ционных зародышей методами оптической и электронной микроскопии. Представленные в [7] данные наглядно иллюстрируют процесс растворения меньшего и рост большего из двух, оказавшихся на близком расстоянии пузырьков.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Флинн Г.** Физика акустической кавитации в жидкостях // Физическая акустика/Под ред. У. Мэзона: Пер. с англ./Под ред. Л. Д. Розенберга.— М.: Мир, 1967.— Т. 1, ч. Б.
2. **Hsieh D. Y., Plesset M.** Theory of rectified diffusion of mass into gas bubbles // JASA.— 1961.— V. 33, N 2.
3. **Crum L. A., Hansen G. M.** Generalized equations for rectified diffusion // JASA.— 1982.— V. 72, N 5.
4. **Лифшиц И. М., Слезов В. В.** О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов // ЖЭТФ.— 1958.— Т. 35, вып. 2.
5. **Лифшиц Е. М., Питаевский Л. Д.** Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.
6. **Crum L. A.** Nucleation and stabilization of microbubbles in liquids // Appl. Scient. Res.— 1982.— V. 38.— P. 101.
7. **Yount D. E., Gillary E. W., Hoffman D. C.** A microscopic investigation of bubble formation nuclei // JASA.— 1984.— V. 76, N 5.

Поступила 24/I 1986 г.

УДК 532.529

ОСАЖДЕНИЕ ОБЛАКА ГАЗОВЗВЕСИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Г. М. Махвиладзе, О. И. Мелихов

(*Москва*)

В [1, 2] в плоской постановке проведено численное моделирование процесса гравитационного осаждения облака газовзвеси монодисперсных частиц на плоскую горизонтальную поверхность. Детально изучались как движение облака вдали от поверхности (в безграничной среде), так и сам процесс осаждения частиц на поверхность. В [3] численно исследовано падение сферического облака монодисперсных частиц в безграничной несжимаемой жидкости (осесимметричная постановка). Из [1—3] видно, что, несмотря на различную геометрию, качественная картина движения облака в безграничной среде одинакова. Цилиндрическое распадается на две симметричные части, а сферическое трансформируется в кольцо. В обоих случаях в пространстве развивается вихревое движение несущей среды.

Ниже на основе уравнений механики многофазных сред [4] численно изучается осаждение облака газовзвеси монодисперсных частиц на горизонтальную поверхность как в плоской, так и в осесимметричной постановке. Проводится детальное сравнение этих случаев.

1. Пусть в начальный момент в газе с температурой T_0, находящемся в статическом равновесии в поле силы тяжести, на высоте H_0 над плоской горизонтальной поверхностью задано неподвижное облако твердых монодисперсных сферических частиц. Рассматривается цилиндрическое облако с осью, параллельной горизонтальной поверхности (плоская постановка, параметр симметрии $\nu = 0$), или сферическое облако (осесимметричная задача, $\nu = 1$). Соответственно используются плоские или осесимметричные уравнения движения. Пусть r — радиальная ось цилиндрической системы координат или горизонтальная декартова ось, z — вертикальная ось, направленная против силы тяжести ($z = 0$ отвечает плоскости осаждения). Тогда начальные условия записываются следующим образом:

$$t = 0:\ \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 = 0,\ \rho_1 = \rho_{10}\exp(-gz/R_0T_0),$$
$$n = n_0 \exp[-(r^2 + (z - H_0)^2)/R^2],$$
$$\rho_2 = \rho_2^c n\pi d^3/6, \quad p = R_0\rho_1 T_0. \tag{1.1}$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к газу и частицам; t — время; $\mathbf{U}_i(u_i, v_i)$, $\rho_i (i = 1, 2)$ — средние скорости и плотности фаз; n —

концентрация частиц; g — ускорение силы тяжести; R_0 — газовая постоянная; ρ_2^0 и d — истинная плотность и диаметр частиц; ρ_{10} — плотность газа в начальный момент у поверхности осаждения; H_0 и R — начальные высота и радиус облака; p — давление газа, который полагается совершенным; n_0 — максимальная концентрация частиц при $t = 0$.

Рассматриваются газовзвеси с малой объемной долей частиц ($\leqslant 10^{-3}$), что позволяет пренебречь столкновениями между ними и их объемом. Процессы дробления и испарения частиц несущественны и, естественно, не учитываются. Нагрев среды вследствие вязкой диссипации энергии мал, поэтому процесс оседания можно считать изотермическим, так что температуры газа и частиц все время равны начальной температуре T_0.

Плоские или осесимметричные движения газовзвеси описываются уравнениями, записанными в безразмерных переменных:

$$\frac{d_1\rho_1}{dt} = -\rho_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{\partial v_1}{\partial z}\right) - \frac{\nu\rho_1 u_1}{r}, \quad p = \rho_1, \tag{1.2}$$

$$\rho_1\frac{d_1u_1}{dt} = -\mathrm{Eu}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left[\frac{4}{3}\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial^2 v_1}{\partial r\,\partial z} + \frac{4}{3}\nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2}\right)\right] - f_r,$$

$$\rho_1\frac{d_1v_1}{dt} = -\mathrm{Eu}\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_1 + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{4}{3}\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial^2 u_1}{\partial r\,\partial z} + \frac{\nu}{r}\left(\frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{1}{3}\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)\right] - f_z;$$

$$\frac{d_2\rho_2}{dt} = -\rho_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{\partial v_2}{\partial z}\right) - \frac{\nu\rho_2 u_2}{r}, \quad \rho_2\frac{d_2u_2}{dt} = f_r, \quad \rho_2\frac{d_2v_2}{dt} = -\rho_2 + f_z; \tag{1.3}$$

$$\frac{d_i}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u_i\frac{\partial}{\partial r} + v_i\frac{\partial}{\partial z}, \quad \mathrm{Eu} = R_0T_0/Rg, \quad \mathrm{Re} = R\sqrt{Rg}\,\rho_{10}/\eta, \tag{1.4}$$

где при обезразмеривании использованы характерные масштабы длины, времени, скорости, плотности, давления, концентрации — R, $\sqrt{R/g}$, $\sqrt{Rg}$, ρ_{10}, $R_0\rho_{10}T_0$, n_0; Eu, Re — числа Эйлера и Рейнольдса; η — коэффициент динамической вязкости. Обменный член $\mathbf{f}(f_r, f_z)$, описывающий силовое взаимодействие фаз, имеет вид

$$\mathbf{f} = \rho_1\rho_2\left(1 + 0{,}158\,\mathrm{Re}_p^{2/3}\right)(\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2)/\tau_r, \tag{1.5}$$

$$\mathrm{Re}_p = \mathrm{Re}_p^0\rho_1|\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2|, \quad \mathrm{Re}_p^0 = d\sqrt{Rg}\,\rho_{10}/\eta, \quad \tau_r = \rho_2^0d^2/18\eta\sqrt{Rg}.$$

Здесь Re_p — мгновенное число Рейнольдса частицы; Re_p^0 — число Рейнольдса частицы, построенное по характерной скорости конвекции; τ_r — безразмерное время скоростной релаксации частицы, вычисленное в стоксовом приближении. В формуле (1.5) использована эмпирическая зависимость коэффициента сопротивления частицы от ее числа Рейнольдса, хорошо аппроксимирующая экспериментальную кривую в диапазоне $0 \leqslant \mathrm{Re}_p \leqslant 700$. В данной работе значения мгновенного числа Рейнольдса частицы имеют порядок 10^2, что выходит из области применимости закона Стокса. Поэтому время релаксации в несколько раз меньше величины τ_r.

Граничные условия учитывают симметрию задачи относительно плоскости (или оси) $r = 0$, статическое равновесие газа на бесконечности и «прилипание» газа на поверхности осаждения:

$$r = 0:\ u_1 = u_2 = 0,\ \partial v_1/\partial r = 0,\ \partial\rho_1/\partial r = 0; \tag{1.6}$$

$$r^2 + z^2 \to \infty:\ \mathbf{U}_1 = 0,\ \partial p/\partial z = -\rho_1/\mathrm{Eu};\ z = 0:\ \mathbf{U}_1 = 0.$$

Столкновения частиц с поверхностью предполагаются абсолютно неупругими — все достигающие поверхность частицы остаются на ней.

Начальные условия (1.1) запишем в безразмерной форме

$$t = 0:\ \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 = 0,\ \rho_1 = \exp(-z/\mathrm{Eu}),\ p = \rho_1, \tag{1.7}$$

$$n = \exp\left[-(r^2 + (z - H)^2)\right],\ \rho_2 = M_{21}n,$$

$$H = H_0/R, \quad M_{21} = \pi d^3\rho_2^0n_0/6\rho_{10},$$

где H — безразмерная начальная высота облака; M_{21} — отношение начальной средней плотности частиц в центре облака к начальной плотности газа у поверхности осаждения. Для облака частиц радиусом 1 м, находящегося в воздухе при нормальных условиях, $\mathrm{Re} \sim 10^5$, что отвечает развитой турбулентности. В работе используется сглаженное описание турбулентных движений посредством введения эффективной турбулентной вязкости (см. [5], с. 292). В то же время сила сопротивления отдельной частицы рассчитывается по молекулярной вязкости, так как величина Re_p^0 входит в диапазон применимости используемой эмпирической зависимости коэффициента сопротивления (например, для частицы с $d = 100$ мкм и указанных выше условий $\mathrm{Re}_p^0 \sim 10$). Таким образом, Re и Re_p^0 оказываются независимыми параметрами.

В расчетах использовались постоянные значения $\mathrm{Eu} = 10^3$, $\mathrm{Re} = 30$, $\mathrm{Re}_p^0 = 400$. Остальные параметры менялись в следующих пределах: $M_{21} = 0{,}01$—3, $\tau_r = 0{,}5$—2, $H = 2$—12.

Задача (1.2)—(1.7) решалась численно конечно-разностным методом с использованием схемы [6] для уравнений движения газа и продольно-поперечной схемы [7] для уравнений движения частиц. Расчеты проводились на неравномерной сетке 20×40 со сгущением узлов у координат осей. Число Куранта, построенное по скорости звука и минимальному шагу сетки, равнялось 4. Время расчета варианта составляло 2—3 ч на ЭВМ ЕС-1055. Подробное изложение численной методики содержится в [1, 8].

2. Рассмотрим сначала оседание облака вплоть до момента, когда на этот процесс начинает влиять поверхность осаждения (движение в безграничной среде). Если массовая доля частиц достаточно велика, то они взаимодействуют гидродинамически через несущую среду. Газ увлекается падающими частицами, и возникает крупномасштабное вихревое движение. В результате скорость падения облака газовзвеси превышает скорость падения изолированной (одиночной) частицы в этой же среде (осаждение облака в режиме увлечения). Поскольку степень вовлечения газа в движение определяется параметрами, не зависящими от геометрии задачи, то область реализации режима увлечения одна и та же как для плоского, так и для осесимметричного случая. Ее вид, определенный при

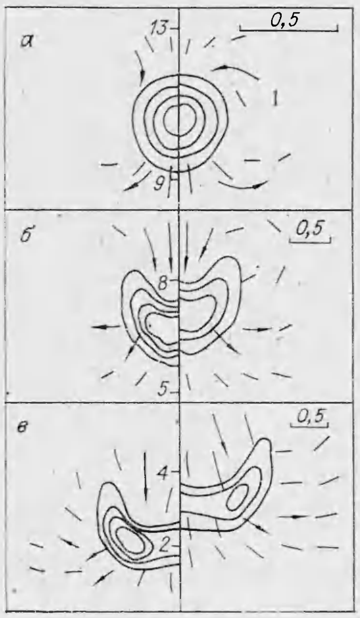

Рис. 1

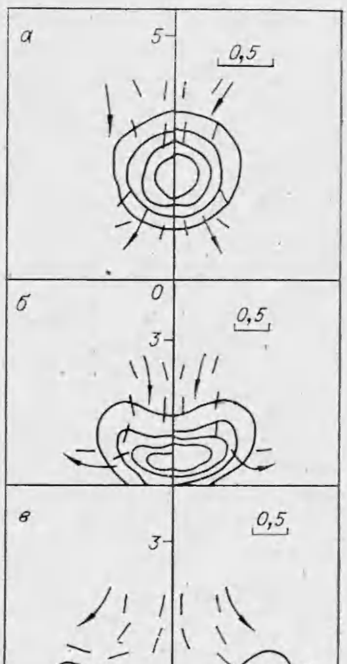

Рис. 2

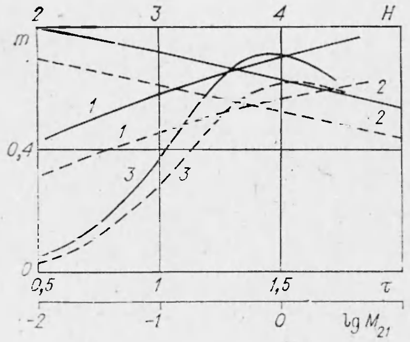

Рис. 3

решении плоской задачи, приведен в [1, 2]. Ниже рассматривается только режим увлечения, так как изучение движения облака при малом гидродинамическом взаимодействии частиц (режим фильтрации) сводится к установлению закона падения одиночной частицы — детально исследованной задаче [9].

Особенности эволюции падающего облака газовзвеси для плоского и осесимметричного случаев показаны на рис. 1, на котором представлены в последовательные моменты времени $t = 1{,}86$; $13{,}96$; $7{,}45$ (*а* — *в*) линии равной концентрации частиц в облаке и векторы скоростей газа для типичного варианта ($M_{21} = 0{,}5$, $\tau_r = 1$). Здесь, а также на рис. 2 слева приведены поля для осевой симметрии, справа — для плоской, значения концентрации на соседних изолиниях отличаются на 0,2, на внешней изолинии $n = 0{,}2$, масштабы скорости даны на рисунках.

Видно, что качественная картина эволюции одинакова: под влиянием падения частиц в пространстве развивается вихревое течение, которое сначала трансформирует облако в «чашу» (рис. 1, *б*), а потом вытягивает его по горизонтали, в результате области максимальной концентрации частиц перемещаются от оси (плоскости) симметрии в поперечном направлении (рис. 1, *в*). Происходит распад исходного цилиндрического облака на две симметричные части (плоская симметрия) или «свертывание» сферического облака в кольцо (осевая симметрия). Отличительные особенности осесимметричного случая — большая скорость падения облака и более резкие градиенты концентрации частиц в облаке во время его оседания.

3. Перейдем к рассмотрению осаждения облака частиц на горизонтальную поверхность. Типичный пример этого процесса для осевой и плоской симметрии показан на рис. 2, где изображены поля скорости газа и изолинии концентрации частиц осаждающегося облака ($M_{21} = 0{,}3$, $\tau_r = 1$, $H = 3{,}26$) в моменты времени $t = 3{,}41$; $6{,}82$; $10{,}22$ (*а* — *в*). Видно, что осаждение для обоих случаев происходит одинаково. Формирующееся при падении облака вихревое течение несущей среды (*а*) увлекает частицы в поперечных направлениях (*б*, *в*), что приводит к рассеянию частиц вдоль поверхности осаждения. Вследствие этого иногда конечные распределения поверхностной концентрации осевших частиц имеют локальный минимум при $r = 0$, а значительная доля частиц выпадает вне области первоначальной проекции облака на подстилающую поверхность. Для количественной характеристики последнего эффекта в [1, 2] введен коэффициент рассеяния облака частиц, равный доле частиц, выпавших вне области первоначальной проекции облака.

Зависимости коэффициента рассеяния от параметров задачи для плоского (штриховые линии) и осесимметричного (сплошные) случаев приведены на рис. 3.

С увеличением высоты облака возрастает рассеяние частиц на подстилающей поверхности как в плоском, так и в осесимметричном случае (кривые *1*, $M_{21} = 1$, $\tau_r = 1$). Чем выше в начальный момент находится облако, тем больший объем газа вовлекается в возникающее вихревое течение. Благодаря этому интенсифицируется поперечный перенос частиц, что увеличивает их рассеяние.

Увеличение времени скоростной релаксации частицы τ_r приводит к снижению коэффициента рассеяния облака частиц на поверхности независимо от вида симметрии задачи (кривые *2*, $M_{21} = 1$, $H = 3{,}26$). Это объясняется тем, что параметр τ_r характеризует «сцепление» фаз; чем меньше его величина, тем быстрее частицы увлекаются несущей средой.

Зависимость коэффициента рассеяния от параметра M_{21}, пропорционального концентрации частиц в облаке, имеет экстремальный характер, причем для осесимметричного случая экстремум выражен ярче (кривые 3, $\tau_r = 1$, $H = 3{,}26$). При небольших значениях M_{21} облако оседает в режиме, близком к режиму фильтрации, коэффициенты рассеяния облака для обеих геометрий достаточно малы и отличаются друг от друга незначительно. С увеличением концентрации частиц возрастает их гидродинамическое взаимодействие, что вызывает формирование крупномасштабного вихревого течения при падении облака. В результате повышается коэффициент рассеяния. При дальнейшем увеличении концентрации частиц ($M_{21} \geqslant 1$) скорость падения облака становится настолько большой, что возникающее вихревое течение не успевает перенести частицы в поперечном направлении на существенные расстояния, и рассеяние частиц начинает уменьшаться.

Отметим, что при одинаковых параметрах облака рассеяние частиц в осесимметричном случае больше, чем в плоском. Для рассматриваемого диапазона параметров максимальное различие в коэффициентах рассеяния достигало 0,1. Проведенное исследование указывает также на способ приближенного пересчета имеющихся теоретических и экспериментальных данных по процессу осаждения сферического облака на процесс осаждения облака плоской геометрии, и наоборот. Для этого необходимо соблюдать равенство введенных выше критериев подобия.

Авторы благодарят А. Н. Крайко за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И.** Численное исследование падения совокупности монодисперсных частиц на плоскую горизонтальную поверхность.— М., 1981.— (Препринт/Ин-т проблем механики АН СССР; № 191).
2. **Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И.** О движении совокупности частиц под действием силы тяжести и ее осаждении на плоскую горизонтальную поверхность // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 6.
3. **Дорфман А. Л.** Численное исследование двухфазных течений с вязкой несущей фазой // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 3.
4. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
5. **Монин А. С., Яглом А. М.** Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности.— М.: Физматгиз, 1965.— Ч. 1.
6. **Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б.** Численный метод исследования пространственных движений сжимаемого газа // ИФЖ.— 1980.— Т. 38, № 3.
7. **Самарский А. А.** Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.
8. **Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И.** Крупномасштабные вихревые движения при падении и осаждении совокупности монодисперсных частиц // ЧММСС.— 1982.— Т. 13, № 4.
9. **Фукс Н. А.** Механика аэрозолей.— М.: Изд-во АН СССР, 1955.

Поступила 6/II 1986 г.

УДК 532.529 : 518.5

СТРУКТУРА СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В ДВУХФАЗНЫХ СРЕДАХ

А. М. Гришин, Г. Г. Тиванов

(*Томск*)

Ударные волны (УВ), возникающие в сверхзвуковых двухфазных течениях, можно рассматривать как состоящие из двух зон — скачка уплотнения, который реализуется при скорости УВ, большей, чем замороженная скорость звука [1, 2], и зоны релаксации. Если структура зоны релаксации исследована достаточно подробно [1—5], то структура скачка уплотнения практически не изучена.

Общепринято, что несущая среда при переходе через скачок описывается соотношениями Гюгонио, а частицы «не замечают» скачок уплотнения. Между тем экспериментальные данные [3] показывают на достаточно сильное влияние скачка уплотнения на гетерогенные включения, если размер частиц не превышает 20—25 мкм.

При достаточно интенсивных УВ при течении двухфазной среды около твердой границы возникают скачки в области с большими градиентами, где параметры потока