупного размера;

6) зависимость температуры поверхности от давления и температуры в камере стабилизирует, а зависимость от эрозии — дестабилизирует процесс горения;

7) для данной геометрии камеры при отсутствии эрозии высококалорийные пороха горят более устойчиво, чем низкокалорийные, если показатель степеней в законе горения $\nu > (1-4q) / 3$, и менее устойчиво в противном случае;

8) увеличение теплоотдачи снижает устойчивость процесса горения;

9) зависимость скорости горения от температуры газов в камере ухудшает стабильную работу камеры.

Поступила 18 V 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. З е л ь д о в и ч Я. Б. Об устойчивости режима горения пороха в полужамкнутом объеме. ПМТФ, 1963, № 1.
2. Н о в о ж и л о в Б. В. Устойчивость стационарного режима горения пороха в полужамкнутом объеме. Физика горения и взрыва, 1967, т. 3, № 1.
3. В и л ю н о в В. Н., Р у д н е в А. П. К вопросу об устойчивости горения пороха в полужамкнутом объеме. ПМТФ, 1971, № 6.
4. В и л ю н о в В. Н., Р у д н е в А. П. О влиянии эрозии на устойчивость горения пороха в полужамкнутом объеме. Физика горения и взрыва, 1971, т. 7, № 4.
5. B r u s e L., C r a w f o r d V. L., Jr., H u g g e t t C., M e B r a d y J. The mechanism of the burning of double-base propellants. J. Phys. and Colloid Chemistry, 1950, vol. 54, No. 6. (Рус. перев.: Вопр. ракетн. техн., 1951, вып. 4.)
6. З е л ь д о в и ч Я. Б., Р и в и н М. А., Ф р а н к-К а м е н е ц к и й Д. А. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М., Оборонгиз, 1963.
7. C r a w f o r d V. L., Jr., H u g g e t t C., D a n i e l s F., W i l f o n g R. E. Direct determination of burning rates of propellant powders. J. Analyt. Chemistry, 1947, vol. 19, No. 9.
8. Г е к к л е р Р. Д. Механизм горения твердых реактивных топлив. В сб. «Жидкие и твердые ракетные топлива», М., Изд-во иностр. лит., 1959.
9. R i c e O. K., G i n e l l R. The theory of the burning of double-base rocket powders. J. Phys. and Colloid Chemistry, 1950, vol. 54, No. 6. (Рус. перев.: Вопр. ракетн. техн., 1951, вып. 4.)
10. Ш а п и р о Я. М., М а з и н г Г. Ю., П р у д н и к о в Н. Е. Основы проектирования ракет на твердом топливе. М., Воениздат, 1968.
11. Л я п у н о в А. М. Общая задача об устойчивости движения. М., Гостехиздат, 1950.
12. В и л ю н о в В. Н., Д в о р я ш и н А. А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа. Физика горения и взрыва, 1971, т. 7, № 1.
13. В и л ю н о в В. Н. К теории эрозийного горения порохов. Докл. АН СССР, 1961, т. 136, № 2.
14. З е л ь д о в и ч Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
15. М а р г о л и н А. Д. Некоторые вопросы вибрационного горения. Тр. II Всесоюзной научн.-техн. конф. по вибрационному и пульсационному горению. Казань, Изд-во Казанск. ун-та, 1963.
16. Н о в о ж и л о в Б. В. Уравнение для нестационарной скорости горения пороха. ПМТФ, 1970, № 4.