

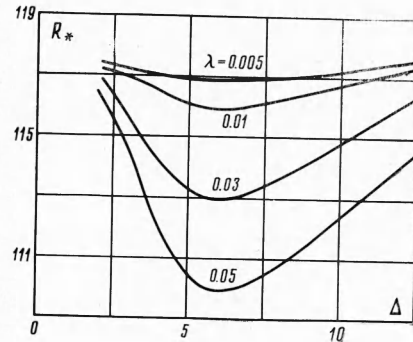
В данной работе собственные значения определялись численно конечно-разностным методом. Так как минимизируется R , представляют интерес только самые малые собственные значения. Искомое значение R_* для каждого момента времени будет наименьшим из чисел R по всему спектру γ .

Перебирая эти наименьшие значения чисел R_* для различных моментов времени (в рассматриваемой задаче — в пределах одного периода), находим нижнюю границу R_* .

Обратим внимание на недостаток примененного метода, отмеченный в использованной здесь работе [4]: нельзя гарантировать, что найденные таким путем характеристики течения, в частности, числа R , будут удовлетворять уравнениям Навье — Стокса непрерывно во времени. Ведь, строго говоря, скорости удовлетворяют только интегральному уравнению энергии возмущения и уравнению неразрывности.

Анализ влияния частоты ω на значение критического числа Рейнольдса R_* показал, что наименьшее значение этого числа имеет практически при одной и той же (независимо от значения амплитуды колебаний) величине безразмерного параметра $\Delta = \delta \sqrt{\omega/2\nu}$ (фиг. 9).

Автор благодарит О. Ф. Васильева за постановку задачи и за помощь при подготовке работы к печати и В. Г. Судобичера за ценные советы.



Фиг. 9

Поступила 22 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Kestin J., Maeder P. F., Wang H. E. On boundary layers associated with oscillating streams. Appl. Scient. Res., 1964, Ser. A, vol. 10, No. 1.
2. Hill P. G., Stenning A. H. Laminar boundary layers in oscillatory flow. Trans. ASME, 1960, ser. D, vol. 82, No. 3.
3. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М., Физматгиз, 1962.
4. Conrad P. W., Criminale W. O., Jr. The stability of time-dependent laminar flow: parallel flows. Z. angewandte Math. and Phys., 1965, vol. 16, No 2.

ДЛИНА НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ В УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВЕННОЙ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ

А. И. Леонтьев, Б. П. Миронов, А. В. Фафурин

(Новосибирск)

Приводятся теоретические и экспериментальные данные по определению длины начального участка трубы. Опыты проведены при изменении энтальпийного фактора от 0.08 до 0.8 и числе Рейнольдса от $6.9 \cdot 10^3$ до $2.4 \cdot 10^5$.

Исследованию процессов турбулентного теплообмена и трения в начальном участке трубы посвящено достаточно большое количество теоретических и экспериментальных работ [1-3].

Теоретическое исследование [1] показало, что для турбулентного течения в трубах с плавным входом, длина начального участка определяется уравнением

$$X_{н1} = 0.693R_0^{0.25}$$

В работе [2] на основе численного решения уравнения пограничного слоя дается аппроксимационная формула для длины начального участка

$$X_{н2} = 4.63R_0^{0.12}$$

Авторы работы [3], приняв скорость в потенциальном ядре по длине начального участка постоянной для случаев $T_w = \text{const}$ и $q_w = \text{const}$, получили соответственно следующие уравнения:

$$X_n = \frac{1}{A(m+1)} \left[\frac{3}{8} \frac{n}{2n+1} \right]^{m+1} R_0^m$$

$$X_n = \frac{1}{A} \left[\frac{3}{8} \frac{n}{2n+1} \right]^{m+1}, \quad X = \frac{x}{D}$$

$$R_0 = \frac{\rho_0 w_0 D}{\mu_0}, \quad \frac{cf_0}{2} = A(\bar{n}^{m+1})^{-m}, \quad \frac{cf_0}{2} = \frac{\tau_{w0}}{\rho_0 w_0^2}$$

В вышеприведенных уравнениях приняты обозначения: x, D — соответственно длина и диаметр трубы, ρ — плотность, w — скорость, μ — вязкость, T — температура, q — удельный тепловой поток, τ — касательное напряжение, δ^{++} — толщина потери импульса, n — показатель степени в законе распределения скорости в пограничном слое; индексы: w — параметры на стенке, 0 — параметры в ядре потока, n — параметры на границе начального участка.

В экспериментальных работах [4,5] (таблица) длина начального участка определялась по изменению локального числа Нуссельта Nu и локального коэффициента теплоотдачи. Сечение трубы, где эти данные превышали значение их при асимптоте на определенную величину (5 или 1%), принималось за начало стабилизированного участка. Такая методика не может дать удовлетворительных результатов, так как она не учитывает особенностей в начальном участке, которые заключаются в том, что вследствие нарастания толщины пограничного слоя и увеличения скорости в ядре потока, коэффициент теплоотдачи сначала уменьшается, а затем вновь возрастает [4,6].

Жидкость	Диапазон чисел R	X_n	Метод	Условия опыта	Источник
Вода	$1.7 \cdot 10^4 - 9 \cdot 10^4$	10—15	A_1	$q_w = \text{const}$	[4]
Воздух	$2.7 \cdot 10^4$	12	A_1	$T_w = \text{const}$	[4]
Воздух, углекислый газ	$5 \cdot 10^4 - 2.5 \cdot 10^5$	11—27	A_1	$q_w = \text{const}$	[5]
Вода	$10^4 - 10^6$	40—20	A_1	$T_w = \text{const}$	[8]
Вода	$4.9 \cdot 10^4 - 6.5 \cdot 10^4$	14—20	A_2		[6] *
Воздух	$3 \cdot 10^3 - 4.2 \cdot 10^3$	16—17	A_3		[7] **
Воздух	$6.9 \cdot 10^3 - 2.4 \cdot 10^5$	7.9—22	A_4	$T_w = \text{const}$	***

* Определялась длина гидродинамической стабилизации. Данные взяты из обработки графика фиг. 7 «по 5%».

** Определялись длины тепловой и гидродинамической стабилизации.

*** Авторы.

Методы определения: A_1 — по изменению локального коэффициента теплообмена, A_2 — по изменению локального градиента давления, A_3 — по результатам сравнения энтальпии торможения и скорости, вычисленных для начального и основного участков, A_4 — по изменению энтальпии на оси трубы.

Значения X_{n2} полученные в работе [7] путем сравнения энтальпии торможения и скорости на оси в начальном и основном участках, по-видимому, являются завышенными по сравнению с остальными данными, приведенными в таблице.

Из таблицы следует, что даже для случая квазиизотермического течения между данными различных исследований имеются большие расхождения. В частности, из работы [8] следует вывод о том, что длина начального участка уменьшается с ростом критерия Рейнольдса, что противоречит результатам работ [1-7]. Практически не исследован вопрос о влиянии интенсивного охлаждения стенки на длину участка тепловой стабилизации.

Ниже приводятся результаты теоретического и экспериментального определения длины участка тепловой стабилизации в условиях существенной неизотермичности при дозвуковых скоростях течения газа.

Для начального участка в дозвуковом течении при $h_w = \text{const}$, $\psi_n = \text{const}$ совместное решение уравнения импульсов

$$\frac{dR^{++}}{dX} + \frac{R^{++}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} (1 + H) R_1 \Psi \frac{cf_0}{2}$$

уравнения сплошности

$$R^{++} = \frac{R_1(W_0 - 1)}{4H} \quad (1)$$

и закона трения $1/2cf_0 = 0.0128 R^{**m}$ дает [9]

$$\left[\frac{5}{4}(1+H)+1 \right] \left[4(W_0-1)^{0.25} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{(W_0-1)^{0.5} + \sqrt{2}(W_0-1)^{0.25} + 1}{(W_0-1)^{0.5} - \sqrt{2}(W_0-1)^{0.25} + 1} - \sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}(W_0-1)^{0.25}}{1-(W_0-1)^{0.5}} \right] - (1+H) \frac{(W_0-1)^{1.25}}{W_0} = \Psi \frac{0.0725H^{1.25}}{R_1^{0.25}} X \quad (2)$$

$$R^{++} = \frac{\rho_0 w_0 \delta^{++}}{\mu_w}, \quad H = \frac{\delta^+}{\delta^{++}}, \quad R_1 = \frac{\rho_{01} w_{01} D}{\mu_w}$$

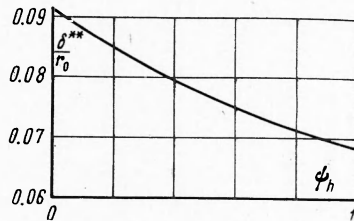
$$\Psi = \frac{cf}{cf_0}, \quad W_0 = \frac{w_0}{w_{01}}, \quad \Psi_h = \frac{h_w}{h_0}$$

Здесь и далее δ^+ — толщина вытеснения, h — энтальпия газа, H_0 — формпараметр в изотермических условиях при безградиентном течении, т. е. $dP/dx = 0$, индексы 1 — параметры на входе в трубу, h — параметры при данном энтальпийном факторе. Остальные обозначения прежние.

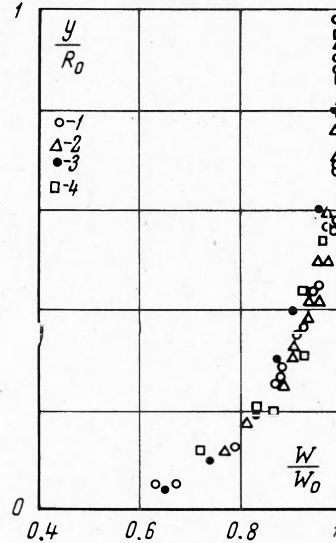
В конце начального участка толщина пограничного слоя становится равной радиусу трубы (r_0). Тогда из уравнения (1) следует (при $\rho_0 \approx \rho_{01}$)

$$W_{0H} = \left(1 - 2 \frac{\delta^{++}}{r_0} H \right)^{-1} \quad (3)$$

где W_{0H} — значение относительной скорости W_0 в конце начального участка.



Фиг. 1



Фиг. 2

Значение δ^{++}/r_0 может быть найдено в зависимости от величины Ψ_h , предполагая подобие полей скоростей и полных энтальпий

$$\frac{w}{w_0} = \frac{h - h_w}{h_0 - h_w}$$

согласно [9] для дозвукового течения газа

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \Psi_h - (\Psi_h - 1) \frac{w}{w_0}$$

На фиг. 1 дана зависимость $\delta^{++}/r_0 = f(\Psi_h)$ для $w/w_0 = \xi^{1/2}$.

На фиг. 2 представлены результаты измерения профиля скоростей на срезе трубы при различной неизотермичности. Скорости измерялись методом трассирования потока мелкими частицами алюминиевой пудры [10]. Точки 1 — измерения трубкой Пито, точки 2 — измерения методом трассирования, точки 3 — данные Никурадзе [11] при $R_0 = 1.1 \cdot 10^5$ — соответствуют $\Psi_h = 1$. Точки 4, измеренные методом трассирования, соответствуют $\Psi_h = 0.2$. Как видно из графика неизотермичность не оказывает заметного влияния на турбулентную часть профиля скорости. Аналогичный результат получен в работе [7].

Согласно [12]

$$\Psi = \left(\frac{2}{\sqrt{\Psi_h + 1}} \right)^2, \quad \text{если} \quad c f_0 = f \left(\frac{w_0 \rho_0 \delta^{++}}{\mu_w} \right) \quad (4)$$

Формпараметр H для дозвукового течения, полагая $R^{++} \approx R_h^{++}$ с достаточной точностью может быть вычислен как [9]

$$H = H_0 \Psi_h, \quad H_0 = 1.347 \quad (5)$$

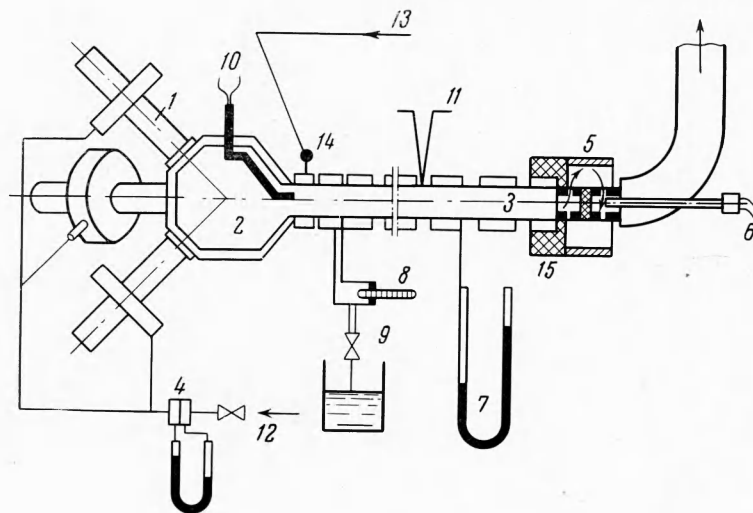
Совместное решение (2) — (5) дает искомую зависимость

$$\frac{X_H}{R_1^{0.25}} = f(\Psi_h)$$

которая может быть аппроксимирована формулой

$$\frac{X_H}{R_0^{0.25}} = \frac{0.8 \Psi_h + 0.55}{\Psi_h^{0.25 k}}, \quad R_0 = \frac{4G}{\pi D \mu_0} \quad \text{длина} \quad \frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^k \quad (6)$$

Для проверки этих результатов была проведена экспериментальная работа. Схема опытной установки представлена на фиг. 3, на которой: 1 — плазматрон, 2 — камера смешения, 3 — опытный участок, 4 — мерная шайба, 5 — смеситель, 6, 10 — термометра, 7 — замер статического давления, 8 — температура воды на выходе из калориметра, 9 — мерный сосуд, 11 — температура стенки, 12 — подвод воздуха, 13 — вход охлаждающей воды, 14 — температура воды на входе, 15 — тепловая изоляция.



Фиг. 3

Подогрев воздуха осуществлялся при помощи трех плазматронов постоянного тока, охлаждаемых водой, с вихревой и магнитной круткой дуги. Регулировка мощности осуществлялась количеством работающих плазматронов и секционными реостатами сопротивления в цепи переменного тока. Нагретый воздух из плазматронов поступал в общую камеру смешения, охлаждаемую водой. Как показали измерения на холодном воздухе, профиль скоростей на выходе из камеры был достаточно равномерным. Это объясняется большой конфузурностью камеры смешения (100 : 1) и тем, что встреча осей закрученных струй из плазматронов происходила в одной точке.

Опытный участок представлял собой сплошную медную трубу с внутренним диаметром 18.5 мм и толщиной стенки 1.5 мм. Снаружи трубы отдельными секциями была навита и припаяна припоем ПС-72 медная труба 5·0.5 мм, которая образовывала 14 калориметров различной длины ($X = 0.865, 1.73, 2.65, 3.84, 5.46, 8.11, 11.62, 15.62, 20.11, 25.62, 31.56, 37.84, 44.49, 51.24$; X — длина, отсчитываемая от начала трубы). Калориметры охлаждались водой из бака с постоянным уровнем, расход ее измерялся объемным способом, температура — ртутными термометрами с ценой деления 0.5°C при $\Delta t = 30^\circ \text{C}$. Температура стенки трубы измерялась хромель-копелевыми термопарами диаметром 0.1 мм, зачеканенными в промежутках между секциями. В этих сечениях осуществлялся отбор статических давлений.

Расход рабочего воздуха измерялся мерными шайбами. Средняя температура воздуха измерялась на выходе из рабочего участка платино-платинородиевой термопарой при помощи фарфорового смесителя, являвшегося одновременно тепловым экраном для термопары.

Энтальпия на входе в трубу определялась расчетным путем по известным температуре воздуха на выходе и общему теплосъему с опытного участка. Эта методика была экспериментально проверена во всех опытах, когда температура на входе T_{01} была меньше 1600°C . Измеренные и рассчитанные значения температуры T_{01} практически всегда совпадали. Это давало также некоторое основание считать профиль температуры на входе в трубу достаточно равномерным.

Предварительная тарировка тепловых потерь показала, что они составляют меньше 1%.

Опыты проводились только при стационарных режимах, колебание напряжения на плазмотроне при этом не превышало $\pm 1\%$. Опыты проводились в диапазоне изменения

$$\psi_h = 0.8 - 0.08,$$

$$R_0 = 6.9 \cdot 10^3 - 2.4 \cdot 10^5$$

Длина начального теплового участка определялась следующим образом.

Уравнение баланса энергии для отрезка трубы длиной x можно представить в виде

$$\rho_{01} w_{01} h_{01} r_0^2 = 2 \int_0^x q_w r_0 dx + \int_0^{r_0} 2\rho_w h r dr \quad (7)$$

Принимая $\delta_h^{++} = \delta^{++}$ (δ_h^{++} — толщина потери энергии) и полагая для основного участка трубы равенство

$$\rho_0 w_0 = \frac{\rho_{01} w_{01}}{1 - 2H\delta^{++}/r_0}$$

из (7) с учетом (5) получаем

$$\frac{h_{01} - h_{wi}}{h_0 - h_{wi}} = \frac{1 - W}{1 - S} \quad (8)$$

Здесь

$$N = \frac{1}{r_0 / 2\delta^{++} - H_0 \psi_h}, \quad S = \frac{1}{G (h_{01} - h_{wi})} \sum_1^n Q_{wi}$$

Q_{wi} — количество тепла воспринятого i калориметром, G — расход газа через трубу.

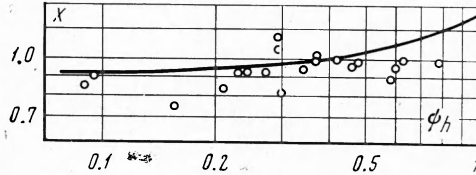
В конце начального участка, очевидно, должно соблюдаться условие

$$\frac{h_{01} - h_{wi}}{h_0 - h_{wi}} = 1$$

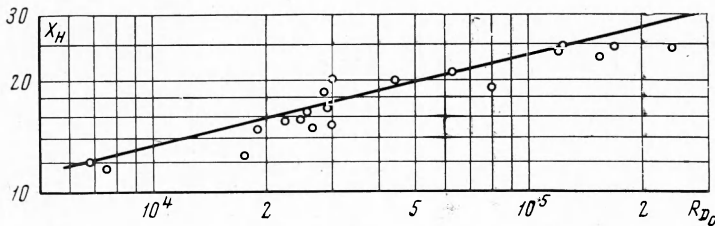
В этом случае из (8) следует

$$N = S \quad (9)$$

Расчет производился на электронно-вычислительной машине М-20. Сечение трубы, для которого выполнялось равенство (9) с точностью $\pm 1\%$, принималось за конец начального теплового участка. Расчет осуществлялся по кривой $q_{wi} = f(X)$, найденной как среднеквадратичная от опытных значений q_{wi} от конца трубы к ее началу. Величина δ^{++}/r_0 находилась по зависимости фиг. 1.



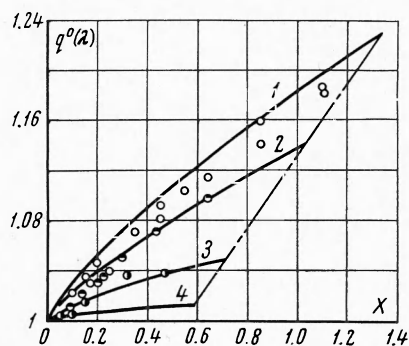
Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 4 представлены опытные значения $X_n/R_0^{0.25}$ в зависимости от энthalпийного фактора для $k=0.64$. Представленная на этом графике кривая, соответствующая теоретическому решению (уравнение (6)), находится в удовлетворительном соответствии с результатами опытов.

На фиг. 5 эти опытные данные приведены к квазизотермическим условиям по (6) и представлены в виде зависимости $X_n = f(R_0)$. Сплошная линия на этом графике соответствует уравнению (6) при $\psi_n = 1$



Фиг. 6

$$X_H = 1.35R_0^{0.25}$$

На фиг. 6 показано изменение в начальном участке относительной скорости, найденной теоретически по уравнению (2) для значений ψ_n ; на фигуре кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям $\psi_n=1.0, 0.6, 0.2, 0.044$.

Приведенные на этом же графике результаты измерения скорости удовлетворительно согласуются с теорией.

На основании проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

1. Длина начального участка при течении газа существенно возрастает с ростом критерия Рейнольдса на входе в трубу и достаточно удовлетворительно определяется уравнением (6).
2. Охлаждение трубы оказывает относительно меньшее влияние на длину начального участка.

В диапазоне ψ_n от 1 до 0.08 длина начального участка уменьшается всего на 30%.

Поступила 15 I 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Latzk H. Der Wärmeübergang an einen turbulenten Flüssigkeitsoder Gasstrom. ZAMM, 1921, No. 1, s. 208—290.
2. Сумо М., Лорез С., Ринчере Г. С. Termotecnica, 1965, t. 19, No. 4.
3. Романенко П. Н., Крылова Н. В. Исследование влияния условий входа на теплообмен в начальном участке трубы. Инж.-физ. ж., 1964, № 4.
4. Hartnett J. P. Experimental determination of the thermal entrance length for the flow of water and oil in circular pipes. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 8.
5. Wolf H., Lehman G. H. The determination of thermal entrance lengths for gases in turbulent flow in smooth round ducts. Jet Propulsion, 1957, vol. 27, No. 8, pt. 1.
6. Olson R. M., Sparrow E. M. Measurements of turbulent flow development in tubes and annuli with square or rounded entrances. A. I. Ch. E. Journal, 1963, vol. 9, No. 6.
7. Белянин Н. М. Экспериментальное исследование трения и теплообмена при течении газа в трубе. ПМТФ, 1964, № 4.
8. Аладьев И. Т. Экспериментальное определение локальных и средних коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в трубах. Изв. АН СССР, ОТН, 1951, № 11.
9. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962.
10. Трохан А. М., Кузнецов И. Л., Баранова Г. Р., Игнатенко Ю. В. Фотоэлектрический метод измерения турбулентности высокотемпературных потоков. Физика горения и взрыва, 1966, № 1.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
12. Леонтьев А. И., Мионов Б. П. Распространение предельных относительных законов трения и теплообмена на неизотермическое течение газа с конечными числами Рейнольдса. ПМТФ, 1965, № 5.