

УДК 535.21; 532.68

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ВИХРЕЙ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ПУЧКОМ СВЕТА У ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЬКА В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ — ШОУ

Н. А. Иванова, Б. А. Безуглый

Тюменский государственный университет, 625003 Тюмень

E-mail: nivanova@utmn.ru

Исследованы термокапиллярные вихри, возникающие при локальном нагреве пучком света поверхности пузырька в ячейке Хеле — Шоу. Установлено, что частота вращения вихря и его глубина зависят от расстояния проекции пучка света на слой до границы пузырька. С использованием баланса приповерхностного и возвратного течений термокапиллярного вихря, а также равенства капиллярного и динамического давлений вычислена поверхностная скорость термокапиллярного течения. Показано, что уменьшение поверхностной скорости и частоты вращения вихря при удалении пучка света от поверхности пузырька является следствием уменьшения перепада температуры между облучаемым и холодным полюсами пузырька.

**Ключевые слова:** пузырьки, термокапиллярные течения, аддитивность кривизны поверхности, термокапиллярные вихри, микрофлуидика.

**Введение.** Движение пузырьков в ячейке Хеле — Шоу ( $h/D \ll 1$ , где  $D$  — диаметр пузырька;  $h$  — зазор ячейки) исследовалось во многих теоретических и экспериментальных работах [1–4]. В последние годы интерес к этой задаче возрос в связи с необходимостью развития методов управления жидкостями и пузырьками в микромасштабных пузырьковых насосах, биочипах и т. д. [5, 6]. Однако все изучаемые механизмы движения пузырьков, обусловленные механически создаваемым перепадом давления [1–3] либо действием силы плавучести, возникающей за счет наклона ячейки [4], при движении в канале оказываются неэффективными или вообще не работают. Например, в случае движения со скоростью 1 см/с капли этанола ( $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma = 22,8 \cdot 10^{-3}$  Н/м [7]) внутри микроканала с поперечным размером 100 мкм число Бонда и капиллярное число имеют порядок  $Bo \approx 10^{-3}$  и  $Ca \approx 10^{-4}$ . Столь малые их значения свидетельствуют о том, что в данных задачах капиллярные силы преобладают над силами гравитации и вязкости.

Миграция пузырьков под действием термокапиллярных сил впервые продемонстрирована в работе [8]. Авторы изучали движение пузырька под действием вертикального градиента температуры  $\nabla T$  против силы плавучести. Экспериментальное и теоретическое исследование движения пузырьков в полигональных микроканалах под действием термокапиллярных сил, связанных с продольным градиентом температуры, выполнено в работах [9, 10].

В [11] впервые продемонстрирована возможность управления пузырьками в ячейке Хеле — Шоу с помощью локального градиента температуры, индуцированного тепловым действием пучка света. Позже в [12] были представлены результаты исследования

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-01-00493).

движения пузырьков за пучком света и впервые дано качественное объяснение механизма движения, который основан на действии локализованных термокапиллярных вихрей в жидкости, индуцированных пучком света у боковой поверхности пузырька.

В данной работе предпринята попытка получить количественную информацию о размерах индуцированных тепловым действием света термокапиллярных вихрей, частоте их вращения и скорости течения на поверхности пузырька.

**1. Методика эксперимента.** Схема установки показана на рис. 1. В качестве точечного источника света использовали ртутную лампу НВО-100 с оптической системой для фокусировки пучка, состоящей из коллекторной линзы, поворотного зеркала и конденсорной линзы. Диаметр пучка света в фокальной плоскости  $d = 0,6 \pm 0,05$  мм, а полная мощность пучка составляла 200 мВт. Ячейка Хеле — Шоу находилась на предметном столике микроскопа, оснащенного видеокамерой (25 кадр/с, 560 линий/мм), соединенной через TV-тюнер Aver Media VC-8139 с компьютером для покадровой обработки результатов.

Ячейка состояла из двух кварцевых пластин, разделенных тефлоновой прокладкой толщиной 50 мкм с вырезанной в ней прямоугольной полостью размером  $0,4 \times 2,0$  см, в которую пипеткой вносили несколько капель жидкости. Как правило, жидкость распределялась так, что в ячейке оставалось несколько пузырьков разного диаметра. Опыты выполняли только с большими пузырьками, при отношении их диаметров к диаметру проекции пучка света на слой  $D^* \geq 1$ .

В качестве исследуемой жидкости использовались растворы бромида меди в этаноле и ацетоне. Концентрацию растворов подбирали таким образом, чтобы обеспечить достаточное для возбуждения термокапиллярного эффекта поглощение излучения (примерно 20 % мощности пучка).

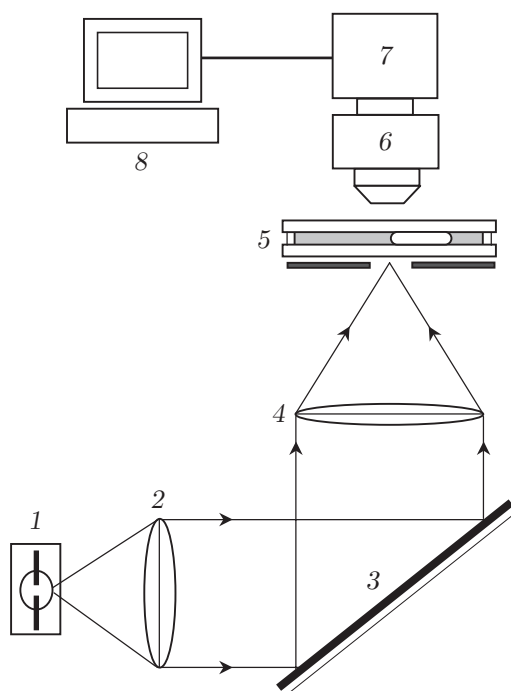


Рис. 1. Схема установки:

1 — источник света; 2 — коллектор; 3 — зеркало; 4 — конденсор; 5 — ячейка; 6 — микроскоп; 7 — видеокамера; 8 — компьютер

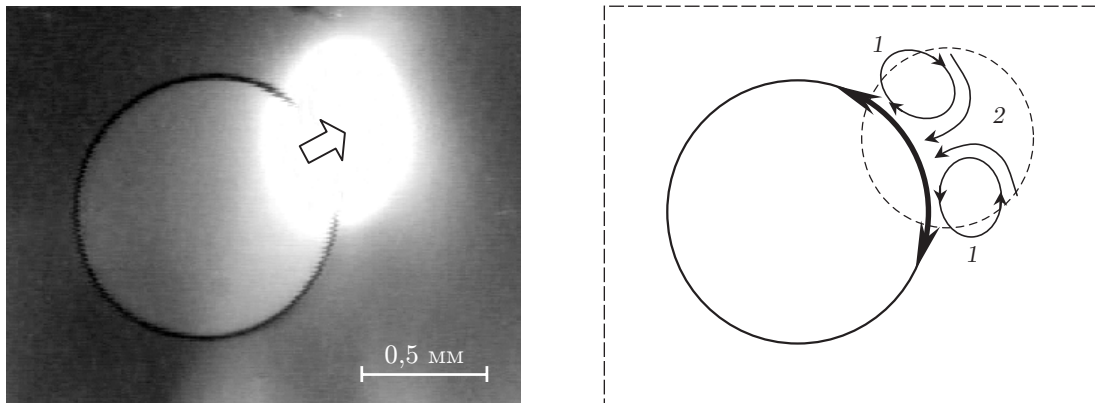


Рис. 2. Термокапиллярный механизм движения пузырька: пузырек следует за пучком света в ячейке ( $h = 50$  мкм), заполненной раствором  $\text{CuBr}_2$  в этаноле; 1 — схема течения на поверхности и в объеме жидкости; 2 — проекция пучка света; стрелкой показано направление движения пузырька

Учитывая, что коэффициент поверхностного натяжения у выбранных жидкостей мал ( $\sigma = 22,8$  мН/м для этанола и  $23,7$  мН/м для ацетона при  $20$  °С [7]), влиянием поверхностно-активных загрязнений на термокапиллярное течение пренебрегали. Кроме того, поскольку в ходе экспериментов заметных изменений объема пузырька не наблюдалось, испарением и нагревом газа в пузырьке также пренебрегали.

Перед началом эксперимента ячейку помещали на предметном столике микроскопа так, чтобы граница какого-либо пузырька находилась в области проекции пучка света или на расстоянии, равном его диаметру (см. рис. 1). Затем ячейку перемещали по предметному столику со скоростью от  $1$  до  $5$  мм/с в произвольном направлении относительно пучка света, при этом пузырек двигался в противоположном направлении, стремясь занять положение в области проекции пучка. Механизм движения пузырька обусловлен действием термокапиллярных сил на его поверхности, возникающих вследствие уменьшения поверхностного натяжения жидкости ( $\sigma = \sigma_0 + \sigma'_T(T - T_0)$ ) вблизи пузырька из-за локального нагрева пучком света [12]. Здесь  $\sigma'_T < 0$  — температурный коэффициент поверхностного натяжения;  $\sigma_0$  и  $T_0$  — начальные значения коэффициента поверхностного натяжения и температуры. Термокапиллярные силы вызывают течение жидкости на поверхности, направленное из зоны облучения к ее холодным участкам (рис. 2). Благодаря вязкости в термокапиллярное течение вовлекаются близлежащие слои жидкости, вызывая ее унос из зоны облучения, что ведет к деформации равновесной поверхности. Эта деформированная поверхность создает избыточное капиллярное давление в пузырьке

$$P_\sigma = \sigma H_d.$$

Здесь  $H_d$  — динамическая кривизна, которая, согласно свойству аддитивности кривизн [13], связана с суммарной кривизной  $H$  и кривизной пузырька в состоянии покоя  $H_s$  соотношением

$$H_d = H - H_s. \quad (1)$$

Возникшая под деформированной поверхностью область с отрицательным давлением вызывает возвратные потоки, порождая на ней два согласованных конвективных вихря (рис. 2), действующих как мотор, приводящий пузырек в движение.

**2. Визуализация вихрей.** Для экспериментального изучения локализованного вихревого движения жидкости у боковой поверхности пузырька и измерения количественных

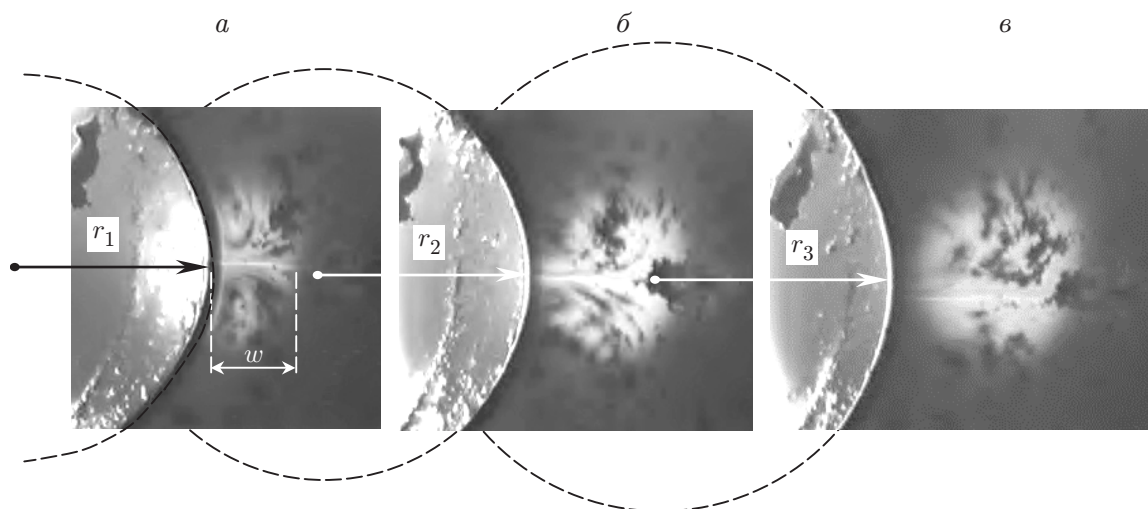


Рис. 3. Последовательность кадров, характеризующая изменение глубины термокапиллярного вихря  $w$  при удалении пучка света от границы пузырька:  
 а — пучок перекрывает границу пузырька; б — пучок находится на расстоянии порядка своего радиуса; в — на расстоянии порядка своего диаметра; раствор  $\text{CuBr}_2$  в ацетоне ( $h = 50$  мкм); пузырек прикреплен к стенкам ячейки

характеристик вихрей использовали трассерные частицы, представляющие собой хлопьевидные продукты реакции фуксина с бромидом меди. Хотя с точки зрения чистоты эксперимента такой подход не совсем корректен, он был оправданным, поскольку использование алюминиевой пудры (средний размер частиц которой оказался больше 10 мкм) в качестве трассеров в ячейках толщиной 50 мкм приводило к образованию кластеров частиц и как следствие к блокировке течений. Использование хлопьев не оказывало заметного влияния на течение и позволяло получать четкую картину конвективных вихрей у поверхности пузырька, вызванных локальным нагревом.

В ходе экспериментов оценивали частоту вращения вихрей, фиксируя положение выбранной частицы вдоль выбранной линии тока в последовательности кадров, полученной с помощью резки видеофайла в программе ACDSee v4.0. Кроме того, измеряли диаметры пузырьков в состоянии покоя, а также суммарную кривизну облучаемой поверхности пузырька по изложенной ниже методике.

**3. Измерение характеристик вихрей.** Для количественного описания термокапиллярных вихрей введем понятие глубины вихря ( $w$ ), за которую примем диаметр кольцевой линии тока, прилегающей непосредственно к поверхности и ограниченной областью светового пятна (рис. 3, а). Такой выбор обусловлен тем, что, во-первых, течение вдоль этой линии обладает максимальной скоростью и, во-вторых, легко отслеживать положение трассерных частиц с целью измерения частоты вращения вихря  $f$ . В дальнейшем будем считать, что возвратные течения простираются за пределы пучка. Благодаря визуализации обнаружено, что частота вращения вихрей и их глубина зависят от расстояния светового пучка до границы пузырька. На рис. 3 приведена последовательность видеок кадров термокапиллярных вихрей при разных положениях пучка света от границы пузырька.

Когда пучок спроецирован на границу пузырька, вихрь локализован в непосредственной близости к ней и в движение вовлекается небольшой объем жидкости, при этом глубина вихря мала, а частота его вращения максимальна. На рис. 3, а глубина вихря составляет  $w \leq 0,5d$ , а частота вращения вихря  $f$  достигает  $12 \text{ с}^{-1}$ . Если пучок света удален от границы пузырька на некоторое расстояние, так что накрывает лишь незначительный ее участок, то по сравнению с предыдущей ситуацией значение  $w$  увеличивается, а значение  $f$

| Номер рисунка | $w$ , мм      | $v$ , мм/с     | $v_s$ , мм/с<br>( $Q_- = Q_+$ ) | $v_s$ , мм/с<br>( $P_i = P_\sigma$ ) | $\delta v_s$ , % |
|---------------|---------------|----------------|---------------------------------|--------------------------------------|------------------|
| 3,а           | $0,6 \pm 0,1$ | $22,6 \pm 4,2$ | $105,5 \pm 37,0$                | $148 \pm 15$                         | 18               |
| 3,б           | $0,9 \pm 0,2$ | $17,5 \pm 3,6$ | $73,5 \pm 24,5$                 | $136 \pm 10$                         | 42               |
| 3,в           | $1,3 \pm 0,3$ | $9,5 \pm 4,0$  | $42,9 \pm 29,0$                 | $119 \pm 22$                         | 47               |

уменьшается. На рис. 3,б центр проекции пучка находится от границы на расстоянии, равном его радиусу, и здесь  $w \simeq d$ , а частота  $f$  уменьшается до  $4-6 \text{ с}^{-1}$ . В случае, когда пучок света спроецирован в слой на расстоянии, приблизительно равном диаметру пузырька, вихри теряют обычно локализованную форму, а частота не превышает значения  $f \leq 1 \text{ с}^{-1}$  (рис. 3,в).

Таким образом, экспериментально выявлена обратная связь частоты вращения и глубины вихря:

$$f \propto 1/w.$$

На полученных кадрах четко прослеживается зависимость радиуса кривизны облучаемой поверхности  $r$  от расстояния до нее проекции пучка света. Предполагая, что деформированная поверхность представляет собой участок некой окружности, на кадрах достраивали эту окружность и измеряли радиус ее кривизны (см. рис. 3). Оказалось, что по мере удаления проекции пучка света от поверхности пузырька выполняется неравенство  $r_1 < r_2 < \dots < r_n$ , откуда следует, что кривизна поверхности в зоне облучения обратно пропорциональна глубине вихря,  $H \propto 1/w$ . Так, для последовательности кадров, представленных на рис. 3, радиусы кривизны равны  $r_1 = (1,2 \pm 0,5)$  мм,  $r_2 = (1,3 \pm 0,5)$  мм и  $r_3 = (1,5 \pm 0,5)$  мм при  $w_1 < w_2 < w_3$  (значения  $w_1, w_2, w_3$  приведены в таблице).

Отметим, что если пучок спроецирован в слой на расстоянии от пузырька, большем, чем диаметр пучка, кривизна поверхности пузырька в зоне облучения становится равной его кривизне в состоянии покоя и вихревого движения жидкости не наблюдается. В этом случае пузырек совершает поступательное движение в сторону пучка света, которое, по существу, соответствует классическому термокапиллярному движению пузырьков в продольном градиенте температуры [8, 14]. Затем, как только расстояние между поверхностью пузырька и пучком света сократится примерно до диаметра последнего, снова наблюдается появление локализованных вихрей.

**4. Оценка скорости термокапиллярного течения вблизи поверхности пузырька.** В ходе экспериментов обнаружено, что термокапиллярные вихри являются несимметричными — их центры смещены в сторону поверхности раздела фаз (см. рис. 3). Таким образом, площадь поперечного сечения  $S_-$  примыкающего к поверхности и расходящегося по ней потока меньше площади поперечного сечения  $S_+$  возвратного потока. Следовательно, исходя из баланса потоков для замкнутого вихревого течения ( $Q_- = Q_+$  или  $v_s S_- = v S_+$ ) скорость приповерхностного термокапиллярного течения жидкости  $v_s$  будет больше скорости возвратного течения  $v$  при любом расстоянии светового пятна до поверхности пузырька.

Значения  $v$ , оцененные по изменению положения со временем фиксируемой трассерной частицы в возвратном потоке, изменялись в диапазоне от 6 до 30 мм/с, а оценки  $v_s$ , полученные из выражения

$$v_s = v S_+ / S_-,$$

имеют значения порядка 14–140 мм/с (см. таблицу). Подчеркнем, что в расчетах учитывалась полная площадь возвратного течения, причем она несколько больше той, которая ограничена глубиной вихря.

Подход, основанный на балансе потоков, позволяет оценить скорость термокапиллярного течения, лишь когда есть возможность визуализировать вихри. Другой подход к определению  $v_s$  основан на балансе давлений и свойстве аддитивности кривизны боковой поверхности пузырька. Динамическое давление  $P_i = \rho v_s^2/2$ , создаваемое капиллярным течением жидкости, уравнивается избыточным капиллярным давлением в пузырьке  $P_\sigma = \sigma H_d$ . Следовательно, выражение для скорости термокапиллярного течения вблизи неравновесной поверхности имеет вид

$$v_s = \sqrt{2\sigma H_d/\rho} \quad (2)$$

и связано с ее динамической кривизной  $H_d$ , которая вычисляется по формуле (1) из известной кривизны пузырька в состоянии покоя  $1/r_s$  и суммарной кривизны, измеренной по методике, описанной в п. 3.

Оценки  $v_s$  по формуле (2) для случаев, показанных на рис. 3 ( $\rho = 790 \text{ кг/м}^3$ ,  $\sigma = 23,7 \text{ мН/м}$  [7]), при условии  $H_s = \text{const}$  приведены в таблице. Из таблицы видно, что при удалении пучка света от пузырька скорость термокапиллярного течения уменьшается, что связано с уменьшением перепада температуры между противоположными полюсами пузырька.

Чтобы яснее представить взаимосвязь перепада температуры и термокапиллярной скорости, воспользуемся условием баланса вязких напряжений и капиллярной силы на облучаемой границе пузырька

$$\mu \nabla v_x = \sigma'_T \nabla T, \quad (3)$$

где  $\mu$  — вязкость жидкости. Координата  $z$  направлена перпендикулярно касательной к поверхности раздела фаз в глубь жидкости, так что на границе имеем  $v_x|_{z=s} = v_s$ . Заметим, что значение  $v_s$  максимально на поверхности и уменьшается до нуля на расстоянии примерно  $w/3$ , т. е. в центре вихря  $v_x|_{z=w/3} \simeq 0$ , а температура изменяется вдоль поверхности пузырька от максимального значения  $T_h$  на облучаемом полюсе пузырька до  $T_0$  на холодном полюсе. Тогда условие на границе (3) можно записать в виде

$$3\mu v_s/w = 2\sigma'_T \Delta T/(\pi r_s),$$

откуда

$$\Delta T = T_h - T_0 = 1,5\pi\mu v_s r_s/(\sigma'_T w). \quad (4)$$

Подставляя в (4) значения  $r_s \simeq 2,40 \text{ мм}$ ,  $\mu = 0,32 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $\sigma'_T = 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ Н/(м} \cdot \text{К)}$  [7], а также значения  $v_s$  и  $w$  для случаев *a*, *b* и *в*, взятые из таблицы, получим оценки  $\Delta T$ , равные 8, 5 и 3 К соответственно. Отсюда видно, что перепад температур действительно существенно уменьшается при удалении пучка и его изменение между начальным и конечным положениями пучка составляет около 40 %. Тепло, распространяющееся от светового пучка, удаленного от границы пузырька, ослабляется из-за его рассеяния в подложку и лишь незначительно повышает температуру поверхности пузырька.

Относительная погрешность способов оценки скорости приповерхностного термокапиллярного течения  $\delta v_s = (v_s^{(Q)} - v_s^{(P)})/(v_s^{(Q)} + v_s^{(P)}) \cdot 100 \%$  представлена в таблице. Увеличение погрешности с ростом глубины вихря может быть вызвано двумя причинами. Во-первых, занижением значений  $S_+$  по методу  $Q_- = Q_+$ , поскольку вихрь теряет свою типично локализованную форму: частицы скапливаются в пучке света и практически отсутствуют на периферии. Во-вторых, завышением значений кривизны  $H_d$  и как следствие — скорости по методу  $P_i = P_\sigma$ . Это связано с тем, что для измерения  $H_d$  окружность достраивали на кадре так, чтобы ее дуга накрывала лишь минимальный участок деформированной поверхности. Такое ограничение окружности объясняется предельным

случаем  $H \rightarrow H_s$ , когда уже сложно визуально заметить деформацию равновесной поверхности, и построение окружности, максимально описывающей деформированную поверхность, давало при вычислениях нулевое или отрицательное значение  $H_d$ .

**Заключение.** На основе покадровой обработки видеозаписи визуализированного вихревого движения жидкости у облучаемой поверхности пузырька получена информация о размерах и частоте вращения термокапиллярных вихрей. Предложен подход к определению скорости приповерхностного термокапиллярного течения, основанный на измерении суммарной кривизны поверхности пузырька в зоне облучения и его равновесной кривизны.

Результаты экспериментов показали, что глубина индуцированных пучком света вихрей у поверхности пузырька и их частота вращения зависят от расстояния проекции пучка света до границы пузырька. С увеличением этого расстояния глубина вихрей растет, а частота их вращения, скорость приповерхностного термокапиллярного течения и суммарная кривизна  $H$  облучаемой поверхности пузырька ( $H_s = \text{const}$ ) уменьшаются, и наоборот.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Taylor G. I., Saffman P. G.** A note of the motion of bubbles in a Hele — Shaw cell and porous medium // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1959. V. 12. P. 265.
2. **Kopf-Sill A. R., Homsy G. M.** Bubble motion in a Hele — Shaw cell // *Phys. Fluids*. 1988. V. 31, N 1. P. 18–26.
3. **Park C. W., Maruvada S. K., Yoon D. Y.** The influence of surfactant on the bubble motion in Hele — Shaw cells // *Phys. Fluids*. 1994. V. 6, N 10. P. 3267–3275.
4. **Maxworthy T.** Bubble formation, motion and interaction in a Hele — Shaw cell // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 173. P. 95.
5. **Jun T. K., Kim C. J.** Valveless pumping using traversing vapor bubbles in microchannels // *J. Appl. Phys.* 1998. V. 83, N 11. P. 5658–5664.
6. **Cunningham D. D.** Fluidics and sample handling in clinical chemical analysis // *Analytica Chimica Acta*. 2001. N 429. P. 1–18.
7. **Faghri A.** Heat pipe science and technology. Washington, D. C.: Tylor and Francis. 1995.
8. **Young N. O., Goldstein J. S., Block M. J.** The motion of bubbles in a vertical temperature gradients // *J. Fluid Mech.* 1959. V. 6, N 3. P. 350–356.
9. **Mazouchi A., Homsy G. M.** Thermocapillary migration of long bubbles in polygonal tubes. I. Theory // *Phys. Fluids*. 2001. V. 13, N 6. P. 1594–1600.
10. **Lajeunesse E., Homsy G. M.** Thermocapillary migration of long bubbles in polygonal tubes. II. Experiments // *Phys. Fluids*. 2003. V. 5, N 2. P. 308–314.
11. **Безуглый Б. А.** Капиллярная конвекция, управляемая тепловым действием света, и ее применение в способах регистрации информации. Дис. . . канд. физ.-мат. наук. М., 1983.
12. **Безуглый Б. А., Иванова Н. А.** Манипуляция газовым пузырьком в ячейке Хеле — Шоу с помощью пучка света // *Письма в ЖТФ*. 2002. Т. 28, вып. 19. С. 71–75.
13. **Безуглый Б. А., Тарасов О. А., Федорец А. А.** Модифицированный метод наклонной пластинки измерения краевого угла смачивания // *Коллоид. журн.* 2001. № 6. С. 735–741.
14. **Wozniak G., Balasubramaniam R., Hadland P. H., Subramanian R. S.** Temperature fields in a liquid due to the thermocapillary motion of bubbles and drops // *Exper. in Fluids*. 2001. N 31. P. 84–89.