

**К РАСЧЕТУ ЭФФЕКТИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ТЕРМОДИФФУЗИИ НЕИДЕАЛЬНОЙ МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ***В. И. Кучеренко, Г. А. Павлов**(Москва)*

Знание переносных свойств равновесной плазмы, состоящей из смеси различных химических элементов, с температурой от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч градусов и концентрацией заряженных частиц 10^{18} — 10^{21} см⁻³ необходимо при проектировании газофазных ядерных реакторов, мощных МГД-генераторов, теплозащиты космических аппаратов. В указанной области параметров энергия взаимодействия заряженных частиц плазмы порядка тепловой энергии — плазма является неидеальной. Экспериментальные данные о переносных свойствах неидеальной плазмы весьма ограничены; вычисление строгих теоретических выражений для коэффициентов переноса равновесной плазмы возможно при условии слабого межчастичного взаимодействия, поэтому модельные подходы к определению кинетических коэффициентов неидеальной плазмы приобретают важную роль.

Газодинамические задачи, связанные с исследованием течений неидеальной плазмы в перечисленных устройствах, решают обычно в приближении локального химического равновесия, причем плазма предполагается квазинейтральной. В этом приближении целесообразно перейти от уравнений диффузии компонентов к уравнениям диффузии химических элементов, если число компонентов в плазме больше числа химических элементов. Массовые потоки химических элементов и «молекулярный» тепловой поток определяются с помощью введения эффективных коэффициентов переноса через градиенты температуры, долей химических элементов, электрическое поле в плазме (давление предполагается постоянным). Подчеркнем, что расчет коэффициентов переноса корректно отделяется от решения конкретной газодинамической задачи, что существенно упрощает ее постановку; необходимые переносные свойства плазмы компактно табулируются в зависимости от давления, температуры, долей химических элементов, образующих плазму. Полная система газодинамических уравнений, описывающая течение химически равновесной плазмы, обсуждается, например, в [1] (см. также [2]). В [2] эффективные коэффициенты переноса введены фактически в приближении «идеальной» плазмы.

Эффективные коэффициенты термодиффузии D_a^T , модельному расчету которых посвящена данная работа, являются важными характеристиками многоэлементной плазмы. Учет D_a^T при решении газодинамических задач позволяет исследовать степень разделения химических элементов в плазменном объеме при наличии градиента температуры [3], что необходимо для корректного расчета переноса излучения и определения конвективного теплового потока в плазме. Другим эффектом, связанным с D_a^T и характерным для сред с объемным тепловыделением, пропорциональным доле химического элемента (для плазмы газофазного ядерного реактора — доле урана), является возможная неустойчивость стационарного решения системы газодинамических уравнений с определенными граничными условиями. В упрощенном варианте для двухэлементной смеси, когда пренебрегается полями

в плазме, движением плазмы как целого, электрическим током, система состоит из уравнений диффузии химического элемента и энергии, при этом на границах задаются значения температуры и доли химического элемента. Можно показать в одномерном случае, что в линейном приближении «неустойчивость» профиля концентрации элемента имеет место при $D_a^T > 0$; в реальном, нелинейном случае, когда учитывается зависимость D_a^T от доли химического элемента и температуры, «неустойчивость», вероятно, представляет собой «переходы» между различными стационарными решениями, которые допускает постановка задачи. Естественно, что знак, величина и поведение D_a^T важны как для исследования «термодиффузионной неустойчивости», так и разделения химических элементов в плазменном объеме.

Для расчета многокомпонентных коэффициентов диффузии (МКД) и других переносных коэффициентов, через которые выражаются эффективные коэффициенты переноса (см. ниже), может быть использована модельная система классических кинетических уравнений; столкновительные интегралы при этом складываются из I_e^Y — упругого интеграла столкновений, характеризующего взаимодействие заряженных частиц, I_a^Y — упругого интеграла столкновений, описывающего столкновения нейтралов между собой и нейтралов с зарядами, и $I^{нч}$ — неупругого интеграла столкновений; I_e^Y может быть определен, если справедлив переход от описания плазмы с помощью уравнения Лиувилля к ее описанию через кинетическое уравнение, т. е. когда время, равное обратной плазменной частоте, меньше времени между упругими «столкновениями» заряженных частиц, другими словами, когда кулоновское взаимодействие в плазме мало по сравнению с тепловой энергией ее частиц. Трудность выбора I_e^Y связана с далекодействующим характером кулоновских сил; к заряженным частицам, вообще говоря, не применима гипотеза парных столкновений, поэтому I_e^Y правильнее выбирать в форме Фоккера — Планка, что можно обосновать, исходя из уравнения Лиувилля или с помощью «волновой» теории; I_e^Y Балеску — Ленарда, Кихара — Аоно приводятся к I_e^Y Фоккера — Планка, при этом расходимость на больших расстояниях естественным образом исчезает, но остается на малых расстояниях. С другой стороны, если выбирать I_e^Y в форме Больцмана, заменив кулоновский потенциал взаимодействия между заряженными частицами дебаевским, то результаты решения такого кинетического уравнения, например при вычислении электропроводности и вязкости, совпадут с результатами решения уравнения Фоккера — Планка [4]. Руководствуясь этим фактом и принимая во внимание то, что удобно одинаково определять I_e^Y и I_a^Y (последний имеет больцмановский вид), I_e^Y используем в больцмановской форме.

Предложено распространить I_e^Y в больцмановской форме на случай неидеальной плазмы, что является модельным предположением; при этом выражения для коэффициентов переноса не содержат нефизических расходимостей. Сравнение электропроводности неидеальной плазмы цезия, вычисленной с помощью определенного таким образом модельного кинетического уравнения, с известными экспериментальными данными показывает удовлетворительное согласие [5], т. е. неучтенные кулоновские эффекты дают, по-видимому, малый численный вклад в кинетические коэффициенты неидеальной плазмы. Следовательно, применение системы модельных кинетических уравнений для вычисления коэффициентов переноса неидеальной плазмы целесообразно.

Интеграл столкновений $I^{ну}$ включает в себя различные неупругие столкновения, сопровождающиеся химическими превращениями, перезарядкой, передачей возбуждения, возбуждением частиц плазмы и т. п.; эти процессы во многих случаях существенно влияют на функции распределения частиц плазмы [6].

Эффективные коэффициенты диффузии в приближении «идеальной» плазмы введены в [2]. Предложено учесть взаимодействие между частицами плазмы в термодинамических силах. Как известно, массовый поток компоненты i — \mathbf{J}_i есть [7]

$$(1) \quad \mathbf{J}_i = \frac{n^2}{\rho} m_i \sum_{j=1}^N m_j D_{ij} \mathbf{d}_j - D_i^T \nabla T, \\ \mathbf{d}_j = \frac{n_j m_j}{p} \nabla_T \mu_j - \frac{\rho_j}{p} \left(\mathbf{F}_j - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} \mathbf{F}_i \right).$$

Форма (1) для \mathbf{d}_j следует из термодинамики необратимых процессов и совпадает с формой, принятой в кинетической теории в приближении «идеальной» плазмы [7]. В (1) n — полная концентрация частиц плазмы; p — давление; T — температура; D_{ij} — МКД; m_i , n_i , μ_i — масса, концентрация и химический потенциал компоненты i ; $\rho_i = n_i m_i$, $\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i$;

N — число компонентов в плазме; D_i^T — коэффициент термодиффузии; \mathbf{F}_i — сила, действующая на единицу массы компоненты i ;

$$(2) \quad \mu_i = \frac{kT}{m_i} \ln n_i + \chi_i(T) + \Delta\mu_i,$$

где k — постоянная Больцмана; величина $\chi_i(T)$ связана со статсуммой компоненты i [7]; $\Delta\mu_i$ — вклад в μ_i из-за взаимодействия. В приближении локального химического равновесия имеет место зависимость

$$(3) \quad n_i = n_i(p, T, c_1, \dots, c_{N_a-1}),$$

где N_a — число химических элементов, образующих плазму; $c_a =$

$= \sum_{k=1}^N u_{ka} m_a \nu_k \left| \sum_{k=1}^N \sum_{a=1}^{N_a} u_{ka} m_a n_k \right.$ — массовая доля химического элемента a ;

u_{ia} — число атомов элемента a в компоненте i . Из (1)–(3) можно полу-

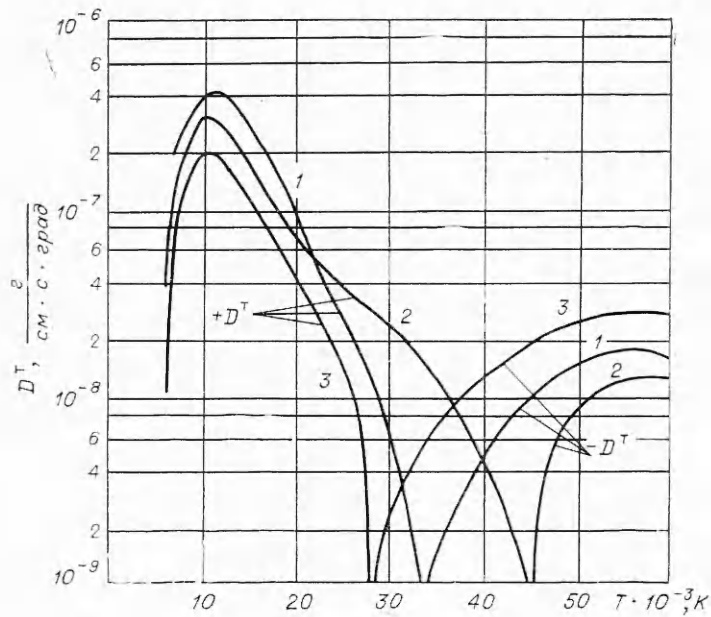
чить выражения для массового потока химического элемента \mathbf{J}_a ($\mathbf{J}_a = \sum_{k=1}^N u_{ka} m_a \mathbf{J}_k / m_k$) и эффективных коэффициентов диффузии

$$(4) \quad \mathbf{J}_a = \sum_{a=1}^{N_a-1} D_{ab} \nabla c_b + D_a^T \nabla T - D_a^E \mathbf{E}, \\ D_{ab} = \sum_{i,j=1}^N u_{ia} m_a \frac{n^2}{\rho p} m_j^2 D_{ij} n_j \left[\frac{kT}{n_j m_j} \left(\frac{\partial n_j}{\partial c_b} \right)_{p,T,c_a \neq c_b} + \right. \\ \left. + \sum_f \left(\frac{\partial \Delta \mu_j}{\partial n_f} \right)_T \left(\frac{\partial n_f}{\partial c_b} \right)_{p,T,c_a \neq c_b} \right],$$

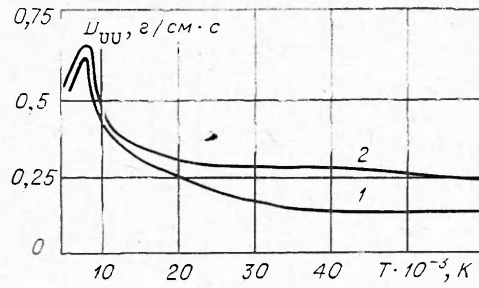
$$D_a^T = \sum_{i,j=1}^N u_{ia} m_a \left\{ \frac{n^2}{\rho p} m_j^2 D_{ij} n_j \left[\frac{kT}{n_j m_j} \left(\frac{\partial n_j}{\partial T} \right)_{p, \{c_a\}} + \sum_f \left(\frac{\partial \Delta \mu_j}{\partial n_f} \right)_T \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{\partial n_f}{\partial T} \right)_{p, \{c_a\}} \right] - \frac{D_i^T}{m_i} \right\}, \\ D_a^E = \frac{n^2}{\rho p} \sum_{i,j=1}^N m_a u_{ia} m_j D_{ij} n_j z_j e.$$

Индекс f в (4) означает, что f -я компонента входит в $\Delta \mu_j$. При получении формул (4) пренебрегалось членом $\sim \sum_{i=1}^N \rho_i \mathbf{F}_i / \rho$ в \mathbf{d}_j (см. (1)), так как плазма предполагается квазинейтральной. Выражения (4) для D_{ab} и D_a^T отличаются от выражений, приведенных в [2] для этих коэффициентов, наличием членов $\sim (\partial \Delta \mu_j / \partial n_f)_T$, обусловленных взаимодействием частиц плазмы. При вычислении эффективных коэффициентов переноса учитывалось лишь кулоновское взаимодействие частиц плазмы; взаимодействия заряд — нейтрал и нейтрал — нейтрал, как показывают оценки, несущественны в рассматриваемых условиях.

Рассчитаны эффективные коэффициенты термодиффузии (фиг. 1) и диффузии (фиг. 2) плазмы смеси калия с ураном в условиях, реализующихся в газофазном ядерном реакторе ($p = 500$ атм, 90% U), и эффективный коэффициент термодиффузии (фиг. 3) плазмы смеси гелия с водородом при параметрах, соответствующих входу космических аппаратов в атмосферу Юпитера ($p = 100$ атм, 20% H₂). Вычисления проведены по формулам (4) (кривые 1 на фиг. 1—3), т. е. по сравнению с [2] учитывается \bar{D}_i^T и поправка на взаимодействие в термодинамических силах (кривые 2 на фиг. 1—3). В качестве иллюстрации на фиг. 1, 3 приведены



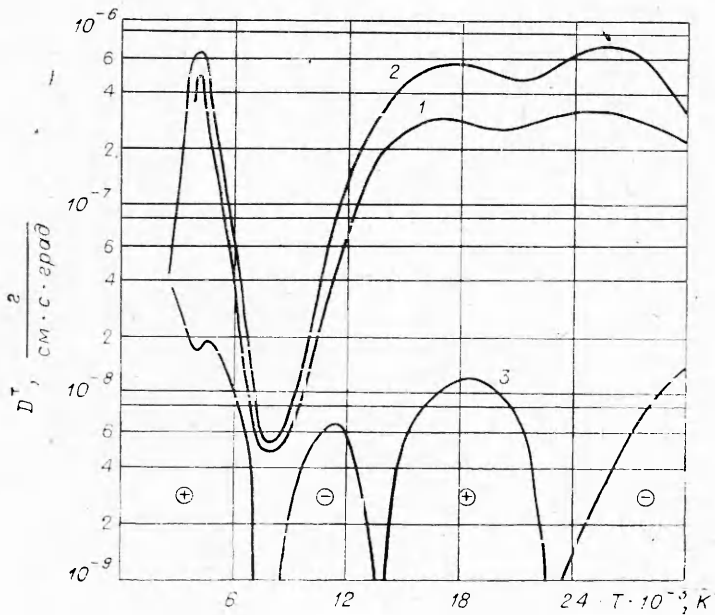
Фиг. 1



Фиг. 2

кривые для обычного значения коэффициента термодиффузии $D_{a3}^T = \sum_{i=1}^N u_{ia} m_a D_i^T / m_i$.

В модельной системе уравнений относительно анизотропных частей функций распределения частиц плазмы φ_i , через которые определяются коэффициенты переноса, пренебрегалось всеми неупругими процессами, кроме перезарядки атома на своем ионе; предполагалось также, что сечения столкновений возбужденных частиц равны сечениям столкновений частиц в основном состоянии. Эти упрощения, вызванные скудностью информации о неупругих процессах и существенным усложнением выражений для коэффициентов переноса при их учете, позволяют проводить разложение φ_i по полиномам Сонина и стандартно находить D_{ij} и D_i^T [7]. Вычисление D_{ij} и D_i^T проводилось соответственно в первом и втором приближении по полиномам Сонина; увеличение числа полиномов нецелесообразно из-за перечисленных упрощений и значительной неопределенности в сечениях столкновений частиц плазмы смесей, рассматриваемых в работе.



Фиг. 3

Состав плазмы смесей $\text{He} + \text{H}_2$, $\text{K} + \text{U}$ и $\Delta\mu_i$, необходимый для вычисления D_{ab} и D_a^T , рассчитывался по методике, описанной в [8], статистическая сумма атомов и ионов ограничивалась на kT . Производные от n_i , n_f (см. (4)) вычислялись на ЭВМ.

В плазме смеси урана с калием для температур 5000—60 000 К учитывалось двенадцать компонентов e , K , K^- , K^+ , K_2^+ , K_2 , K^{2+} , U , U^+ , U^{2+} , U^{3+} , U^{4+} . Статистические суммы атомов и ионов U вычислялись по данным [9], молекул, атомов и ионов K — [10]. Взаимодействие нейтральных компонентов плазмы смеси $\text{K} + \text{U}$ в основном состоянии учитывалось, согласно [11]; взаимодействие заряженных частиц с нейтральными полагалось поляризационным; поляризуемости K_2 , K приведены в [12], U — в [13]; перезарядка атома калия на своем ионе рассмотрена в [14]. Потенциалы взаимодействия и расчет состава плазмы смеси гелия с водородом в интервале температур 3000—30 000 К обсуждаются в [2].

Учет поправки на взаимодействие в термодинамических силах при вычислении эффективных коэффициентов диффузии существенно меняет величину и поведение D_{U}^T и D_{UU} (см. фиг. 1,2); дебаевский параметр неидеальности γ для плазмы смеси $\text{K} + \text{U}$ находится в пределах 1—3. Влияние $(\partial\Delta\mu_i/\partial n_f)_T$ для плазмы $\text{He} + \text{H}_2$ менее заметно, так как в этом случае $\gamma \sim 0,1-0,2$. Вклад D_{a3}^T в D_{U}^T , D_{He}^T также заметен (см. фиг. 1,3); для обеих смесей D_{a3}^T знакопеременен. Подчеркнем, что $T \cdot D_{\text{U}}^T \sim D_{\text{UU}}$; $D_{\text{He}}^T > 0$; D_{U}^T знакопеременен в рассматриваемом диапазоне параметров; $D_{\text{U}}^T, D_{\text{He}}^T$ имеют пики, соответствующие диссоциации и ионизации компонентов плазмы. В смеси $\text{K} + \text{U}$ может происходить конденсация урана для достаточно низких температур, в этом случае расчетные значения D_{ab} , D_a^T следует относить к газовой фазе.

Поступила 4 VIII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Иевлев В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М., «Наука», 1975.
2. Павлов Г. А., Сон Э. Е. Диффузия в многокомпонентных смесях газов в модели локального термодинамического равновесия. — ПМТФ, 1975, № 4. Кучеренко В. И., Павлов Г. А., Сон Э. Е. Эффективные коэффициенты переноса в плазме в приближении локального термодинамического равновесия. — ТВТ, 1976, № 5.
3. Анфимов Н. А. О некоторых эффектах, связанных с многокомпонентным характером газовых смесей. — «Изв. АН СССР. Механика и машиностроение», 1963, № 5.
4. Шкаровский И., Джонсон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. М., Атомиздат, 1969. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М., «Наука», 1975.
5. Павлов Г. А., Кучеренко В. И. О влиянии возбужденных атомов на проводимость плотной плазмы паров щелочных металлов. — ТВТ, 1977, № 2.
6. Герасимов Г. Я. Явления переноса в частично-ионизованном газе с учетом реакции ионизации. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 3.
7. Гиршфельдер Г., Кертисс К., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., «Мир», 1961.
8. Грязнов В. К., Иосилевский И. Л. Некоторые вопросы термодинамического расчета многокомпонентной неидеальной плазмы. — В кн.: Теплофизические свойства низкотемпературной плазмы. М., «Наука», 1976.
9. Gurvich L. V., Ungman V. S. — In: Thermodynamic II IAEA, 1966 (Proc. Symp. 1965 Vienna).
10. Gerzberg G. Molecular spectra and molecular structure. Vol. 1. N. Y., 1950. Гурвич Л. В. и др. Теплофизические свойства индивидуальных веществ. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1962.
11. Abrahamson A. A. Born — Mayer-type interatomic potential for neutral ground-state atoms with $z = 2$ to $z = 105$. — «Phys. Rev.», 1969, vol. 178, N 1.

12. Смирнов Б. М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М. Атомиздат, 1968.
13. Кудрин Л. П., Дозоров А. А. Об эффекте Рамзауэра на атомах урана. — «Атомная энергия», 1969, т. 27, № 1.
14. Davies R. H., Mason E. A., Munn R. J. High-temperature transport properties of alkali metal vapor. — «Phys. Fluids», 1965, vol. 8, N 3.

УДК 537.525

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В ДВУМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Г. Г. Гладуш, А. А. Самохин

(Москва)

Известно, что пробой в газах осуществляется в основном двумя способами: диффузно (таунсендовский пробой) и путем образования узкого токового канала (стримерный пробой). Надежных критериев реализации того или иного механизма в настоящее время нет. Этот вопрос остается также открытым для области давлений $p < 10$ мм рт. ст. [1]. Даже при специальной предьонизации не всегда удается избежать стримерной стадии пробоя. По-видимому, основная причина стримерного пробоя связана с увеличением напряженности электрического поля около локализованных зон повышенной проводимости [2]. В работе [3] показана эффективность использования численных методов для исследования осесимметричного катодно-направленного стримера между двумя плоскими электродами в азоте.

В данной работе излагаются результаты расчета, предпринятого с целью выявить возможный механизм шнурования разряда на ранней стадии зажигания для геометрии пластинчатый электрод — плоскость, наиболее благоприятствующей возникновению анодно-ориентированного стримера. Явление исследовалось в рамках нестационарной системы из трех уравнений, учитывающих процессы ионизации и рекомбинации в балансе заряженных частиц и влияние объемного заряда на распределение электрического поля [4]. Диффузия не учитывалась, что также благоприятствует реализации стримерного пробоя.

Относительно концентрации электронов n_e , концентрации ионов n_i и потенциала электрического поля φ имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \partial n_e / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{j}_e &= \alpha j_e - \beta n_e n_i, \quad \mathbf{j}_e = \mu_e n_e \nabla \varphi, \\ \partial n_i / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{j}_i &= \alpha j_i - \beta n_e n_i, \quad \mathbf{j}_i = -\mu_i n_i \nabla \varphi, \\ -\Delta \varphi &= 4\pi e(n_i - n_e), \end{aligned}$$

где α — первый коэффициент Таунсенда; β — коэффициент рекомбинации; μ_e, μ_i — коэффициенты подвижностей электронной и ионной компоненты; e — заряд электрона ($e > 0$).

Краевые условия, накладываемые на концентрацию электронов на катоде и на концентрацию ионов на аноде, соответствуют выбиванию электронов из катода потоком ионов (γ -процесс) и отсутствию ионов на аноде:

$$j_e|_k = \gamma j_i|_k, \quad j_i|_a = 0.$$

Между катодом и анодом поддерживается заданная разность потенциалов U . На остальной диэлектрической границе разрядной камеры нормальная компонента электрического поля полагается равной нулю, так как характерное время физических процессов (максвелловское время) меньше