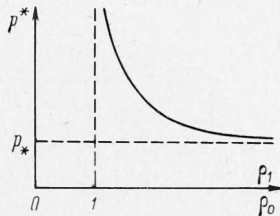
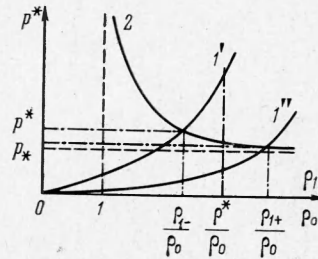


Могут представиться два случая пересечения кривых 1 и 2 (фиг. 4):

- 1) $\frac{\rho_1}{\rho_0} < \frac{\rho^*}{\rho_0}$ (пересечение кривых 1' и 2 на фиг. 4)
- 2) $\frac{\rho_1}{\rho_0} > \frac{\rho^*}{\rho_0}$ (пересечение кривых 1'' и 2 на фиг. 4)



Фиг. 3



Фиг. 4

В первом случае учет прочности несуществен, так как $\rho_1 < \rho^*$ и $\sigma = \sigma(\rho_1) = 0$. Во втором случае значение p^* , соответствующее точке пересечения кривых 1'' и 2 (фиг. 4), будет мало отличаться от горизонтальной асимптоты $p^* \approx \rho_0 + \rho_0 V_0^2$, так как предполагается, что начальная плотность рассматриваемой среды мала, т. е. $\rho^*/\rho_0 \gg 1$, и кривая 2 (фиг. 4) уже близко подходит к своей горизонтальной асимптоте.

Следовательно, во втором случае значение p^* вообще не зависит от вида кривой 1'' (фиг. 4). Например, в качестве этой кривой можно взять кривую $p_1 = p_1(\rho_1)$. От вида зависимости $p^*(\rho)$ зависит только значение плотности ρ_1 среды за ударной волной.

Таким образом, при достаточно малых начальных плотностях смеси суммарное напряжение на препятствии может быть достаточно точно определено независимо от вида функции σ . В частности, можно положить $\sigma \equiv 0$. Уже при начальной плотности смеси $\rho_0 \approx 0.1 \text{ г/см}^3$, $\rho^* = 0.2 \text{ г/см}^3$, $p_0 = 1 \text{ ат}$ и скорости $V_0 \leq 50 \text{ м/сек}$ ошибка не превышает 20%.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ ПРИ ПОМОЩИ ТЕНЕВЫХ МЕТОДОВ

В. А. Емельянов, И. В. Ершов

(Москва)

При изучении аэродинамических и аэрофизических процессов широко применяются теневые методы исследования [1-3] и др.

Ниже показано, что метод, описанный в работе [4], применим к исследованию неоднородностей, ограниченных ударной волной. Ю. Д. Бабичев при теоретическом рассмотрении задачи расчета разрывных распределений плотности использовал мультипликативный способ выделения сингулярности экспериментальной функции углов отклонения. Однако использование аддитивного метода выделения особенностей при решении задачи непосредственного определения ρ за скачком уплотнения также не требует знания оптической интенсивности скачка и позволяет избежать дополнительных ограничений на характер изменения $\partial n/\partial r$ на краю сечения осесимметричной неоднородности по сравнению с характером изменения $\partial n/\partial r$ в центральных зонах сечения.

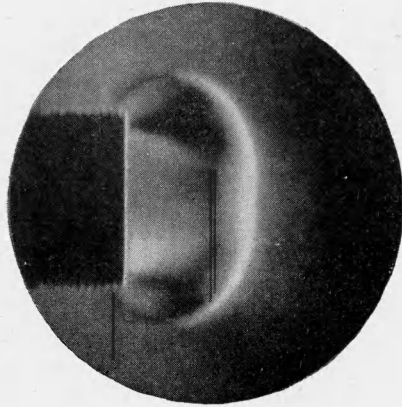
Разработанный аппарат (коэффициенты $\beta_{i,v}$ для $N = 5, 10, 25, 50$) позволяет при соответствующем выборе числа зон N , на которые разбивается сечение неоднородности, рассчитывать плотность в газовых потоках с ударной волной. Приведены результаты исследования потоков малой плотности за срезом ударной трубы.

1. Покажем, что метод [4] применим для случая разрыва плотности на границе неоднородности (ударная волна). Возможно непосредственное определение $\rho(r_0)$ — ρ_0 без предварительного определения $n^{-1}\Delta n$ в скачке уплотнения и перехода от полных углов отклонения ϵ^* , обусловленных градиентами показателя преломления внутри неоднородности и в ударной волне, к углам отклонения ϵ , обусловленным только градиентами показателя преломления внутри осесимметричной неоднородности.

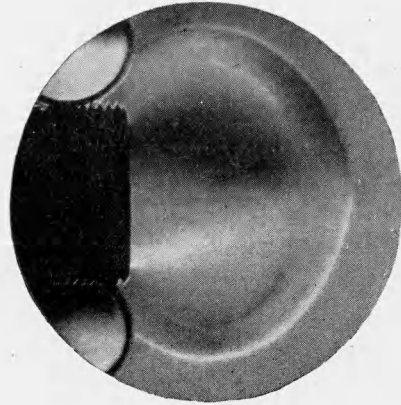
Как показали В. С. Татарейчик и М. М. Скотников, в случае неоднородности, ограниченной ударной волной, угол отклонения на тенеграмме $\varepsilon^*(r)$ равен сумме $\varepsilon(r) + \theta(r)$. Здесь $\theta(r)$ — угол отклонения за счет прохождения луча через фронт ударной волны

$$\theta(r) = 2 \frac{\Delta n}{n_0} \frac{r}{(1-r^2)^{1/2}} \quad (1.1)$$

Здесь $\Delta n/n_0$ — оптическая интенсивность скачка уплотнения на границе неоднородности, n_0 — значение показателя преломления до скачка.



Фиг. 1



Фиг. 2

Интеграл Абеля для случая теневых измерений можно записать в виде

$$\frac{\varepsilon^*(r_v)}{r_v} = 2 \int_{r_v}^1 \left(-\frac{1}{n_0} \frac{\partial n}{\partial r} \right) \frac{dr}{(r^2 - r_v^2)^{1/2}} + \frac{\theta(r_v)}{r_v} \quad (1.2)$$

Используя соотношение (1.1), из (1.2) получим выражение

$$[\rho(r_i) - \rho_0] = \frac{1}{k\pi} \int_{r_i}^1 \frac{\varepsilon^* dr}{(r^2 - r_i^2)^{1/2}} \quad (1.3)$$

Форма (1.3) инвариантна относительно скачка уплотнения. При наличии ударной волны изменяется лишь граничное условие, так как $\varepsilon^*(r) \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 1$. Поскольку (1.3) не содержит Δn , указанный способ выделения особенностей не требует предварительного определения Δn .

Были рассчитаны коэффициенты $\beta_{i,v}$, позволяющие по формуле

$$\rho(r_i) - \rho_0 = \frac{1}{k} \sum_{v=i}^{2N-1/2} \beta_{i,v} \varepsilon_v^* \quad (1.4)$$

($i = 2N - 2, 2N - 1$)

находить плотность в левой граничной точке последней зоны (полузона) для $N = 5, 10, 25, 50$.

Для определения плотности за ударной волной в точках $r_i < r_{2N-2}$ по значениям экспериментальной функции $\varepsilon^*(r)$ можно использовать таблицы коэффициентов $\beta_{i,v}$, полученные ранее [4] для $N = 5, 10, 25, 50$. Расчеты показали, что в основном все коэффициенты $\beta_{i,v}$ не изменяются при наличии ударной волны. Изменение заключается лишь в том, что для каждого i коэффициенты при $\varepsilon(0.98)$ заменяются новыми коэффициентами $\beta_{i, 2N-1/2}$ при $\varepsilon^*_{2N-1/2}$. Последние были рассчитаны для $N = 5, 10, 25, 50$.

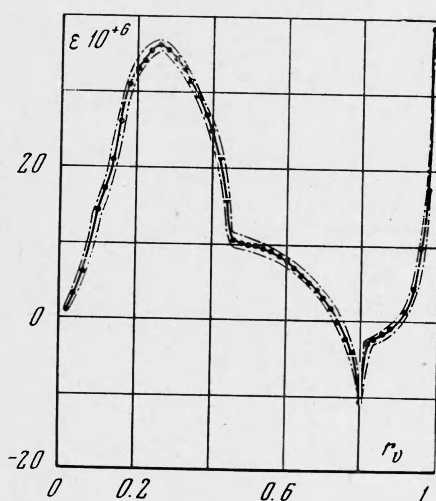
Разработанный аппарат был проверен на пробных распределениях. Задавалось: $-\partial n/\partial r = kr$, $\Delta n/n_0 = a$. Расчеты проводились для $k=0.2, 0.5, 1$; $a = 0.5$. Получены хорошие совпадения рассчитанных величин $n(r_i) - n_0$ с истинными значениями $n(r_i) - n_0$.

2. Предложенный метод был опробован при исследовании распространения ударной волны за срезом ударной трубы [5]. Применялся стандартный теневой прибор ИАБ-451. Для получения распределения углов отклонения использовались методы

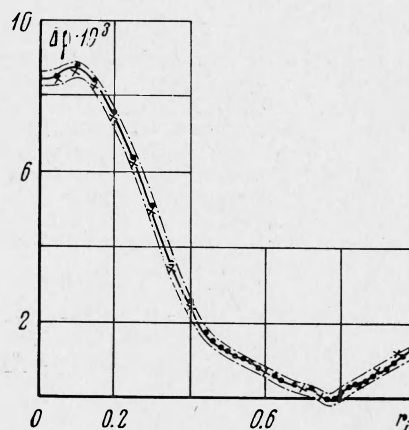
логарифмических диафрагм и эталонных линз [2,3]. Давление исследуемого газа составляло 5 мм рт. ст., скорость ударной волны перед срезом трубы $\bar{u} = 3670$ м/сек.

В первый момент (через 12 мксек после выхода ударной волны из трубы) фиксировалась ударная волна; за ударной волной регистрировался рабочий поток с четко видимой границей конуса Маха в центре потока (фиг. 1). При дальнейшем распространении ударной волны за срезом ударной трубы происходит дифракция ударной волны [6]: за первой прямой ударной волной в результате ее дифракции при расширении образуется вторичная ударная волна, и обе волны вместе с контактной поверхностью сносятся вниз по потоку. Картина такого течения (наличие обеих волн, структура потока за ними) хорошо видна на фиг. 2. Ниже приводятся результаты количественного исследования плотности для этого интересного случая. На фиг. 3 представлено распределение углов отклонения в вертикальном сечении фиг. 2, расположенном в 0.8 калибрах (по внутреннему диаметру трубы) от среза трубы. Ошибки в определении углов отклонения оценивались по результатам трех независимых фотометрирований почернений снимка в выбранном сечении и составляли $\sim 10^{-6}$ (см. полосу разброса на фиг. 3).

По усредненным значениям углов отклонения в выбранном сечении рассчитывалось $\rho - \rho_0$ при помощи коэффициентов $\hat{r}_{i,v}$ с разбиением радиуса неоднородности на 10, 25 и 50 зон. Отличие результатов расчетов с различным N находилось в пределах полосы разброса значений $\rho - \rho_0$, обусловленной погрешностью определения углов отклонения. Следует отметить, что наличие внутри неоднородности области достаточно высоких градиентов, обусловленных формированием второй волны, не вызывает необходимости привлечения специальных расчетных методик перехода через внутренний скачок углов отклонения. Использование схем расчета с $N = 10, 25$ и 50 практически приводит к одинаковому результату. Соответствующее распределение $\Delta\rho = [\rho(r_i) - \rho_0]$ представлено на фиг. 4.



Фиг. 3



Фиг. 4

Перепад плотности на границе неоднородности (в ударной волне) составляет 1.3×10^{-3} кг сек²/м⁴. Эта величина получилась меньше значения $\rho - \rho_0$, подсчитанного при условии возбуждения поступательных и вращательных степеней свободы [6]. Одной из причин уменьшения полученного перепада плотности может явиться существенное уменьшение скорости ударной волны при ее распространении за срезом трубы.

За ударной волной плотность уменьшается (формируется вторичная волна), достигая своего минимального значения в точке $r_i \approx 0.8$. Этому значению r_i соответствует максимум отрицательного угла отклонения (фиг. 3). Начиная с $r_i \approx 0.45$ происходит интенсивное увеличение плотности — образование границы конуса Маха. При $r < 0.2$ наблюдается область равномерного распределения плотности $\rho - \rho_0 = 8.4 \cdot 10^{-3}$ кг сек²/м⁴. Соответствующая оценка значения равновесной плотности дает несколько меньшее значение $\rho - \rho_0 = 7.5 \cdot 10^{-3}$ кг сек²/м⁴. Это может быть объяснено уменьшением температуры потока вследствие внезапного расширения ударной волны за срезом трубы при практически неизменном давлении в этой части потока.

Проведенные исследования показали, что при помощи описанной методики можно проводить определение плотности по данным теневых измерений по такой же простой расчетной схеме, как по данным интерферометрических измерений.

В заключение авторы считают приятным долгом поблагодарить Л. А. Васильева и С. С. Семенова за интерес к работе и обсуждения.

Поступила 25 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Scharadin П. Die Schlierenverfahren und ihre Anwendungen. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, 1942, № 20.
2. Максutow Д. Д. Теневой метод и его возможности. Оптико-механическая промышленность, 1941, № 5.
3. Васильев Л. А., Скотников М. М. Дифракционные явления при использовании теневого фотометрического метода ножа и щели. Докл. АН СССР, 1962, т. 143, № 3.
4. Емельянов В. А., Жаврид Г. П. Методы численного решения задач, возникающих при оптических исследованиях осесимметричных неоднородностей. Инж.-физ. ж., 1962, т. 4, № 4.
5. Васильев Л. А., Галанин А. Г., Ершов И. В., Сунцов Г. Н. Фотоэлектрический теневой метод исследования нестационарных процессов. Приборы и техника эксперимента, 1964, № 3.
6. Ударные трубы. Сб. статей под ред. Х. А. Рахматуллина, С. С. Семенова, М., Изд-во иностр. лит., 1965.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

И. В. Иоффе, А. И. Саев

(Ленинград)

В ряде работ указывалось, что наличие электрострикции и зависимость диэлектрической проницаемости ϵ от деформации приводит к изменению акустических свойств диэлектриков с большой диэлектрической проницаемостью во внешнем электрическом поле E_0 (см., например, [1,2]). В данной статье покажем, что внешнее электрическое поле влияет на поверхностные волны. Оказывается, что скорость распространения поверхностных волн существенным образом зависит от величины и направления электрического поля по отношению к поверхности среды и к направлению распространения волн. В достаточно сильных электрических полях определенного направления существование поверхностных волн может оказаться вообще невозможным.

Система, описывающая связанные колебания среды и поля состоит (для изотропной упругой среды) из уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \{ \epsilon_0 [\delta_{ik} - q_1 \delta_{ik} \operatorname{div} u - q_2 u_{ik}] E_k \} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + \mu) \nabla_i \operatorname{div} u + \mu \Delta u_i + \frac{\epsilon_0}{4\pi} [q_1 \nabla_i E^2 + q_2 (E \nabla) E_i + q_2 E_i \operatorname{div} E]$$

Здесь u_i — смещение, u_{ik} — тензор деформации, ρ — плотность, λ, μ — коэффициенты Ляме, $q_{1,2}$ — электрооптические коэффициенты, $\epsilon_0 = \epsilon$ при $u_{ik} = 0$.

Граничные условия при $Z = 0$ имеют вид

$$\sigma_{ik} n_k = \sigma_{ik}^0 n_k + \frac{\epsilon_0}{4\pi} [q_1 E^2 \delta_{ik} + q_2 E_i E_k] n_k = 0 \quad (2)$$

Здесь n_i — единичный вектор нормали к поверхности, σ_{ik}^0 — тензор напряжений при $E_0 = 0$. Тангенциальная составляющая E и нормальная составляющая вектора индукции непрерывны и $\operatorname{div} E = 0$ вне области с $\epsilon \gg 1$.

Полагая $u = u_l + u_t$, где индексы l, t обозначают величины, относящиеся к продольным и поперечным волнам соответственно, и учитывая, что для поверхностных волн все величины пропорциональны (см., например, [3]) $\exp(\kappa z - i\omega t + ikx)$ (для волны, распространяющейся в направлении x ; среда с $\epsilon \gg 1$ занимает область $Z < 0$) найдем из (1)

$$\kappa_l^2 = k^2 \frac{s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta_k}{s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta_x} - \frac{\omega^2}{s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta_x} \quad (3)$$

$$\kappa_t^2 = k^2 - \omega^2 [s_{0t}^2 + s_{Et}^2 \cos^2 \theta_u]^{-1} \quad (4)$$

$$s_{El}^2 = \frac{\epsilon_0 E_0^2 (q_1 + q^2)^2}{4\pi \rho}, \quad s_{Et}^2 = \frac{\epsilon_0 E_0^2 q_2^2}{8\pi \rho} \quad (5)$$