интенсивного механического разрушения, следует, по-видимому, отнести к погрешности, вносимой ограничением ряда (12), а также за счет слабо изученной кинетики термического разложения углеводородов.

Поступила в редакцию
18/IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Лошкарев, В. А. Шваб. В сб. «Тепло- и массоперенос», т. 2, ч. 2. Минск, 1972.
2. В. А. Красильников. Звуковые волны в воздухе, воде и твердых телах. М., 1954.
3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., 1969.
4. И. Б. Сафронова. Отчет сектора физ.-техн. горн. проблем, ИФЗ АН СССР. М., 1971.
5. Б. Н. Стаднюк и др. ИФЖ, 1972, **22**, 5.
6. Л. Бергман. Ультразвук. М., ИЛ, 1956.
7. В. П. Мотулевич. ИФЖ, 1960, 5.
8. В. П. Мотулевич. ИФЖ, 1963, 4.
9. В. А. Лошкарев, В. А. Шваб. Матер. III науч. конф. по математике и механике. Томск, ТГУ, 1973.
10. П. А. Теснер. Образование углерода из углеводородной газовой фазы. М., 1972.

УДК 536.46+662.612.2

О СКОРОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ КРИТЕРИАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ

В. Н. Вилюнов

(Томск)

На основе размерностных оценок и подобия получены интерполяционные формулы для скорости турбулентного горения u_t перемешанных газов в крупномасштабном турбулентном потоке.

1. Рассматривается в среднем стационарное турбулентное пламя в трубе за решеткой. Поток изотропный. Пламя покоится, смесь втекает в него со скоростью u_t, которая является скоростью распространения турбулентного горения. Исходная температура смеси T_+, конечная T_-.

При отсутствии турбулентности пламя относительно свежего газа распространяется по теплопроводному механизму с нормальной скоростью горения u_n, меньшей чем u_t. Для дальнейшего существенно, что ламинарное пламя при равенстве молекулярных коэффициентов переноса полностью определяется заданием двух размерных параметров, например, температуропроводностью a и характерным временем реакции τ_+, а также двух безразмерных параметров — относительного подогрева T_+/T_- и температуры активации E/RT_+.

Это означает, что знание указанных параметров позволяет определить не только скорость пламени $u_n \sim \sqrt{a/\tau_+}$, но и структуру: тепловую $\delta \sim a/u_n$ и химическую $\delta_x = \delta\omega(T_+/T_-;\ E/RT_+)$ ширину.

Для аррениусовской зависимости скорости химической реакции от температуры с большой теплотой активации ($E/RT_+ \gg 1$) характерное время реакции определяется равенством [1]

$$\tau_+ = \rho_+^{1-n} z_0^{-1} \exp\left(\frac{E}{RT_+}\right). \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность, z_0 — предэкспонент, E — энергия активации, n — порядок реакции; индексом плюс отмечаются величины, относящиеся к температуре горения, а минус — к исходной смеси.

В пределе ($E \gg RT_+$), когда справедливо разложение экспоненты по Франк-Каменецкому, вместо двух параметров T_+/T_-, E/RT_+ в задачу входит только один: $\theta_0 = E(T_+ - T_-)/RT_+^2$. Нереагирующий крупномасштабный турбулентный поток несжимаемой жидкости характеризуется двумя параметрами [2] — интенсивностью $b = \frac{1}{2}\langle u'_\alpha u'_\alpha \rangle$ и интегральным масштабом L. Для изотропного потока $\sqrt{b} \sim u'$, где u'—среднеквадратичная пульсация скорости.

Отправным пунктом дальнейшего изложения является предположение о том, что основной вклад в скорость турбулентного распространения пламени вносят наиболее крупномасштабные пульсации (низкочастотная часть спектра турбулентности).

При таком подходе к описанию явления скорость распространения турбулентного горения в отличие от u_n определяется четырьмя размерными параметрами — два параметра дает турбулентность и столько же — нормальное пламя.

Турбулентность будем характеризовать интенсивностью u' и временем смешения $\tau_1 = L/u'$, а ламинарное пламя — нормальной скоростью горения u_n и характерным временем химической реакции τ_+. Из названных параметров и искомой скорости турбулентного горения в соответствии с П-теоремой можно составить лишь три безразмерные комбинации, например, u_t/u', τ_+/τ_1, u_n/u'. Поэтому скорость турбулентного распространения горения, при учете ее зависимости от T_+/T_- и E/RT_+, находится из уравнения

$$\varphi\left(\frac{u_t}{u'},\ \frac{\tau_+}{\tau_1},\ \frac{u_n}{u'},\ \frac{T_+}{T_-},\ \frac{E}{RT_+}\right) = 0. \tag{2}$$

Критерий Рейнольдса (составленный по u', L), а также относительный масштаб турбулентности явно не вошли, поскольку $\delta/L \sim \tau_+ u_n/\tau_1 u'$; $\mathrm{Re} \sim \tau_+ L^2/\tau_1 \delta^2$.

Ограничимся описанием горения в крупномасштабном, высокоинтенсивном турбулентном потоке, когда выполняются неравенства $L \gg \delta$, $u' \gg u_n$, $\mathrm{Re} \gg 1$. Величина τ_+/τ_1 остается конечной. При этих условиях из постановки задачи выпадает нормальная скорость пламени. Однако пульсационная скорость потока должна быть сохранена, ибо при $u' \gg u_n$, как показывают элементарные оценки, $u_t \sim u'$. В результате вместо (2) приходим к уравнению

$$\varphi\left(\frac{u_t}{u'},\ \frac{\tau_+}{\tau_1},\ \frac{T_+}{T_-},\ \frac{E}{RT_+}\right) = 0. \tag{3}$$

При некоторых ограничениях на величины τ_+/τ_1, T_+/T_-, E/RT_+ существует единственное решение (3)

$$\frac{u_t}{u'} = F\left(\frac{\tau_+}{\tau_1},\ \frac{T_+}{T_-},\ \frac{E}{RT_+}\right). \tag{4}$$

В общем случае решение может быть и не единственным, а при некоторой связи между параметрами задачи и не существовать. Хотя эти вопросы в рамках теории подобия не разрешимы, важно, что на пределе распространения горения (пределы экспериментально обнаружены многими исследователями, см., например, [3]) имеет место функциональная зависимость

$$\frac{\tau_+}{\tau_1} = f\left(\frac{T_+}{T_-},\ \frac{E}{RT_+}\right). \tag{5}$$

Таким образом, предел турбулентного горения формулируется следующим образом: при постоянных T_+ и T_- на пределе распространения горения характерное время реакции находится в постоянном отношении ко времени турбулентного смешения. Аналогичный результат из других соображений получен в [4] (нужно (5) пересчитать на средние параметры потока).

Выше не учитывалась возможная разница в коэффициентах переноса. При ее учете в выражение (2) и во все последующие войдут еще два определяющих критерия: $\mathrm{Le}=D/a$, $\mathrm{Pr}=\nu/a$.

2. Параметр турбулентного горения τ_+/τ_1, предложенный Щелкиным [5], является более общим, чем параметр Коважного $\Gamma=\tau_0/\tau_1$ [6]. Здесь $\tau_0=\delta/u_n$ — время тепловой релаксации пламени (время сгорания прогретого слоя δ). Его общность заключается в том, что он характеризует не только распространение турбулентного пламени в потоке, но и определяет закономерности протекания реакций в неизотермических условиях, когда распространяющееся пламя может отсутствовать (зажигание в турбулентном потоке, тепловой взрыв, турбулентные химические реакторы). В задачах макрокинетики при определении τ вместо T_+ нужно подставить соответствующую характерную температуру явления; так же заменяется δ соответствующим характерным масштабом задачи.

В случае турбулентного горения между τ_+ и τ_0 существует очевидная связь, вытекающая из классической теории нормального пламени [1]

$$\tau_+ = \frac{2n!}{\theta_0^{n+1}}\cdot\tau_0. \tag{6}$$

3. Вдали от предела распространения турбулентного пламени, когда τ_+/τ_1 меньше критического, в (5) представим u_t приближенной зависимостью, которая будет справедлива при любой интенсивности $u' \gtrless u_n$:

$$u_t = u_n + u'F\left(\frac{\tau_+}{\tau_1},\ \frac{T_+}{T_-},\ \frac{E}{RT_+}\right). \tag{7}$$

Структура (7) выбрана из следующих соображений. При $u' \longrightarrow 0$ (распространение плоского пламени в неподвижном потоке) u_t должна совпадать с u_n; а для малых $\tau_+/\tau_1 \ll 1$ при $u' \ll u_n$, $F \longrightarrow \mathrm{const}$

$$u_t = u_n + \mathrm{const}\, u', \tag{8}$$

где постоянная зависит от T_+/T_-, E/RT_+, Le, Pr. Для другого предельного случая $u' \gg u_n$ примем, как это обычно делается в прикладных вопросах, степенную интерполяционную для функции F. Тогда в соответствии с теорией подобия приходим к следующей полуэмпирической формуле

$$u_t = K\,(u')^m \frac{L^{1-m}}{\tau_+^{1-m}}. \tag{9}$$

Функция $K(T_+/T_-,\ E/RT_+,\ \mathrm{Le},\ \mathrm{Pr})$ и показатель m должны находиться из эксперимента. Видно, что скорость турбулентного горения определяется не скоростью нормального пламени, а скоростью химической реакции в пламени [3].

В частных случаях получаем ранее известные результаты: $m=1$, $u_t \sim u'$ — поверхностная модель [5]; $m=0{,}5$, $u_t \sim \sqrt{Lu'/\tau_+}$ — объемное пламя [7]; $m=0$, $u_t \sim L/\tau_+$ — очаговое или микрообъемное горение [3, 8].

Иногда удобно представить (9) в переменных, явно включающих нормальную скорость пламени. Исключая τ_+ с помощью (6), будем иметь

$$u_t = K_1 (u')^m u_n^{2(1-m)} \frac{L^{1-m}}{a^{1-m}}. \tag{10}$$

Пересчет u_t на средние парметры потока элементарен и здесь не приводится.

Структура формул (9), (10) позволяет по экспериментальной зависимости u_t от u' восстановить зависимость от остальных параметров.

Замечание. При «неудачном» выборе определяющих параметров вместо (2) можно получить эквивалентную формулу

$$\frac{u_t}{u'} = \varphi_1\left(\frac{\delta}{L}, \frac{u_n}{u'}, \frac{T_+}{T_-}, \frac{E}{RT_+}\right). \tag{11}$$

Одновременное стремление δ/L, u_n/u' к нулю может не дать конечного $\lim u_t/u'$. Однако будет существовать предел [9]

$$\frac{u_t}{u'} \approx \left(\frac{\delta}{L}\right)^{\alpha} \varphi_1\left(\frac{u_n/u'}{\left(\frac{\delta}{L}\right)^{\beta}}, \frac{T_+}{T_-}, \frac{E}{RT_+}\right).$$

Поэтому при степенной интерполяции снова приходим к результату (9). Это замечание остается в силе и для других возможных представлений u_t/u' от определяющих параметров или иного выбора масштаба турбулентной скорости.

4. Я. Б. Зельдович на основании соображений размерности для случая, когда масштаб турбулентности много больше ширины нормального пламени, получил выражение [10]

$$u_t = u_n f\left(\frac{u_n}{u'}\right), \tag{12}$$

которое качественно (независимость u_t от масштаба турбулентности) отличается от (10). Формулы (10) и (12) по существу правильны, но имеют различные границы применимости.

Формула (10) получена при учете отношения τ_+/τ_1, но отброшена нормальная скорость пламени u_n, ибо при $u' \gg u_n$ она не является существенной. Напротив, (12) может быть получена, если считать несущественным масштаб, но сохранить в качестве определяющего параметра нормальную скорость пламени; поэтому (12) будет верной как раз в другом предельном случае, когда $u' \leqslant u_n$, а время турбулентного смешения $\tau_1 \gg \tau_+$ не является определяющим параметром.

5. При рассмотрении более тонкой структуры турбулентности следовало бы учесть наличие в турбулентности «внутреннего масштаба» η, определяющего диссипацию.

Приведем некоторые оценки локальной структуры турбулентности при наличии в потоке горения. Допуская в первом приближении, что пламя не оказывает влияния на турбулентность (ибо $\delta_x \ll \delta$), в соответствии с [2] имеем:

$$\frac{\eta}{L} \sim \mathrm{Re}^{-3/4}, \quad \frac{\tau_\eta}{\tau_1} \sim \mathrm{Re}^{-3/4}, \quad \frac{v_\eta}{u'} \sim \mathrm{Re}^{-1/4}, \tag{13}$$

где v_η — порядок изменения скорости турбулентного движения на протяжении расстояний порядка η; τ_η — характерный период; число Re

Строка	$\frac{u_n}{u'}$	$\frac{\tau_0}{\tau_1}$	$\frac{\eta}{L}$	$\frac{\eta}{\delta}$	$\frac{v_\eta}{u'}$	$\frac{v_\eta}{u_n}$	$\frac{\tau_\eta}{\tau_1}$	$\frac{\tau_\eta}{\tau_0}$	Re	Неравенства
1	1	k	$k^{3/4}$	$k^{-1/4}$	$k^{1/4}$	$k^{1/4}$	$k^{-3/4}$	$k^{-1/4}$	k^{-1}	$L\gg\eta\gg\delta$, $\tau_1\gg\tau_\eta\gg\tau_0$ $u'\sim u_n\gg v_\eta$
2	$k^{1/7}$	$k^{6/7}$	$k^{6/7}$	$k^{-1/7}$	$k^{2/7}$	$k^{1/7}$	$k^{6/7}$	1	$k^{-8/7}$	$L\gg\eta\gg\delta$, $\tau_1\gg\tau_\eta\sim\tau_0$ $u'\gg u_n\gg v_\eta$
3	$k^{1/3}$	$k^{2/3}$	k	1	$k^{1/3}$	1	k	$k^{1/3}$	$k^{-4/3}$	$L\gg\eta\sim\delta$, $\tau_1\gg\tau_0\gg\tau_\eta$ $u'\gg u_n\sim v_\eta$
4	k	1	$k^{3/2}$	$k^{1/2}$	$k^{1/2}$	$k^{-1/2}$	$k^{3/2}$	$k^{3/2}$	k^{-2}	$L\gg\delta\gg\eta$, $\tau_1\sim\tau_0\gg\tau_\eta$ $u'\gg v_\eta\gg u_n$

определено характеристиками наиболее низкочастотного участка спектра турбулентности. При $a=\nu$

$$\mathrm{Re}=\frac{u'}{u_n}\cdot\frac{L}{\delta}=\frac{\tau_0}{\tau_1}\left(\frac{L}{\delta}\right)^2\gg 1. \tag{14}$$

Оценки различных величин по (13), (14) в порядке увеличения числа Re в зависимости от $k=\delta/L$ приведены в таблице. Строки таблицы соответствуют некоторым характерным случаям.

При выполнении неравенств $L\gg\eta\gg\delta$, $\tau_1\gg\tau_\eta\gg\tau_0$, $u'\sim u_n\gg v_\eta$, когда «внутренний масштаб» турбулентности много больше тепловой ширины пламени, мелкомасштабная часть спектра турбулентности не оказывает влияния на нормальную скорость пламени; горение осуществляется по поверхностному механизму. Скорость турбулентного горения определяется формулой (12) или в следующем приближении для малых Г выражением

$$\frac{u_t}{u_n}=\varphi_0\left(\frac{u_n}{u'},\ \Gamma\right)\approx f\left(\frac{u_n}{u'}\right)+f_1\left(\frac{u_n}{u'}\right)\Gamma+\ldots. \tag{15}$$

В другом предельном случае (четвертая строка таблицы), когда имеют место неравенства $L\gg\delta\gg\eta$, $\tau_1\sim\tau_0\gg\tau_\eta$, $u'\gg v_\eta\gg u_n$, мелкомасштабная часть спектра турбулентности проникает в зону горения нормального пламени, структура зоны турбулентного горения гомогенизируется [1]. Теперь величина u_n должна вычисляться с учетом влияния мелкомасштабности на коэффициенты переноса и скорость протекания химической реакции [11].

Выражение для скорости распространения турбулентного горения совпадает с (14) или в следующем приближении:

$$\frac{u_t}{u'}=\varphi\left(\frac{u_n}{u'},\ \Gamma\right)=F(\Gamma)+F_1(\Gamma)\frac{u_n}{u'}+\ldots. \tag{16}$$

Вторая и третья строки таблицы описываются промежуточными формулами между (15) и (16).

При выводе (9), (10) использовался ряд предположений феноменологического характера, поэтому уверенность в правильности интерполяционных формул можно получить лишь после их детального сравнения с теоретическими результатами других авторов и с соответствующими экспериментами.

[1] Здесь, строго говоря, оценки справедливы лишь с некоторым приближением, ибо величина η определяется теперь не только величиной, диссипируемой энергией $\langle\varepsilon\rangle$ и коэффициентом переноса ν, но и временем реакции τ_+.