

УДК 622.015

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕДЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ КАРЬЕРОВ

**А. Д. Мванги^{1,2}, Ж. Жианхуа¹, Х. Ганг¹,
Р. М. Касомо¹, М. М. Инносэнт¹**

¹*Уханьский технологический университет,*

E-mail: huanggang2016@whut.edu.cn, 430070, Ухань, провинция Хубэй, Китай

²*Университет сельского хозяйства и технологий им. Джомо Кениата,
62000-0020, Найроби, Кения*

Представлен обзор и обоснование методов, применяемых для определения предельных контуров карьеров, а также детальное их описание, функциональные возможности и ограничения. Рассмотренные алгоритмы разделены на точные и приближенные. Выявлено, что алгоритм Лерча–Гроссмана обладает большими программными возможностями по сравнению с другими алгоритмами. В дальнейших исследованиях по оптимизации предельных контуров карьеров следует обратить внимание на генетический алгоритм, искусственную нейронную сеть, псевдофлюидальный и вероятностный подходы.

Алгоритм Лерча–Гроссмана, программное обеспечение для оптимизации горных выработок, предельный контур карьера, точные и приближенные методы

DOI: 10.15372/FTPRPI20200410

Оптимизация параметров открытых горных работ является инструментом, который можно использовать при проектировании карьеров. Карьеры являются капиталоемкими сооружениями и в меньшей степени подвержены экономическим колебаниям [1]. Для месторождения очерчивается контур, где располагаются блоки породы, извлечение которых безопасно и экономически целесообразно [2, 3]. С целью определения блоков, подлежащих выемке, строится экономическая модель, разбивающая массив на блоки (далее модель блоков) на основе геологических данных содержания полезных ископаемых в породе [4]. В такой модели оценивается распределение совокупных затрат и доходов. Экономическая ценность блока (ЭЦБ) проверяется на предмет целесообразности выемки вышележащих блоков [5, 6]. Для того чтобы убедиться, что доход от добычи рассматриваемого блока может покрыть затраты на выемку вышележащих блоков, используется анализ безубыточности [1, 7].

Основная идея оптимизации предельного контура карьеров (ПКК) заключается в максимальном увеличении разницы между совокупными затратами на добычу полезного ископаемого и выемку вышележащей породы и выручкой, получаемой от добычи данного полезного ископаемого при соблюдении устойчивости бортов карьера и других эксплуатационных ограничений [8, 9]. Определение ПКК обеспечивает своеобразный резерв для последующего планирования других операций, которые будут проводиться в пределах контура и за ним [10]. Так как

оптимизация ПКК — базовое основание для других работ при планировании горных, важность корректного его определения является неоспоримой, несмотря на то, что большая часть экономической информации о горных работах в основном определяется планированием и технологической последовательностью добычи [11].

Горная промышленность — рискованное предприятие по сравнению с другими отраслями, поскольку зависит от точности оценки массива породы, где необходимо учитывать множество неопределенных факторов [12, 13]. Большое количество факторов должно быть учтено на этапе планирования для достижения главной цели по максимизации эффективности горных работ в отношении стратегических целей компании. Сюда включены экономические факторы, например текущие рыночные цены на полезные ископаемые и затраты на их добычу и выемку вышележащих пород [2]. Согласно [14], при определении ПКК необходимо учесть множество переменных: процентное содержание руды в породе, рыночные цены, затраты на добычу, распределение процентного содержания по месторождению, темп и последовательность отработки, степень измельчения, предельный уклон борта, извлекаемость запасов, затраты на переработку и т. д. В большинстве случаев эти переменные взаимосвязаны между собой. К примеру, если цена полезного ископаемого высока, то размер карьера так или иначе будет больше. Точно так же, если капитальные и эксплуатационные затраты увеличатся, то размер карьера будет меньше. С другой стороны, крутые откосы позволяют увеличить глубину выемки и наоборот [15]. Разработка совокупных запасов включает капитальные инвестиции, эксплуатационные затраты, темпы добычи и ее последовательность, которая в свою очередь может изменить общие затраты, что приведет к сферическому процессу оценки месторождения. Тем не менее, если некоторые переменные имеют фиксированные значения, то оптимальный ПКК максимизирует экономические критерии [14]. На рис. 1 представлен поперечный разрез карьера в виде блочной модели.

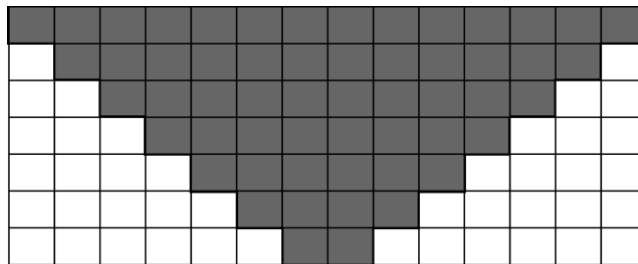


Рис. 1. Поперечный разрез карьера в виде блочной модели

Предельный контур карьера в плане помогает оценить осуществимость разработки и экономический потенциал месторождения. Он необходим для оценки требуемой мощности обогащательного комбината, определения размера отвалов пустой породы и хвостов обогащения, размеров конторских сооружений и других необходимых элементов ведения горных работ [11]. Влияние оптимизации ПКК может сказаться на приобретении дополнительной собственности, а также на формировании схемы размещения коммуникаций, которые располагаются вблизи месторождения. В результате этого разработано множество методов оптимизации предельного контура карьера. Данные методы варьируют от традиционных ручных до математических алгоритмов, в которых интегрированы компьютерные технологии.

В настоящей работе приведен обзор и обоснование некоторых методов решения проблемы определения предельного контура карьера от традиционного ручного до текущих тенденций, направленных на подробный анализ различных алгоритмов, их функциональных возможностей, ограничений и т. д. для совершенствования данных алгоритмов и открытия новых научно-исследовательских потенциалов.

РУЧНОЙ МЕТОД

Ручной метод построен на использовании трех вертикальных разрезов рудного тела (рис. 2). Разрезы подразделяются на поперечные, продольные и радиальные [16]. С помощью поперечных разрезов определяется большинство элементов карьера. Обычно они располагаются параллельно друг другу через фиксированный интервал и перпендикулярны продольной оси рудного тела. Продольный разрез, построенный вдоль оси рудного тела, а также радиальные разрезы позволяют получить контуры карьера в крайних точках рудного тела. Каждый разрез содержит как геологическую, топографическую, так и любую другую информацию, способную ограничить размер карьера [16]. Контур карьера формируется исходя из возможности процентного содержания руды в породе, компенсируя выемку вышележащей породы. Контур каждого разреза определяется коэффициентом вскрыши, который не должен превышать допустимое значение. Затем полученные контуры разрезов накладываются в плане месторождения с учетом безопасного угла наклона борта. Такие детали, как отметки высоты, также переносятся на план. Элементы, которые не соответствуют нормам, выравниваются вручную.

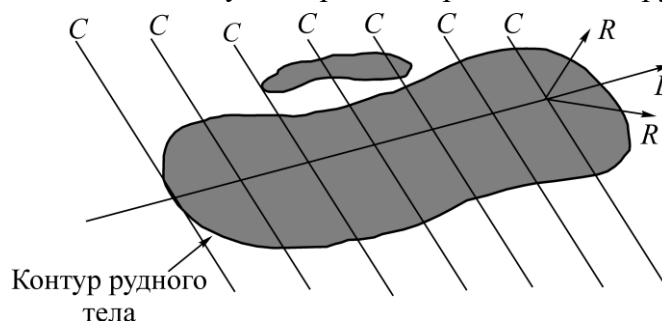


Рис. 2. Разрезы рудного тела: *R* — радиальный; *L* — продольный; *C* — поперечный

Данный метод требует от проектировщика детальной информации о месторождении, занимает много времени, является трудоемким. Он может привести к большому количеству ошибок, так как все расчеты выполняются вручную. В этой связи разработаны более эффективные способы решения проблемы определения предельного контура карьера, основанные на алгоритмах.

АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ КАРЬЕРА

В 1965 г. Лерч и Гроссман разработали теорию графов, направленную на оптимизацию ПКК с помощью математического подхода [17, 18]. Лерч [19] использовал алгоритм теории графов, который упорядочивает модель блоков в виде направленного дерева, где вертикалями являются блоки, а направленными дугами — ограничения бортов карьера. Он предложил новаторский алгоритм динамического программирования для определения оптимальной конфигурации блоков на двухмерном поперечном разрезе. Кенигсберг [20] представил трехмерный алгоритм динамического программирования. Данный алгоритм ищет информацию о ценности блока на интересующем поперечном разрезе и выявляет соотношения между колонками в рамках разреза и между уровнями в рамках колонок. Пана [21] описал алгоритм плавающего конуса, который формирует массив накладываемых друг на друга конусов. Коробов [22] рассмотрел алгоритм, в основе которого лежит конусный метод. Этот алгоритм более простой и способен учитывать пробелы, возникающие при использовании алгоритма плавающего конуса, но в некоторых ситуациях он также не дает оптимального решения. Для оптимизации ПКК указанные алгоритмы улучшались и модифицировались многими исследователями [14, 23, 24].

ТОЧНЫЕ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ

Алгоритмы, разработанные для решения проблемы предельного контура карьера, классифицируются на точные и приближенные в зависимости от способности находить надежные оптимальные решения.

Точные алгоритмы

В основе таких алгоритмов лежит математическая модель, поэтому они предлагают оптимальное решение, которое подтверждается математически [25]. К точным алгоритмам относятся: теория графов, теория сетевого потока, линейное программирование, вероятностный процесс и т. д.

Теория графов широко известна как алгоритм Лерча – Гроссмана. Этот алгоритм преобразует экономическую модель блоков месторождения в направленный граф, который представляет собой простую диаграмму, состоящую из набора небольших кружков, которые называются узлами, и набора направленных дуг, демонстрирующих связи между узлами [26]. Особый граф находится с помощью алгоритма, который называется деревом направлений. Узлы на дереве представляют блоки, а налагаемые направленные дуги характеризуют ограничения борта карьера. Такие направленные дуги выделяют связь между блоками пустой породы, которые необходимо извлечь для добычи одного рудного блока. Так как реализуемый контур карьера достигается закрытием графа, то проблема определения оптимального контура карьера превращается в задачу закрытия графа, чье значение максимально [27, 28].

Дерево может содержать положительную ветвь, обозначенную как *P*-ветвь, или отрицательную ветвь, обозначенную как *M*-ветвь. Ветвь, направленная от ствола дерева, является *P*-ветвью, к стволу дерева, — *M*-ветвью. Если совокупное значение *P*-ветви положительно, то она считается сильной, а если отрицательно, то слабой. В обратном случае, если совокупное значение *M*-ветви положительно, то она является слабой, а если отрицательно или равно нулю, то сильной. В данной теории значительную роль играет нормализация при решении проблемы перераспределения. Основные цели нормализации:

- пренебрежение другими блоками, которые поддерживают ветвь, чье совокупное значение положительно;
- предотвращение поддержки других блоков ветвью, чье совокупное значение отрицательно.

Данный алгоритм представляет собой системно-организованную методику, которая приводит к оптимальному предельному контуру карьера. Доказательства оптимальности и конвергенции приведены в [19]. Основные недостатки данного метода — сложность понимания и трудоемкость программирования [14]. Считается, что процесс нормализации, т. е. разделения связанных между собой блоков, требует много времени. В 1992 г. для решения проблемы ПКК разработан алгоритм, основанный на теории графов, цель которого — оптимальность и конвергенция. По сравнению с алгоритмом Лерча – Гроссмана, данный алгоритм требует меньше вычислительных мощностей компьютера и времени для вычисления, также он более прост для внедрения [14].

Теория сетевого потока предложена Джонсоном [11] для решения проблемы оптимизации ПКК путем создания двудольной сети на основе трехмерной модели блоков. После образования сети могут быть внедрены обычные эксплуатационные исследовательские методы для решения проблемы максимального потока. Из сети удаляются все пустые узлы, образующие дугу, и все узлы, имеющие с ними связь, пока сеть не останется с узлами, которые составляют оптимальный карьер. Иллюстрация двудольной сети представлена на рис. 3, где заданная сеть или направленный граф $G = (V, A)$, A — набор дуг, V — набор узлов, t — сток и s — источник. Источник пред-

ставляет собой узел, начинающий поток, а сток — узел, его заканчивающий. Пусть каждая дуга $(i, j) \in A$ связана с емкостью $u(i, j) \geq 0$ и пусть $v(i, j)$ — поток, проходящий через дугу. Важно установить значение $v(i, j)$, которое удовлетворяет условию $v(i, j) \leq u(i, j)$ для каждой дуги $(i, j) \in A$. Таким образом, для каждого узла, кроме узлов t и s , сумма всех связанных с дугами значений, которые в них входят, должна равняться сумме всех связанных с дугами значений, которые выходят из них. Также необходимо максимизировать сумму связанных с дугами значений, которые выходят из источника и заходят в сток, тем самым определяя общий поток сети. Проблема максимального потока заключается в том, что реализуемый поток сети должен быть максимальным.

Несмотря на то, что данный метод является весьма сложным при перераспределении потоков от одного блока к другому и потребляет большой объем памяти, для решения проблемы ПМК предложены различные формы максимального потока, такие как алгоритм Форда–Фалкерсона, алгоритм проталкивания предпотока и псевдофлюидальный алгоритм [29–31].

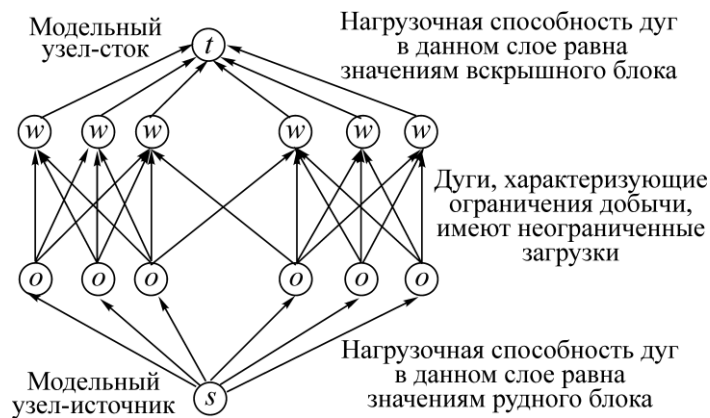


Рис. 3. Сетевое определение предельного контура карьера

Линейное программирование в общем виде требует математическую модель, построенную на основе линейных функций. Векторная форма линейно-программируемой модели по [32] может быть переписана так:

$$\text{увеличить } c^m x \tag{1}$$

$$\text{с учетом } A_x \leq b, \tag{2}$$

$$x_i \geq 0. \tag{3}$$

В данном случае x — n -мерный вектор колонок; c^m — n -мерная вектор-строка; b — m -мерный вектор колонки; A — матрица $m \times n$. Согласно [14], проблему определения ПМК через линейное программирование сформулируем следующим образом:

$$\text{увеличить } Z = \sum_{i=1}^N c_i x_i \tag{4}$$

$$\text{с учетом } x_i - x_j \leq 0, \quad i = 1, \dots, N, \tag{5}$$

$$x_i = 0, 1, \quad i = 1, \dots, N, \tag{6}$$

где N — общее количество блоков в модели; i — рассматриваемый блок; j — набор блоков, подлежащих выемке для добычи i -го блока; c_i — сетевое значение i -го блока, $x = 1$, если i -й блок отработан, $x_i = 0$ если i -й блок не отработан. Теоретическая формулировка проблемы

определения ПКК языком линейного программирования не является сложной, но на практике возникает большое количество уравнений из-за присутствующих ограничений, поэтому решение становится сложнее и в конечном итоге поведение затрат на обработку данных методом линейного программирования приобретает экспоненциальный характер [33]. В линейном программировании предполагаемый к добыче блок может иметь ряд ограничений, которые зависят от количества блоков, необходимых для выемки, чтобы добыть требуемый блок. Следовательно, в модели блоков общее количество последовательных ограничений равняется общему количеству вышележащих блоков в математической модели. Это явление показано на рис. 4 с помощью простой двухмерной модели с углом наклона борта 45° , где восемь блоков подлежат выемке перед добычей блока M .

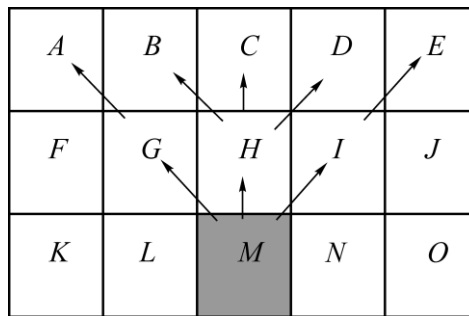


Рис. 4. Двухмерная модель блоков, где M — рудный блок

В этом случае последовательные ограничения для блока M могут быть представлены в математической модели в следующем виде:

$$x_M - x_A \leq 0, \quad (7)$$

$$x_M - x_B \leq 0, \quad (8)$$

$$x_M - x_C \leq 0, \quad (9)$$

$$x_M - x_D \leq 0, \quad (10)$$

$$x_M - x_E \leq 0, \quad (11)$$

$$x_M - x_G \leq 0, \quad (12)$$

$$x_M - x_H \leq 0, \quad (13)$$

$$x_M - x_I \leq 0, \quad (14)$$

$$x_i = 0.1. \quad (15)$$

Если в модели блоков на рис. 4 для добычи одного блока необходимо извлечь восемь пустых блоков, то в модели блоков реального месторождения с тысячами блоков для добычи блока на самом нижнем уровне необходимо извлечь миллионы блоков. При использовании метода линейного программирования количество переменных и ограничений не должно быть слишком большим, так как время компьютерного вычисления прямо пропорционально переменным и ограничениям, присутствующим в программе [34]. Таким образом, возникает сложность в использовании этого алгоритма для оптимизации ПКК. Для решения этой проблемы, т. е. сокращения времени компьютерного вычисления, найдено несколько способов, которые заключаются в группировании моделей блоков, в стремлении снизить использование целых чисел и т. д.

Вероятностный процесс. С точки зрения вероятностного подхода оптимизацию ПКК можно рассмотреть как проблему с различными возможными результатами с некоторым заданным весовым значением, который зависит от вероятности данного результата. В основе подхода лежит принцип цепи Маркова, который разделен на несколько стадий [35]. Первая стадия заключается в построении двухмерной начальной экономической модели месторождения. Затем строится промежуточная модель путем добавления виртуального блока в верхнюю часть каждой колонки из начальной модели. В промежуточную модель добавляются геометрические ограничения, тогда модель является завершённой. В ней каждый блок рассматривается с точки зрения возможной глубины карьера и как случайная переменная. Для определения каждой возможной глубины карьера от одной колонки к другой используется функция распределения вероятности. Значения экономической ценности блоков пропорциональны вероятностям следующих значений возможной глубины. Далее эти вероятности сводятся в квадратную переходную матрицу. Оптимальная глубина карьера для колонки определяется глубиной с наибольшей вероятностью, а борта — функцией распределения вероятности. Алгоритм эффективен для двухмерных моделей, но с расширением модели до трехмерной становится более сложным, так как значительно увеличивается размер переходных матриц [35]. Димитракопулос [36] сравнил традиционные методы оптимизации ПКК с вероятностным и выявил, что контур карьера, спроектированный вероятностным методом, увеличил запас полезного ископаемого, подлежащего добыче, на 15 %.

Приближенные алгоритмы

Данные алгоритмы не имеют математического обоснования предлагаемого решения по оптимизации. Их можно применять в большинстве случаев, и даже если они не предлагают оптимального решения, их решение близко к оптимальному. Такими алгоритмами являются: динамическое программирование, алгоритм плавающего конуса, алгоритм Коробова, параметрический анализ и т. д.

Динамическое программирование. Согласно [37], первым методом оптимизации ПКК, который рассмотрен с точки зрения динамического программирования, являлся двухмерный алгоритм Лерча – Гроссмана. Данный метод максимально эффективен при проектировании вертикального разреза карьера. В нем разрез блоков представлен совместно со значениями ЭЦБ. Затем по каждой колонке значения ЭЦБ вышележащих блоков складываются со значениями ЭЦБ нижележащих для того, чтобы определить кумулятивную ценность блоков (КЦБ). Далее стрелками помечаются блоки с наивысшей ценностью [38]. На рис. 5 показано, как стрелки формируют контур карьера. Этот процесс завершается поиском верхнего ряда с наибольшей общей ценностью. Ввиду того, что модели блоков выполнены в двухмерном формате, Кенигсберг [20] предложил трехмерный алгоритм динамического программирования, который анализирует значения ЭЦБ в интересующем поперечном разрезе, а также взаимосвязь между колонками в рамках разреза и между уровнями в рамках одной колонки.

Алгоритм плавающих конусов. Метод плавающих конусов определяет процесс добычи как выемку конусов, частичных конусов или слоев. Данный метод генерирует набор усеченных конусов с неким приращением. Конусы устанавливаются, используя экономически положительные блоки за основу. Если совокупная сумма значений экономической ценности блоков, входящих в конус, положительна, то этот конус направляется в группу конусов, которые можно разрабатывать. Конусы с отрицательной суммой значений ЭЦБ к добыче не рассматриваются. Метод плавающего конуса, или смещающегося конуса, предложил Пана [21]. Однако данный метод не дает надежных результатов, так как не может проверить все комбинации соседствующих блоков.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	-2 X	-2 X	-4 X	-2 X	-2 X	-1 X	-2 X	-3 2	-4 -1	-4 13	-3 10
2	-7 X	-6 X	-10 X	-5 X	-4 X	-3 X	-5 X	-5 3	-8 17	-9 8	-8 X
3	-13 X	-11 X	-17 X	1 X	+9 0	-5 10	-10 8	-9 25	-15 16	-13 X	-14 X
4	-19 X	-17 X	-25 X	-7 X	+26 15	+3 X	-5 +34	-15 31	-23 X	-22 X	-21 X
5	-26 X	-24 X	-33 X	-15 X	+32 0	+24 X	0 +39	-23 X	-31 X	-31 X	-28 X
6	-33 X	-33 X	-42 X	-23 X	27 X	+46 X	+46 X	-8 X	-31 X	-39 X	-40 X
7	-41 X	-42 X	-51 X	-32 X	19 X	+56 X	-17 X	-40 X	-48 X	-49 X	-45 X

Рис. 5. Стрелки, определяющие контур карьера

Метод плавающих конусов II разработал Райт [39]. Его цель — преодоление недостатков оригинала. В [40] приведена усовершенствованная версия метода плавающих конусов II, а в [41] разработан метод плавающих конусов III. Методы плавающих конусов — широко известные приближенные методы определения ПКК, они просты и не требуют больших временных затрат на вычисление, но иногда они не способны найти оптимальное решение.

Алгоритм Коробова. Коробов разработал алгоритм, основанный на конусах, в 1974 г. [22, 42]. Этот алгоритм состоит из ряда стадий. Сначала формируется конус выемки для каждого блока в экономической модели блоков, чьи стороны соответствуют условию угла наклона бортов. Затем в рамках рассматриваемого конуса положительные значения распределяются напротив отрицательных, пока не останется отрицательных блоков или пока совокупная ценность положительных блоков полностью не распределится. Если общая ценность выемки конуса положительна, то он направляется в группу оптимальных решений. На следующей стадии, в случае если в набор решений направлен “непустой” конус, алгоритм начинается с начала, только значения ЭЦБ возвращаются к блокам, которые не были извлечены в модели блоков. Если рассматриваемый конус пуст, то положительный блок включается в решение и алгоритм переключается на следующий блок. Данная процедура повторяется, пока все положительные блоки не будут рассмотрены в модели блоков.

Алгоритм Коробова прост для понимания и требует меньше времени на вычисление по сравнению с методом Лерча–Гроссмана [22, 23, 43]. Тем не менее он не всегда может предложить корректное оптимальное решение. Дауд и Онур [42] выявили недостатки алгоритма Коробова, усовершенствовали метод и назвали его скорректированным алгоритмом Коробова. Данный алгоритм предлагает более эффективные решения, но при этом проще и быстрее для вычисления по сравнению с алгоритмом Лерча–Гроссмана. Метод требует совершенствования, так как не подразумевает математического обоснования.

Параметрический анализ. Для решения проблемы оптимизации ПКК Маферсон [44] разработал метод параметризации. Здесь проект карьера параметризуется как функция нескольких переменных. В основе алгоритма лежит функциональный анализ, где вместо значений ЭЦБ применяется значение процентного содержания полезного ископаемого в породе. Основная цель метода — упрощение проблемы определения ПКК с огромным количеством геометрических ограничений. Данный алгоритм не рассматривает экономические параметры; он разделяет проблему на экономическую и техническую составляющие и концентрируется на той, где предполагается большой объем руды [37]. Недостаток метода — отсутствие математического обоснования и низкий учет экономической составляющей по сравнению с другими алгоритма-

ми. Позже Уиттл [45] предложил экономический параметр, которым является соотношение цены на руду к затратам на добычу. Затем Джилани [46] объединил эти два подхода, придя к комплексному решению, которое рассматривает и экономическую, и техническую составляющие.

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПКК

Применение компьютеров в горной промышленности значительно повысило качество выполняемых работ, а также улучшило финансовый и экономический статус горных предприятий. Программные средства значительно изменили горную промышленность после их внедрения в 1970-х. Цель использования программных средств — сокращение неэффективной добычи, особенно в золотодобывающей отрасли [47]. Для разных направлений горной промышленности разработано множество программных средств. Также разработаны ПО-пакеты для горного планирования и проектирования, которые включают в себя оптимизацию ПКК. В зависимости от требований пользователей программное обеспечение (ПО) продолжает совершенствоваться, повышая свою эффективность. Большинство ПО для оптимизации ПКК реализуется на коммерческой основе и базируется на ранее разработанных алгоритмах. Рассмотрим некоторые наиболее широко применяемые программные средства для оптимизации ПКК.

Gemcom's Whittle — широко известное коммерческое ПО, которое использует алгоритм Лерча–Гроссмана для оптимизации ПКК [48]. Недавно в данное ПО внедрили модуль оптимизации, включающий псевдофлюидальный алгоритм [49]. *Minemax's Scheduler* применяет алгоритм push-relabel, который рассчитывает максимальный поток сети. *Datamine's NPV Scheduler* базируется на алгоритме Лерча–Гроссмана. *Mintec's MineSight* одним из первых стал использовать алгоритм плавающих конусов, хотя пользователь может выбрать алгоритм Лерча–Гроссмана [50]. *Micropmine's Pit Optimization* также выполняет оптимизацию ПКК на основе алгоритма Лерча–Гроссмана. Для улучшения существующих алгоритмов *Deswik* применяют псевдофлюидальный алгоритм [30].

ThreeDify's FlowPit по-новому использует алгоритм Лерча–Гроссмана, пытаясь сократить время вычисления. *Maptek's Vulcan*, подобно *Mintec's MineSight*, имеет возможность применять алгоритм плавающих конусов или алгоритм Лерча–Гроссмана по усмотрению пользователя [50]. *SimSched* решает проблему оптимизации ПКК с помощью частично-целочисленного программирования (MIP) и гибких приближенных методов, предоставляющих возможность добавлять ограничения по необходимости. *Geovia's Minex* интегрирует геологические данные и проектирование для открытой разработки угольных и других месторождений, а для оптимизации применяет алгоритм Лерча–Гроссмана. *Minemax's Planner* применяет алгоритм максимального потока. *Hexagon Mining* использует алгоритм Лерча–Гроссмана, а *Mincor* — алгоритм push-relabel [31]. Согласно [51], в университете Вуллонгонга разработана простая для использования программа (Pit Limit Optimizer) с открытым доступом для оптимизации карьеров на основе MS Excel. В данной программе реализуется алгоритм Лерча–Гроссмана, динамическое программирование, алгоритм Коробова и алгоритм плавающих конусов. Данная программа позволяет проводить сравнение применяемых алгоритмов.

Представленные программные средства показывают, что разработанные различными исследователями алгоритмы оптимизации ПКК широко применяются в горной промышленности. С момента своего появления и до настоящего времени алгоритм Лерча–Гроссмана является наиболее используемым. В связи с динамическими потребностями в современном мире еще многое необходимо сделать, чтобы быть уверенными, что данные потребности удовлетворятся наиболее эффективно и экономически оптимально.

ПОСЛЕДНИЕ ТЕНДЕНЦИИ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ПКК

Многие исследователи продолжают искать более эффективные способы оптимизации ПКК, создавая новые алгоритмы или совершенствуя уже существующие. Некоторые методы, разработанные в недавнем прошлом, приведены в данной работе.

Галик и др. [1] рассмотрели пластовые месторождения с точки зрения оптимизации ПКК. Они разработали алгоритм плавающих уклонов (бортов) для работы с пластовыми залежами, дважды проверили свой алгоритм на примере угольных месторождений и нашли оптимальное решение. Несмотря на то, что алгоритм в основном рассчитан на пластовые месторождения, авторы предполагают, что его можно скорректировать для других типов месторождений.

Соуза и др. [29] для определения ПКК использовали алгоритм Форда – Фалкерсона. Для демонстрации они построили двухмерную модель. Алгоритм проанализировал набор блоков, расставляя их в приоритете исходя из финансовых потоков. Конечное решение, предложенное алгоритмом, сравнили с решением, которое получено с помощью алгоритма Лерча – Гроссмана; результаты оказались одинаковыми. Так как данный алгоритм разработан для двухмерной модели, требуется его улучшить для трехмерной модели, отражающей реальные условия.

В последнее время различные исследователи предлагали вероятностный подход. Согласно Маркотту и Карону [52], такой подход рассчитывает оптимальный контур карьера, применяя ожидаемую прибыль вместо процентного содержания. Данный метод рассматривает проблему определения ПКК, предлагая различные возможные результаты, имеющие весовое значение, которое зависит от их вероятности. Он условно объективен, так как прогнозирование основывается лишь на ожидаемой прибыли. Данный метод отдает предпочтение карьерам с большим объемом пустой породы и запасов руды по сравнению с другими подходами [35, 36, 52].

Ходари [53] внедрил новый метод, основанный на сетевой оптимизации, чей итоговый результат состоит только из положительных блоков, способных покрыть затраты на выемку всех отрицательных вышележащих блоков с учетом бортовых ограничений. Эти блоки могут покрыть затраты индивидуально или совместно с другими блоками, которые граничат с одними и теми же отрицательными блоками. Данный алгоритм использует сетевую модель подобно линейному программированию. Оптимальный контур получен на двухмерной модели, теперь необходимо разработать трехмерную.

Гхоламнеджад и Моджахедфар [54] рассмотрели проблему определения ПКК, предложив метод, который создает целевую функцию для поиска наибольшего карьера с положительным значением при соблюдении бортовых ограничений. В предлагаемой целочисленной программируемой математической модели используются множители Лагранжа, что делает ее похожей на традиционные алгоритмы. Применяв модель на железорудном месторождении, построен контур карьера, содержащий внутри больше руды по сравнению с традиционной целевой функцией. Модель также имеет положительную сетевую прибыль.

Эль-Кармоути и др. [55] предложили новый приближенный метод, называемый “Один Три – Один Два” (One Three – One Two) (13 – 12). В основе метода лежит изменение поискового шаблона и технологии добычи по сравнению с другими приближенными методами. Поисковый шаблон начинает движение справа налево, что противоположно методу плавающего конуса. Данный метод был применен на поперечном разрезе золоторудного карьера Сукари в Египте; он дал более корректные результаты с точки зрения сетевой ценности карьера по сравнению с методом плавающего конуса. Поскольку этот метод базируется на двухмерной модели, требуется его пересмотр для трехмерной модели.

Сасаки и др. [56] разработали алгоритм наиболее положительного обратного усеченного конуса (англ. ВРІТС). Данный алгоритм улучшает существующий метод плавающего конуса, он начинает “сканирование” от дна карьера, двигаясь вверх. Для проверки алгоритма авторы рассмотрели пять месторождений полезных ископаемых. Результаты алгоритма ВРІТС сравнивали с методом положительного плавающего конуса и методом динамического программирования. Алгоритм ВРІТС показал лучшие результаты, тем не менее он требует много времени на обработку данных.

Эспиноза и др. [57] представили публичную библиотеку, которая направлена на решение проблем, связанных с карьерами (MinLib). Рассматривается проблема определения ПКК, которую назвали замыкание с максимальным весом. В библиотеке представлены различные наборы данных, которые применялись в научных работах по оптимизации <http://mansci-web.uai.cl/minelib/>. Лиу и Козан [58] также разработали несколько новых алгоритмов на основе графов, которые направлены на решение проблем, связанных с карьерами, в большом масштабе. Их алгоритмы для планирования и оптимизации ПКК базируются на связующем графе и сетевом графе потока. Они проверили свои алгоритмы на наборах данных из библиотеки MinLib и сравнили с результатами из той же библиотеки. Оптимальное решение, предложенное их алгоритмами, в точности совпадает с решениями из библиотеки.

Милани [59] подошел к проблеме определения ПКК, используя генетический алгоритм, который наслаивается на масштабируемый подход. Генетический алгоритм заключается в использовании генотипа каждого решения, которое выражено в формате кода. Данный алгоритм применяет различные генетические процедуры для улучшения результата. Степень конвергенции увеличена за счет перестановки процентной доли населения, которая определяется пользователем с новыми фенотипами. Данный подход предлагает оптимальные результаты с низкими затратами на вычисление при его использовании на различных месторождениях разного размера как в двухмерном, так и в трехмерном формате. Для повышения эффективности компьютерной обработки Петров и др. [60] применили параллельный генетический алгоритм. Их работа описывает регулировку данного алгоритма путем изменения способа представления хромосом, а также внедрения некоторых других генетических операторов. В качестве источника данных для проверки использовалась библиотека MinLab. Результаты их работы превзошли простой генетический алгоритм по времени компьютерной обработки.

Саяди и др. [61] предложили новую трехмерную модель, используя искусственную нейронную сеть. В их модели отчетливо выделяются положительные и отрицательные секции с помощью нейронной сети прямого и обратного распространения. Основными ограничениями в модели являются безопасные углы наклона бортов и инородные включения. Модель протестирована на фосфатном руднике Esfordi; она предложила оптимальный контур карьера, который является более эффективным по сравнению с алгоритмом Лерча – Гроссмана за счет учета инородных включений.

Муир [31] рассмотрел псевдофлюидальный алгоритм для оптимизации ПКК. В своей работе он соединил методы самых высоких и самых низких меток Хочбаума, сформировав основу от метода Лерча – Гроссмана. Данные псевдофлюидальные методы сравнивались с алгоритмом Лерча – Гроссмана. Выявлено, что такой метод дает оптимальные результаты и требует меньше времени на вычисление по сравнению с алгоритмом Лерча – Гроссмана. Метод самых высоких меток оказался более устойчивым по сравнению с методом самых низких меток. Дезвик использовал псевдофлюидальный алгоритм для оптимизации ПКК после его публикации [62].

В работе Баи и др. [49] проведено сравнение нового модуля оптимизации ПКК псевдофлюидальным методом и модуля оптимизации ПКК алгоритмом Лерча–Гроссмана в ПО GEOVIA Whittle. Работа выполнена на компьютере с процессором Intel Core i7 2.7 ГГц и 32 Гб RAM на примере набора данных из 21.3 млн блоков. В результате модуль оптимизации ПКК псевдофлюидальным методом предложил результат через 12 мин, а алгоритм Лерча–Гроссмана через 15 ч (рис. 6).

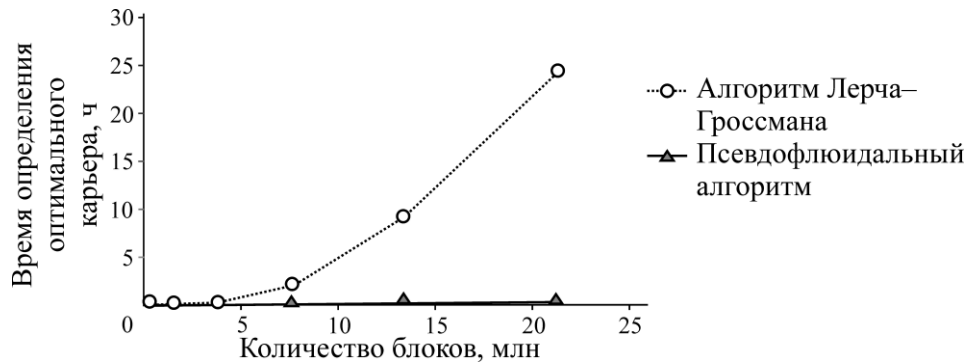


Рис. 6. Сравнение времени расчета согласно [49]

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПКК

Оптимизация предельных контуров карьеров играет важную роль в горной промышленности и является базовым основанием для других операций в горном планировании. Многие решения и другие горные процессы зависят от предельных контуров карьеров. Рассмотрев представленные алгоритмы, можно отметить, что исследователи пытаются рассмотреть существующие методы с целью их улучшения или предложить новые идеи для максимизации общего объема добытого полезного ископаемого из карьера.

Из данного обзора видно, что метод Лерча–Гроссмана широко применяется и является отправной точкой для многих исследователей. Методы максимального потока также адаптированы для рассматриваемой проблемы, на них ссылаются многие ученые. Также используется и совершенствуется метод плавающих конусов ввиду своей простоты. Принятие некоторых методов для горной промышленности может отразиться на различном программном обеспечении горной оптимизации.

Так как проблема оптимизации ПКК известна достаточно продолжительное время, некоторые исследователи помимо нее попытались рассмотреть другие аспекты, например неопределенность цен на полезные ископаемые [8, 13, 17, 63]. Они изучили оптимизацию ПКК как процесс принятия решений, оценивая риск, который связан с данной проблемой, т. е. выбирая карьер с наивысшей чистой текущей стоимостью. В работе [8] предложен метод, рассматривающий вариации, возникающие при неопределенности цен. Авторы применили предлагаемый метод на цинко-медных месторождениях, охватывая промежуток 10 лет. Результаты показали, что для данных карьеров имелся широкий спектр вариантов по оптимизации. Поскольку нельзя просто так увеличить или уменьшить размер карьера, в результате чего растут или снижаются цены на полезные ископаемые, необходимо работать с методом, который учитывает риск неопределенности цен, при решении проблемы определения ПКК и при масштабном планировании [63].

Большинство методов решения проблемы определения ПКК являются однозначными. Проведенные исследования [35, 36, 52] показали, что проблема определения ПКК может быть рассмотрена с точки зрения вероятностного подхода, который дает более эффективные результа-

ты. Изучение проблемы определения ПКК как проблемы с несколькими возможными результатами с заданными весовыми значениями, которые зависят от их вероятности, приводит к формированию больших карьеров с точки зрения пустой породы и запасов руды [36]. Таким образом, будущие научно-исследовательские работы могут быть направлены на вероятностный подход. Другие подходы к решению проблемы определения ПКК, такие как генетический алгоритм [59, 60], искусственная нейронная сеть [61], псевдофлюидальный алгоритм [31] и многие другие методы, которые дают лучшие результаты, чем уже существующие, могут развиваться в будущем [64].

Основной особенностью проблемы является наличие вышележащего блока пустой породы, который необходимо извлечь, чтобы добыть требуемый блок при соблюдении безопасных углов наклона бортов. Подобно линейному программированию, число вскрышных блоков на реальных рудниках исчисляется миллионами, поэтому почти невозможно получить оптимальное решение за малый промежуток времени. В связи с ростом технологий и появлением мощных компьютеров для уменьшения времени расчетов должна быть детально изучена группировка блоков путем разработки соответствующих математических моделей.

ВЫВОДЫ

Представлены методы оптимизации предельных контуров открытых горных работ начиная от традиционного ручного метода. Рассмотрены разработанные с 1965 г. алгоритмы, классифицированные на точные и приближенные в зависимости от точности оптимального решения. Среди различного программного обеспечения для оптимизации предельных контуров карьеров, алгоритм Лерча–Гроссмана имеет наиболее широкое применение по сравнению с другими алгоритмами. Такие подходы, как генетический алгоритм, искусственная нейронная сеть и псевдофлюидальный алгоритм необходимо изучать детальнее. Показано, что большинство рассмотренных методов оптимизации являются однозначными. В дальнейшем проблему оптимизации ПКК можно рассмотреть с точки зрения вероятностного подхода, который предлагает получение лучших результатов. Будущие попытки решения данной проблемы должны использовать преимущества развивающихся технологий и мощных компьютеров, чтобы обойти ограничения, препятствующие достижению максимального потенциала в методах оптимизации предельных контуров карьеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Galić I., Janković B., and Mrakovčić I.** An a Nother way for open pit mine design optimization–floating slopes method, Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 2009, Vol. 21, No. 1. — P. 103–111.
2. **Parra A., Morales N., Vallejos J., and Nguyen P. M. V.** Open pit mine planning considering geomechanical fundamentals, Int. J. of Min., Reclamation and Environment, 2018, Vol. 32, No. 4. — P. 221–238.
3. **Noghli M. and Alah A.** Optimisation of open pit mine block sequencing, Queensland University of Technology, 2015.
4. **Lambert W. B., Brickey A., Newman A. M., and Eurek K.** Open-pit block-sequencing formulations: a tutorial, Interfaces, 2014, Vol. 44, No. 2. — P. 127–142.
5. **Gholamnejad J.** Incorporation of rehabilitation cost into the optimum cut-off grade determination, J. S. Afr. Inst. Min. Metall., 2009, Vol. 109, No. 2. — P. 89–94.
6. **Jamshidi M. and Osanloo M.** UPL determination of multi-element deposits with grade uncertainty using a new block eco Nomic value calculation approach, J. of Min. and Environment, 2018, Vol. 9, No. 1. — P. 61–72.

7. **Dagdelen K.** Open pit optimization-strategies for improving eco Nomics of mining projects through mine planning, 17th Int. Min. Congress and Exhibition of Turkey, 2001. — P. 117–121.
8. **Baek J., Choi Y., and Park H.-s.** Uncertainty representation method for open-pit optimization results due to variation in mineral prices, *Minerals*, 2016, Vol. 6, No. 1. — P. 17.
9. **Liu W. and Zhang H.** PSO algorithm for block sequencing problem in open-pit mining, 2016. — P. 434–441.
10. **Hustrulid W.A., Kuchta M., and Martin R.K.** Open pit mine planning and design 3rd edition, CRC Press, 2013.
11. **Johnson T. B.** Optimum open pit mine production scheduling, California Univ, Berkeley Operations Research Center, 1968.
12. **Köse H., Malli T., and Pamukcu C.** Determination of optimum production capacity and mine life considering net present value in open-pit mining at different overall slope angles, *Acta Montanistica Slovaca*, 2015, Vol. 20, No. 1. — P. 62–70.
13. **Chatterjee S., Sethi M. R., and Asad M. W. A.** Production phase and ultimate pit limit design under commodity price uncertainty, *European J. of Operational Research*, 2016, Vol. 248, No. 2. — P. 658–667.
14. **Zhao Y.** Algorithms for optimum design and planning of open-pit mines, University of Arizona, 1992.
15. **Yang Z., Gao Q., Li M.-h., and Zhang G.** Stability analysis and design of open-pit mine slope in China: A review, *Electronic J. of Geotechnical Eng.*, 2014, Vol. 19, No. Z₂. — P. 10247–10265.
16. **Kennedy B. A. and Kennedy B. A.** Society for mining M. and exploration, *Surface Min.*, Second Edition. Soc. for Min., Metallurgy, and Exploration, 1990.
17. **Akbari A., Osanloo M., and Shirazi M.** Movable reserve estimation while determining ultimate pit limits (UPL) under price uncertainty by real option approach (ROA), *Archives of Min. Sci.*, 2009, Vol. 54, No. 2. — P. 321–339.
18. **Shishvan M. S. and Sattarvand J.** Modeling of accurate variable slope angles in open-pit mine design using spline Interpolation / Modelowanie Zmiennego Kąta Nachylenia Stoku W Projektowaniu Kopalni Odkrywkowych Za Pomocą Interpolacji Funkcjami Sklejającymi (Metodą Spline'Ów), *Archives of Min. Sci.*, 2012, Vol. 57, No. 4. — P. 921–932.
19. **Lerchs H.** Optimum design of open-pit mines, *CIM Bull.*, 1965, Vol. 58, No. 633. — P. 47–54.
20. **Koenigsberg E.** The optimum contours of an open-pit mine: an application of dynamic programming, 17th *Appl. of Computers and Operations Research in the Miner. Industry*, 1982.
21. **Pana M. and Davey** The simulation approach to open-pit design, *Proceeding of 5th International APCOM*, 1965.
22. **Korobov S.** Method for determining optimal ultimate open pit limits, *Ecole Polytechnique de Montréal*, 1974.
23. **Khalokakaie R., Dowd P., and Fowell R.** Incorporation of slope design into optimal pit design algorithms, *Min. Technology*, 2000, Vol. 109, No. 2. — P. 70–76.
24. **Ben-Awuah E.** Oil sands mine planning and waste management using goal programming, 2013.
25. **Nhleko A. S., Tholana T., and Neingo P. N.** A review of underground stope boundary optimization algorithms, *Resources Policy*, 2018, Vol. 56. — P. 59–69.
26. **Akbari A., Osanloo M., and Shirazi M.** Determination of ultimate pit limits in open mines using real option approach, *Int. J. of Eng. Sci.*, 2008, Vol. 19, No. 5-1. — P. 23–38.
27. **Chicoisne R., Espi Noza D., Goycoolea M., More No E., and Rubio E.** A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem, *Operations Research*, 2012, Vol. 60, No. 3. — P. 517–528.
28. **Amankwah H., Larsson T., and Textorius B.** A duality-based derivation of the maximum flow formulation of the open-pit design problem, *Int. J. of Pure and Applied Mathematics*, 2014, Vol. 92, No. 4. — P. 449–457.

29. **Souza F. R., Melo M., and Pinto C. L. L.** A proposal to find the ultimate pit using Ford Fulkerson algorithm, *Rem: Revista Escola de Minas*, 2014, Vol. 67, No. 4. — P. 389–395.
30. **Whittle D., Brazil M., Grossman P. A., Rubinstein J. H., and Thomas D. A.** Combined optimisation of an open-pit mine outline and the transition depth to underground mining, *European J. of Operational Research*, 2018, Vol. 268, No. 2. — P. 624–634.
31. **Muir D.** *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, AusIMM Spectrum Series, 2007. — P. 97–104.
32. **Luenberger D. G. and Ye Y.** *Linear and nonlinear programming*, Int. series in operations research & management Sci., 2008.
33. **Huttagosol P. and Cameron R.** A computer design of ultimate pit limit by using transportation algorithm, *Proc. of 23rd APCOM Symp.*, Tucson, Arizona, 1992. — P. 443–460.
34. **Fytas K. and Calder P. N.** A computerized model of open pit short and long range production scheduling, *19th APCOM Symp.*, 1986. — P. 109–119.
35. **Jalali S., Ataee-Pour M., and Shahriar K.** Pit limits optimization using a stochastic process, *CIM Bull.*, 2006, Vol. 99, No. 1096. — P. 1–11.
36. **Dimitrakopoulos R.** Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments, *J. of Min. Sci.*, 2011, Vol. 47, No. 2. — P. 138–150.
37. **Shahriar A. P. K., Oraee K., and Bakhtavar P. S. E.** A Study on the optimization algorithms for determining open-pit and underground mining limits, *7th Int. Sci. Conf., SGEM 2007*, 2007.
38. **Kennedy B. A.** *Surface Mining*, Second Edition, Soc. for Mining, Metallurgy, and Exploration, 1990.
39. **Wright A.** Moving Cone II -A simple algorithm for optimum pit limits design, *Proc. of the 28th APCOM*, 1999. — P. 367–374.
40. **Khalou K. R.** Optimum open pit design with modified moving cone II methods, *J. of Faculty of Eng. (University of Tehran)*, 2007, Vol. 41, No. 3 (105). — P. 297–307.
41. **Kakaie R.** A new algorithm for optimum open pit design: Floating cone method III, *J. of Min. and Environment*, 2012, Vol. 2, No. 2. — P. 118–125.
42. **Dowd P. and Onur A.** Optimizing open pit design and sequencing, *Proc. 23rd Appl. of Computer in Miner. Industry*, 1992. — P. 411–422.
43. **Khalokakaie R.** *Computer-aided optimal open-pit design with variable slope angles*, University of Leeds; 1999.
44. **Matheron G.** Parametrage des contours optimaux, *Note Geostatistique*, No. 128, Center de Geostatistique et de Morphologie Mathematique, Internal Report N-401., Fontainebleau, France, 1975.
45. **Whittle J.** Beyond optimization in open pit design, *Canadian Conference on Computer Applications in the Miner. Industries*, 1988. — P. 331–337.
46. **Djilani M.-C.** *Interactive open-pit design using parameterization techniques*, University of Leeds, 1997.
47. **Kapageridis I.** The future of mine planning software—new tools and in Novations, *The 19th Int. Min. Congress and Fair of Turkey 1MCET2005*, Izmir, Turkey, 2005. — P. 9–12.
48. **Whittle J.** *Four-X user manual*, Melbourne: Whittle Programming Pty Ltd, 1998.
49. **Bai X., Turczynski G., Baxter N., Place D., and Sinclair-Ross H.** *Pseudoflow method for Pit optimization*, 2017.
50. **Thorley U.** *Open pit mine planning: analysis and system modeling of conventional and oil sands applications*, Kingston, Ontario, Canada: Queen's University, 2012.
51. **Drew D. and Baafi E.** Ultimate pit limit design using Microsoft Excel Spreadsheet, *APCOM 2002: 30th Int. Symp. on the Application of Computers and Operations Research in the Miner. Industry*, 2002. — P. 113–119.

52. **Marcotte D. and Caron J.** Ultimate open pit stochastic optimization, *Computers & Geosciences*, 2013, Vol. 51. — P. 238–246.
53. **Khodayari A. A.** A New algorithm for determining ultimate pit limits based on network optimization, *Int. J. of Min. & Geo-Eng.*, 2013, Vol. 47, No. 2. — P. 129–137.
54. **Gholamnejad J. and Mojahedfar A.** Determination of the largest pit with the Non-negative net profit in the open pit mines, *J. of Min. and Environment*, 2010, Vol. 1, No. 2. — P. 45–52.
55. **El-Karmouty M., El-Wageeh M., El-Aziz A. A., and El-Shayeb Y.** New Technique- “One Three-One Two (13-12), In *Ultimate Pit Limit Heuristic Algorithms*, The 45th Int. October Conference on Min. and Metallurgy, 2013. — P. 397–400.
56. **Sasaki K., Dindiwe C., and Adachi T.** Optimization of open pit limit designs by newly BPITC approach and initial feasibility study using block grade data set estimated by geostatistical simulation, *J. of the Min. and Materials Processing Institute of Japan*, 2001, Vol. 117, No. 7. — P. 62–70.
57. **Espinoza D., Goycoolea M., Moreno E., and Newman A.** MineLib: a library of open pit mining problems, *Annals of Operations Research via <http://mansci-web.uai.cl/minelib/>*, 2013, Vol. 206, No. 1. — P. 93–114.
58. **Liu S. Q. and Kozan E.** New graph-based algorithms to efficiently solve large scale open pit mining optimisation problems, *Expert Systems with Applications*, 2016, Vol. 43. — P. 59–65.
59. **Milani G.** A Genetic algorithm with zooming for the determination of the optimal open-pit mines layout, *The Open Civil Eng. J.*, 2016, Vol. 10, No. 1. — P. 301–322.
60. **Petrov D., Vasiliev P., Mikhelev V., Muromtcev V., and Batischev D.** Using parallel computing in modeling and optimization of mineral reserves extraction systems, *J. of Fundamental and Applied Sci.*, 2017, Vol. 9, No. 1S. — P. 939–947.
61. **Sayadi A. R., Fathianpour N., and Mousavi A. A.** Open pit optimization in 3D using a new artificial neural network, *Archives of Min. Sci.*, 2011, Vol. 56, No. 3. — P. 389–403.
62. **Poniewierski J.** A discussion of deswik pseudoflow pit optimization in comparison to whittle LG Pit optimization, *Deswik*, 2018.
63. **Akbari A., Osanloo M., and Shirazi M.** Ultimate pit limit (UPL) determination through minimizing risk costs associated with price uncertainty, *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, 2008, Vol. 24, No. 4/2. — P. 157–170.
64. **Tabesh M. and Askari-Nasab H.** Automatic creation of mining polygons using hierarchical clustering techniques, *J. of Min. Sci.*, 2013, Vol. 49, No. 3. — P. 426–440.

Поступила в редакцию 3/XII 2019

После доработки 15/VI 2020

Принята к публикации 9/VII 2020