

УДК 536.46 : 533.6

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ

B. A. Скляров, B. И. Фурлетов

(Москва)

Проведено теоретическое исследование воздействия гармонических колебаний давления на плоские ламинарные пламена. Частотные характеристики пламен получены при амплитудах колебаний давления малых по сравнению со средним давлением. Установлено, что в широком диапазоне частот возмущения интегральной скорости тепловыделения происходят синфазно с колебаниями давления и слабо зависят от частоты.

1. Устойчивость системы, в которой происходит горение, относительно акустических колебаний газа во многих случаях зависит от реакции пламени на возмущения давления.

Используя аппарат теории автоматического регулирования, такой отклик (реакцию) можно описать частотными характеристиками пламени. Когда размер зоны горения много меньше длины звуковой волны, важной частотной характеристикой пламени является величина $G(\omega) = (S'/S_0)/(p'/p_0)$, где $G(\omega)$ представляет собой величину, аналогичную «показателю взаимодействия» Крокко [1]. Она определяет реакцию интегральной скорости тепловыделения в зоне горения S на гармонические возмущения давления p' различной частоты ω

$$S = Q \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) dx$$

где $W(x)$ и Q — объемная скорость и тепловой эффект химической реакции, S_0 и p_0 — средние значения, S' — возмущение.

Частотные характеристики пламен изучены слабо. Нередко они вводятся в теоретические построения на основе интуитивных представлений [2,3]. Цель настоящей работы — определение частотной характеристики $G(\omega)$ плоского модельного ламинарного фронта пламени, поведение которого описывается тепловой теорией Зельдовича — Франк-Каменецкого [4]. Задача решается численно с помощью ЭВМ. Характеристика $G(\omega)$ может быть найдена двумя методами: непосредственным интегрированием исходных уравнений при гармонических возмущениях давления и с помощью переходных функций. Ниже дается постановка задачи для каждого из этих методов.

2. Распространение одномерного ламинарного фронта пламени описывается системой уравнений

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0, \quad \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} \\ c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + QW \\ \rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D \frac{\partial h}{\partial x} \right) + W, \quad p = \frac{\rho}{\mu} RT \end{aligned}$$

$$(2.2) \quad W = k_i \rho^{\gamma} (1 - h)^{\gamma} \exp(-E/RT)$$

Здесь ρ — плотность, u — скорость, p — давление, T — температура газа, h — относительная весовая концентрация продуктов сгорания или полнота превращения, χ — коэффициент теплопроводности, D — коэффициент диффузии, μ — молекулярный вес компонентов, R — универсальная газовая постоянная, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, W — скорость реакции, E — энергия активации, v — порядок химической реакции (в данной работе $v = 1$ или 2), k_i — предэкспоненциальный множитель, соответствующий порядку реакции, $i = v$.

Уравнения (2.1) справедливы в предположениях о постоянстве и равенстве удельных теплоемкостей компонентов смеси, независимости коэффициентов переноса от состава, равенстве молекулярных весов исходной смеси и продуктов сгорания, пренебрежении влиянием вязкости, термо- и бародиффузии, переноса тепла излучением.

Для упрощения системы (2.1) перейдем к массовым лагранжевым координатам

$$q = \int_0^x \rho(x, t) dx \quad (x \geq 0), \quad t_q = t$$

и безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t_q}{t_0}, \quad \xi = \frac{q}{q_0}, \quad \vartheta = \frac{(T - T_{20}) E}{R T_{20}^2}, \quad \sigma = \frac{h - h_{10}}{1 - h_{10}} \\ \bar{u} &= \frac{u}{u_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{10}}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_{10}}, \quad \bar{S} = \frac{S}{S_0} \end{aligned}$$

Здесь нижний индекс 0 соответствует стационарному режиму распространения пламени в отсутствие возмущений давления, 1 — исходной смеси, 2 — продуктам сгорания. Черточка сверху указывает, что рассматриваемая величина безразмерная. Связь между параметрами t_0 , q_0 и u_0 дается соотношениями

$$(2.3) \quad q_0 = \chi_{10} / c_p u_0, \quad t_0 = \chi_{10} / \rho_{10} c_p u_0^2$$

Основываясь на теории Зельдовича — Франк-Каменецкого, u_0 удобно взять в виде

$$(2.4) \quad u_0^2 = \frac{\chi_{10} k_v \vartheta_{10}^{v-2} (1 - h_{10})^{v-1}}{c_p (T_{20} - T_{10})^{v+1}} \left(\frac{T_{10}}{T_{20}} \right)^v \left(\frac{R T_{20}^2}{E} \right)^{v+1} \exp \left(- \frac{E}{R T_{20}} \right)$$

Пренебрегая слабой зависимостью величин $\rho\chi$ и $\rho^2 D$ от температуры ($\rho\chi \sim \rho^2 D \sim T^{-0.25}$), используя уравнение состояния, условие теплового баланса $Q = c_p (T_{20} - T_{10}) / (1 - h_{10})$, соотношение $D_{10}\rho_1 = D_{10}\rho_{10}$, получим

$$(2.5) \quad \partial u / \partial \xi = \partial / \partial \tau (1 / \rho)$$

$$(2.6) \quad P_0 \partial u / \partial \tau = - \partial p / \partial \xi$$

$$(2.7) \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} - \Gamma (\vartheta + g_0) \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \tau} = \rho_1 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + F$$

$$(2.8) \quad \partial \sigma / \partial \tau = Le \rho_1 \partial^2 \sigma / \partial \xi^2 - F / \vartheta_{10}$$

$$(2.9) \quad p = \rho (\vartheta + g_0) / (\vartheta_{10} + g_0)$$

$$(2.10) \quad F = (-1)^v \vartheta_{10}^{v+2} a_0^v p_1^{v-1} \left(\frac{\vartheta_{10} + g_0}{\vartheta + g_0} \right)^{v-1} (1 - \sigma)^v \exp \left(\frac{\vartheta g_0}{\vartheta + g_0} \right)$$

$$P_0 = \frac{\rho_{10} u_0^2}{p_{10}}, \quad \Gamma = \frac{R}{\mu c_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \quad \gamma := \frac{c_p}{c_v}, \quad \vartheta_{10} = \frac{(T_{10} - T_{20}) E}{R T_{20}^2}$$

$$Le = \frac{\rho_{10} c_p D_{10}}{\chi_{10}}, \quad g_0 = \frac{E}{R T_{20}}, \quad a_0 = \frac{T_{20}}{T_{10}}$$

Здесь и в дальнейшем черточки над безразмерными переменными будем опускать, c_V — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

В выбранных переменных относительное возмущение интегральной скорости тепловыделения, которое характеризует отклик пламени на возмущения давления

$$(2.11) \quad S' = \int_0^\infty (F(\xi, \tau) - F_0(\xi)) d\xi \quad \left| \int_0^\infty F_0(\xi) d\xi \right|$$

Член с $\partial p / \partial \tau$ в уравнении (2.7) учитывает изменение давления во фронте пламени и периодические колебания давления в газе. Так как кинетическая энергия движения газа при распространении пламени много меньше его тепловой энергии, то составляющую, учитывающей изменение давления во фронте пламени, будем пренебрегать. Составляющую, связанную с периодическими колебаниями давления в среде, сохраним, поскольку она существенна для описания распространения пламени в поле переменного давления. Длина звуковой волны предполагается много большей ширины фронта пламени, поэтому возмущение давления принимается одинаковым по всему пространству. В уравнения (2.7), (2.8) входит плотность только исходной смеси, связанная с давлением изэнтропическим соотношением $\rho_1 = p_1^{1/\gamma}$. Следовательно, они могут быть решены независимо от уравнений (2.5), (2.6) и (2.9).

Взяв возмущение давления в виде $p' = \delta p \cos \Omega \tau$ (где δp и Ω — безразмерные амплитуда и круговая частота колебаний давления, $\Omega = \omega t_0$), в качестве краевых условий примем адиабатически возмущенное стационарное распределение температуры $\vartheta_0(\xi)$ и невозмущенное стационарное распределение нормированной полноты превращения $\sigma_0(\xi)$. Для определения частотной характеристики пламени следует решить задачу

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} - \Gamma(\vartheta + g_0) \frac{1}{(1 + F')} \frac{\partial p'}{\partial \tau} &= (1 + p')^{1/\gamma} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + F \\ \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} &= Le(1 + p')^{1/\gamma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} - \frac{F}{\vartheta_{10}} \\ \vartheta(\xi) &= \eta \vartheta_0(\xi) + (\eta - 1) g_0, \quad \sigma(\xi) = \sigma_0(\xi) \quad \text{при } \tau = 0 \\ \vartheta(\tau) &= (\eta - 1) g_0, \quad \sigma(\tau) = 1 \quad \text{при } \xi = 0 \\ \vartheta(\tau) &= \eta \vartheta_{10} + (\eta - 1) g_0, \quad \sigma(\tau) = 0 \quad \text{при } \xi = +\infty \end{aligned}$$

где $\eta = (1 + p')^{(\gamma-1)/\gamma}$, а F определяется уравнением (2.10).

Сформулированная задача описывает как установившийся, так и неустановившийся режим распространения пламени. Из-за нелинейности уравнений установившиеся колебания интегральной скорости тепловыделения оказываются негармоническими. Эти колебания разлагаются в ряд Фурье и для первой гармоники колебаний, которую можно представить в виде

$$S' = A(\Omega) \exp(i\Omega\tau)$$

вычисляется амплитудно-фазовая частотная характеристика

$$G(\Omega) = A(\Omega) / \delta p$$

Этот метод требует больших затрат машинного времени. Поэтому он будет использован только для подтверждения применимости к задаче отыскания отклика пламени на малые возмущения давления более экономичного метода определения частотных характеристик по переходным функциям. Последний метод развит для систем, описываемых линейными обыч-

новенными дифференциальными уравнениями. Согласно этому методу частотная характеристика системы определяется с помощью преобразования Лапласа по ее отклику на единичный скачок входного параметра (т. е. по ее переходной функции) [5].

$$(2.13) \quad G(\Omega) = H(+0) + \int_0^\infty \frac{d\Psi(\tau)}{d\tau} \exp(-i\Omega\tau) d\tau$$

Здесь $H(\tau)$ — переходная функция, связанная с $S(\tau)$ соотношением $H(\tau) = S'/\Delta p$, S' определяется выражением (2.11), Δp — величина скачка давления, $\Psi(\tau) = H(\tau) - H(+0)$.

Соотношение (2.13) предполагает справедливым для возмущений принцип суперпозиции. Поэтому данный метод применим только для малых отклонений от установившегося режима распространения пламени, т. е. при небольших возмущениях давления. Допустимые значения возмущений давления заранее неизвестны и выясняются в результате численных расчетов по мере увеличения величины возмущения давления до тех пор, пока не появляются заметные изменения в форме амплитудно-фазовой частотной характеристики.

Для определения переходной функции рассмотрим поведение фронта пламени при $\tau > 0$ после наложения скачка давления $p' = \Delta p e(\tau)$, где

$$e(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau \geq 0 \\ 0 & \text{при } \tau < 0 \end{cases}$$

Выход на новый стационарный режим распространения пламени описывается уравнениями

$$(2.14) \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = (1 + \Delta p)^{1/\gamma} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + F, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = Le(1 + \Delta p)^{1/\gamma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} - \frac{F}{\vartheta_{10}}$$

Краевые условия берутся аналогично первому методу (см. (2.12)).

Согласно формуле (2.13) для определения $G(\Omega)$ достаточно знать поведение $H(\tau)$ до момента установления стационарного режима распространения пламени. Переходный процесс считался законченным при $d \ln H(\tau) / d\tau \leqslant 0.01$.

Стационарные распределения температуры $\vartheta_0(\xi)$ и полноты превращения $\sigma_0(\xi)$, используемые для задания краевых условий (2.12), находятся аналогично [6] путем численного интегрирования уравнений (2.14) с $\Delta p = 0$. Начальные условия для температуры и полноты превращения выбираются в виде ступеньки при $\tau = 0$

$$\vartheta(\xi) = \begin{cases} \vartheta_{10} & \text{при } \xi \geq \xi_1 \\ 0 & \text{при } \xi < \xi_1 \end{cases}, \quad \sigma(\xi) = \begin{cases} 0 & \text{при } \xi \geq \xi_1 \\ 1 & \text{при } \xi < \xi_1 \end{cases}$$

где ξ_1 — координата произвольной точки, достаточно удаленной от начала координат, граничные условия выбираются соответственно

$$\begin{aligned} \vartheta(\tau) &= \vartheta_{10}, \quad \sigma(\tau) = 0 \quad \text{при } \xi = +\infty \\ \vartheta(\tau) &= 0, \quad \sigma(\tau) = 1 \quad \text{при } \xi = 0 \end{aligned}$$

Стационарный режим распространения пламени считался достигнутым, когда $d \ln S(\tau) / d\tau \leqslant 0.001$. Распределения $\vartheta(\xi, \tau)$ и $\sigma(\xi, \tau)$ в этот момент принимались за исходные $\vartheta_0(\xi)$ и $\sigma_0(\xi)$.

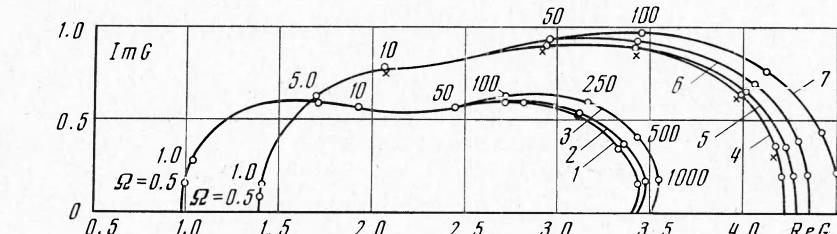
3. Из уравнений и краевых условий (2.12) следует, что решение зависит от параметров $\alpha_0, g_0, \vartheta_{10}, Le, \gamma, v$. В качестве примера вычислим частотные

характеристики пламен с $\alpha_0 = 5$, $g_0 = 10.84$, $\vartheta_{10} = -8.67$, $Le = 1$, $\gamma = 1.4$, порядком реакции $v = 1$ или 2. Таким пламенем будет, в частности, углеводородно-воздушное пламя, для которого $E = 167.36 \text{ кДж/моль}$ (40 ккал/моль), $T_{10} = 373^\circ \text{К}$, $T_{20} = 1865^\circ \text{К}$, $v = 2$. Переходные функции этих пламен, вычисленные при четырех значениях скачка давления ($\Delta p = 0.005, 0.01, 0.02, 0.04$), представлены на фиг. 1. По оси абсцисс отложена

величина τ / τ_p , где τ_p — время релаксации (из расчетов следует, что $\tau_p \approx 1$ и 0.5 для $v = 1$ и 2 соответственно). Вид переходных функций практически не зависит от амплитуды возмущения давления. Незначительное отличие наблюдается лишь в начальные моменты времени. Кривая 1 соответствует $v = 1$, кривая 2 — $v = 2$.

Первоначальный резкий скачок интегральной скорости тепловыделения объясняется увеличением скорости химической

реакции за счет адиабатического повышения температуры в момент $\tau = 0$. Последующий спад вызван перестройкой структуры фронта за счет процессов переноса и описывается приблизительно экспоненциальной зависимостью. Новый стационарный режим распространения пламени определяется адиабатическими возмущениями температуры и плотности исходной смеси.



Фиг. 1

Фиг. 2

Амплитудно-фазовые частотные характеристики пламен, рассчитанные по переходным функциям, представлены на фиг. 2. По осям координат отложены значения вещественной и мнимой частей функции $G(\Omega)$. Кривые 1, 2, 3 относятся к пламени с $v = 1$, а 4, 5, 6, 7 — с $v = 2$. Кривая 1 получена для скачков давления $\Delta p = 0.005$ и 0.01 , остальные кривые — соответственно для $0.02, 0.04, 0.005, 0.01, 0.02, 0.04$. Около нанесенных точек указаны безразмерные частоты ($\Omega = 2 \pi f t_0$, где f — размерная частота колебаний в гц). Здесь же для пламени с $v = 2$ крестиками приведен ряд точек, которые были рассчитаны непосредственно численным интегрированием уравнений (2.12) при гармоническом возмущении давления с амплитудой $\delta p = 0.04$. При $\Omega = 100$ аналогичные вычисления сделаны для $\delta p = 0.02$ и 0.08 .

Точка $G(100)$ для $\delta p = 0.02$ совпадает с соответствующей точкой, приведенной на фиг. 2, а для $\delta p = 0.08$ оказывается расположенной несколько ниже нее. Это объясняется усилением нелинейности колебаний скорости тепловыделения с ростом амплитуды возмущений давления; при $\delta p =$

$=0.08$ отношение амплитуды второй гармоники скорости тепловыделения к амплитуде первой гармоники равно 0.2, а при $\delta p = 0.02$ и $0.04 \sim 0.01$. Отсюда следует, что при уменьшении возмущений давления частотные характеристики, полученные разными методами, сближаются. Хорошее соответствие результатов вычислений по обоим методам доказывает, что амплитудно-фазовая частотная характеристика пламени, описывающая установившиеся колебания интегральной скорости тепловыделения при гармоническом воздействии, которое имеет малую амплитуду, может быть определена по переходной функции.

Вид частотных характеристик указывает на практическое отсутствие резонансных свойств пламени. Модуль $G(\Omega)$ монотонно растет с увеличением частоты.

Колебания интегральной скорости тепловыделения обусловлены колебаниями скорости химической реакции, происходящими в основном из-за изменения температуры в зоне реакции. При $\Omega \rightarrow 0$ время релаксации фронта оказывается много меньшим периода колебаний. Практически мгновенно в нем устанавливаются распределения температуры и плотности превращения, соответствующие фронту, который распространяется с постоянной скоростью по смеси с текущими значениями температуры и плотности. В силу такой квазистационарности распространения пламени возмущения температуры в зоне химической реакции равны ее адиабатическим возмущениям в исходной смеси $T'_1 = (\gamma - 1) \gamma^{-1} p' p_{10}^{-1} T_{10}$. Вне зоны реакции в продуктах сгорания возмущения температуры T'_2 , так же как и в исходной смеси, будут адиабатическими, $T'_2 = (\gamma - 1) \gamma^{-1} p' p_{20}^{-1} T_{20}$ (в выражениях для T'_1 и T'_2 все величины, кроме γ , размерные, $p_{10} = p_{20}$).

С увеличением частоты время релаксации фронта оказывается значительно большим периода колебаний. На изменении температуры газа за период колебаний все в меньшей мере сказываются процессы переноса и выделения тепла, связь между колебаниями давления и температуры все более приближается к изэнтропической. Температура смеси в зоне реакции близка к температуре продуктов сгорания T_{20} , поэтому ее возмущения в этой зоне будут приближаться с ростом частоты к величине T'_2 . Так как $T_{20} > T_{10}$, то возмущения температуры в зоне химической реакции при высоких частотах оказываются большими, чем при низких. Скорость реакции растет с ростом температуры и в соответствии с этим отклик пламени при высоких частотах оказывается большим, чем при низких.

Из фиг. 2 следует, что колебания интегральной скорости тепловыделения всегда опережают колебания давления. Сдвиг по фазе между колебаниями скорости тепловыделения и колебаниями давления объясняется фазовым смещением между колебаниями температуры в зоне химической реакции и колебаниями давления. Появление такого фазового смещения обусловлено тем, что изменение температуры в некоторой фиксированной точке газа из-за колебаний давления сопровождается по мере ее прохождения через пламя одновременным увеличением средней температуры. Остановимся на этом подробнее. В дальнейшем будет удобно перейти к размерным величинам для зависимых переменных p , ρ и u .

Рассмотрим идеализированную модель пламени, которая состоит из поверхности тепловыделения и михельсоновского профиля температуры перед ней

$$T_0(q, t) = T_{10} + (T_{20} - T_{10}) \exp [-(c_p m (q - mt) / \rho_{10} \chi_{10})]$$

причем $q \gg mt$. Массовую скорость распространения такого пламени m будем считать постоянной. Поверхность тепловыделения проходит через точку с координатой q в момент времени $t = q / m$. Температура $T(q, t)$ в некоторой фиксированной точке газа с координатой q зависит от нагрева-

ния в зоне прогрева пламени и адиабатического сжатия или разрежения в волне давления. Если при $t < 0$ возмущения давления отсутствовали, то возмущение температуры

$$T'(q, t) = T(q, t) - T_0(q, t) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{p_{10}} \int_0^t T_0(q, \xi) \frac{dp'}{d\xi} d\xi$$

Отсюда возмущение температуры на поверхности тепловыделения

$$T_n'(t) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{p_{10}} \int_0^{t_1} T_0(mt, \xi) \frac{dp'}{d\xi} d\xi$$

Перейдем к безразмерным независимым переменным τ и ξ , считая $u_0 = m / \rho_{10}$ в (2.3). Взяв возмущение давления в виде $p' = \delta p \sin \Omega \tau$, после интегрирования получим

$$T_n'(\tau) = \frac{\delta p}{p_{10}} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left\{ T_{10} \sin \Omega \tau + \frac{T_{20} - T_{10}}{1 + \Omega^2} (\cos \Omega \tau + \Omega \sin \Omega \tau) - \frac{T_{20} - T_{10}}{1 + \Omega^2} \Omega \exp(-\tau) \right\}$$

Последнее слагаемое связано с переходным процессом установления колебаний $T_n'(\tau)$. При $\tau \rightarrow \infty$ оно обращается в нуль. Два первых слагаемых описывают установившиеся колебания температуры, которые можно представить в виде

$$(3.1) \quad T_n'(\tau) = \frac{\delta p}{p_{10}} \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_{10} \left[\frac{1 + \alpha_0^2 \Omega^2}{1 + \Omega^2} \right]^{1/2} \sin(\Omega \tau + \varphi) \\ \varphi = \arctg [(\alpha_0 - 1) \Omega / (1 + \alpha_0 \Omega^2)], \quad \alpha_0 = T_{20} / T_{10} > 1$$

Отсюда следует, что колебания температуры на поверхности тепловыделения всегда опережают колебания давления ($\varphi > 0$), а амплитуда колебаний $T_n'(\tau)$ является монотонно возрастающей функцией частоты.

Зададим скорость тепловыделения в таком идеализированном фронте пламени соотношением

$$F(q, t) = kp^v T^{-v} \exp(-E/RT) \delta(q - mt)$$

в котором сохранена зависимость скорости химической реакции от давления и температуры, в то время как концентрация исходного вещества на самой поверхности тепловыделения обращается в нуль. Здесь k — коэффициент пропорциональности, $\delta(q - mt)$ — дельта-функция Дирака. Для вещественной и мнимой характеристик получим

$$\operatorname{Re} G_1(\Omega) = \frac{v}{\gamma} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\frac{g_0}{\alpha_0} - \theta_{10} \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right), \quad \operatorname{Im} G_1(\Omega) = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \theta_{10} \frac{\Omega}{1 + \Omega^2}$$

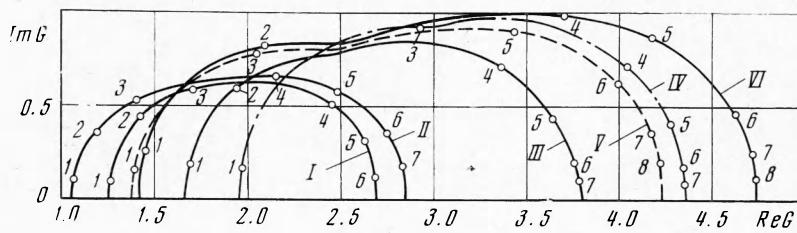
Амплитудно-фазовая частотная характеристика, описываемая этими соотношениями, представляет собой полуокружность, расположенную в первой четверти плоскости $G_1(\Omega)$. Значения $\operatorname{Re} G_1$ и $\operatorname{Im} G_1$ при $\Omega \rightarrow \infty$ оказываются близкими к вычисленным на ЭВМ. Соответствие общего вида функции $G_1(\Omega)$ и представленных на фиг. 2, показывает, что основной причиной зависимости отклика пламени от частоты колебаний является зависимость от частоты величины возмущений температуры в зоне химической реакции. С ростом параметра $|\theta_{10}|$, пропорционального отношению времени пребывания газа во всем фронте пламени к времени пребывания в зоне химической реакции, амплитудная и фазовая характеристики пламени становятся более частотно-зависимыми.

Полученными частотными характеристиками можно пользоваться в ограниченной области частот. Условие $\delta / \lambda \ll 1$ эквивалентно условию $\Omega \ll 2\pi c_{10} / u_n \tau_n$, где δ — ширина фронта пламени, λ — длина звуковой волны, τ_n — безразмерное время пребывания газа во фронте пламени, c_{10} — скорость звука, u_n — скорость распространения пламени. Оценим область допустимых частот Ω для пламени с $v = 2$. Согласно расчетам $\tau_n = 0.3$ (на передней границе пламени полнота превращения $\sigma = 0.01$, на задней $\sigma = 0.99$); характерное значение отношения $c_{10} / u_n = 600$ для углеводородно-воздушной смеси с начальной температурой 373°К. Отсюда следует, что $\Omega \ll 1.3 \cdot 10^4$; с хорошим приближением имеем $\Omega \leq 10^3$.

4. Рассмотрим влияние физико-химических параметров на частотные характеристики пламен с реакцией второго порядка. Вид частотных характеристик зависит в основном от безразмерных параметров

$$\alpha_0 = T_{20} / T_{10}, \quad g_0 = E / RT_{20}, \quad \vartheta_{10} = (T_{10} - T_{20}) E / RT_{20}^2$$

Их нельзя менять независимо один от другого. Поэтому удобно анализировать зависимость от размерных параметров — температуры исходной



Фиг. 3

смеси T_{10} , теплового эффекта реакции $Q = c_p (T_{20} - T_{10}) / (1 - h_{10})$, энергии активации E , а также от состава смеси, или начальной полноты превращения h_{10} .

Рассмотрим влияние этих параметров порознь, считая при этом остальные размерные параметры постоянными. Выберем в качестве исходного, называемого далее стандартным, фронт пламени с принятыми в п. 3 параметрами. Будем считать предэкспоненциальный множитель k_i и число Льюиса Le одинаковыми для всех пламен ($Le = 1$). Звездочка вправо от буквы будет означать принадлежность величины к стандартному пламени.

На фиг. 3 представлены амплитудно-фазовые частотные характеристики пламен, которые отличаются от стандартного (кривая V) одним из параметров. Точки на кривых пронумерованы. Точке 1 соответствует значение частоты $\Omega = 1, 2 - 5, 3 - 10, 4 - 50, 5 - 100, 6 - 250, 7 - 500, 8 - 1000$. Однаковой размежевой частоте колебаний f на этих кривых соответствуют различные значения Ω ; между ними имеется связь: $\Omega^* = K\Omega$, где $K = t_0 / t_0^*$.

Уменьшение энергии активации вдвое (кривая I) приводит к изменению безразмерных параметров $\alpha_0 = 5.0, g_0 = 5.42, \vartheta_{10} = -4.34$, увеличению интегральной скорости тепловыделения S_0 и нормальной скорости распространения пламени u_n . Результаты численного интегрирования показывают, что

$$S_0 = 85S_0^*, \quad u_n = 85u_n^*, \quad u_n = 4u_0, \quad K = 1800$$

Увеличение Q в два раза приводит к повышению температуры продуктов сгорания $T_{20} = 3360^\circ\text{K}$ (кривая II). Безразмерные параметры такого пламени — $\alpha_0 = 9.0, g_0 = 6.0, \vartheta_{10} = -5.36$; для интегральной скорости

тепловыделения и нормальной скорости распространения пламени получим

$$S_0 = 41.2S_0^*, u_n = 20.6u_n^*, u_n = 4.67u_0, K = 162$$

Увеличение температуры исходной смеси вдвое (кривая III) дает следующие значения параметров:

$$\alpha_0 = 3.0, g_0 = 9.02, \vartheta_{10} = -6.03, S_0 = 7.28S_0^*, u_n = 14.56u_n^*, u_n = 3u_0, K = 2.57$$

Из уравнений и краевых условий (2.12) видно, что частотная характеристика $G(\Omega)$ не зависит от среднего давления и начальной полноты превращения h_{10} . При разбавлении исходной смеси продуктами сгорания изменяются ее теплофизические свойства, которые влияют на $G(\Omega)$.

Предположим, подмешивание горячих продуктов сгорания производится при условии, что остается постоянной полная удельная энталпия смеси w , $w = c_p T_{10} + Q(1 - h_{10})$ (кривая IV). Тогда, взяв $h_{10} = 0.25$, получим повышение начальной температуры $T_{10} = 2T_{10}^*$. Параметры этого пламени таковы:

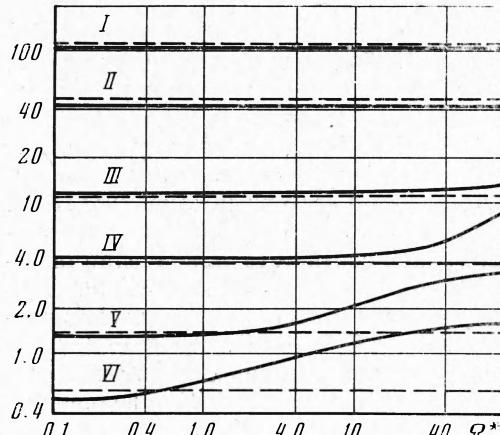
$$\alpha_0 = 2.5, g_0 = 10.84, \vartheta_{10} = -6.5, S_0 = 2.18S_0^*, u_n = 5.8u_n^*, u_n = 3.1u_0, K = 6.27$$

Если подмешиваются холодные продукты сгорания, то температура исходной смеси не изменяется, а температура продуктов сгорания падает вследствие уменьшения калорийности смеси (кривая VI). Взяв $h_{10} = 0.25$, получим $T_{20} = 1492^\circ\text{K}$. Безразмерные параметры такого фронта — $\alpha_0 = 4.0, g_0 = 12.2, \vartheta_{10} = -10.15$, для S_0 и u_n получим

$$S_0 = 0.35S_0^*, u_n = 0.46u_n^*, u_n = 3.1u_0, K = 0.453$$

Из фиг. 3 следует, что изменение физико-химических параметров пламени в широких пределах не приводит к изменению общего вида амплитудно-фазовой частотной характеристики. Распределение отмечок частоты Ω вдоль приведенных кривых подтверждает вывод, что с увеличением модуля параметра ϑ_{10} зависимость амплитудных и фазовых характеристик от частоты увеличивается.

5. Для анализа устойчивости горения важны абсолютные величины возмущений интегральной скорости тепловыделения. Рассмотрим влияние изменений физико-химических параметров на эти величины. Результаты соответствующих расчетов приведены на фиг. 4, которая позволяет сравнивать между собой значения возмущений интегральной скорости тепловыделения для рассмотренных выше пламен. По оси ординат отложена величина $(S_0 / S_0^*) \text{Re } G$. Отношение S_0 / S_0^* взято по результатам расчетов для стационарных фронтов. По оси абсцисс отложены безразмерные частоты, вычисленные по параметрам стандартного фронта. Для перехода от частоты Ω к частоте Ω^* использованы коэффициенты пересчета K , приве-



Фиг. 4

ления для рассмотренных выше пламен. По оси ординат отложена величина $(S_0 / S_0^*) \text{Re } G$. Отношение S_0 / S_0^* взято по результатам расчетов для стационарных фронтов. По оси абсцисс отложены безразмерные частоты, вычисленные по параметрам стандартного фронта. Для перехода от частоты Ω к частоте Ω^* использованы коэффициенты пересчета K , приве-

денные выше (обозначения кривых на фиг. 4 и 5 такие же, как на фиг. 3). Из фиг. 4 видно, что наибольшая величина отклика имеет место для пламен с наибольшей скоростью распространения. На этой фигуре приведены величины откликов рассмотренных пламен, вычисленные в квазистационарном приближении (пунктирные линии). При стационарном распространении пламени справедливо соотношение

$$(5.1) \quad S_0 = Q_1 \rho_{10} u_n$$

где Q_1 — калорийность смеси, u_n — нормальная скорость распространения пламени. Согласно [7]

$$(5.2) \quad u_n^2 = \frac{2v! \chi_{20} k_i \rho_{10}^{v-2} (1 - h_{10})^{v-1}}{c_p (T_{20} - T_{10})^{v+1}} \left(\frac{T_{10}}{T_{20}} \right)^v \left(\frac{RT_{20}^2}{E} \right)^{v+1} \exp \left(- \frac{E}{RT_{20}} \right)$$

Значения u_n , вычисленные по этой формуле, хорошо согласуются с экспериментом. Примем, что (5.1) справедливо и при малых значениях частоты Ω . Тогда, варьируя выражение (5.1) для S_0 по всем переменным, за исключением полноты превращения h_{10} , используя для исходной смеси адиабатическую зависимость между давлением, температурой и плотностью и принимая во внимание равенство возмущений температуры в зоне химической реакции возмущениям температуры в исходной смеси при малых Ω (3.1), т. е. $T_2' = T_1'$, получим следующее выражение для частотной характеристики:

$$(5.3) \quad \operatorname{Re} G(\Omega) = \frac{v}{2} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \left(v + 2 + \frac{E}{RT_{20}} \right) \frac{T_{10}}{T_{20}}$$

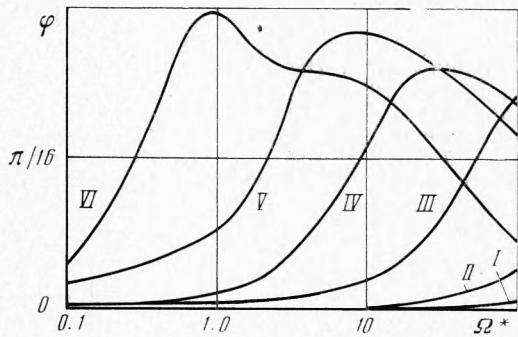
Из фиг. 4 видно, что пунктирные линии, вычисленные с помощью этой формулы, расположены вблизи кривых, полученных численным интегрированием: при низких частотах Ω возмущения интегральной скорости тепловыделения могут быть определены с хорошей точностью на основе квазистационарного приближения.

Выясним область размерных частот, для которых справедливо это приближение. Для этого нужно знать величину характерного времени t_0 , которое может быть найдено по (2.3), если известно значение предэкспоненциального множителя k_i . Выберем его таким, чтобы вычисленное значение u_n совпало при заданных параметрах с экспериментальным значением скорости распространения пламени U . Из результатов численного интегрирования имеем $u_n = l u_0$, для стандартного фронта $l = 3.66$. Отметим, что вычисленное для стандартного фронта значение практически совпало с величиной u_n , определяемой соотношением (5.2). Из сопоставления формул (2.4) и (5.2) имеем $u_n^2 = 2v! (T_{20} / T_{10})^{0.75} u_0^2$. Отсюда для стандартного фронта $u_n = 3.66 u_0$.

Приняв $u_n = U$, для определения размерной частоты получим

$$f = (U^2 / 2\pi \kappa_{10} l^2) \Omega$$

где $\kappa_{10} = \chi_{10} / c_p \rho_{10}$ — коэффициент температуропроводности исходной смеси. Для стандартного фронта пламени при $T_{10} = 373^\circ \text{K}$ скорость рас-



Фиг. 5

пространения U , например, в случае бензино-воздушной смеси, равна 60 см/сек , $\kappa_{10} = 0.23 \text{ см}^2/\text{сек}$ [8]. При этих значениях величин имеем $f = -185\Omega^* \text{ гц}$.

Зависимость угла фазового смещения между колебаниями интегральной скорости тепловыделения и колебаниями давления от частоты представлена на фиг. 5. Видно, что этот угол не превышает 23° , поэтому изменения интегральной скорости тепловыделения происходят практически мгновенно с изменениями давления.

Для всех рассмотренных пламен $[\text{Re } G(\Omega) - \text{Re } G(0)] / \text{Re } G(0) \leqslant \leqslant 0.1$ при $\Omega \leqslant 3$ (см. фиг. 3). Отсюда следует, что в широкой области частот

$$0 \leqslant f \leqslant U^2 / 2\kappa_{10}l^2$$

(в зависимости от параметров фронта $f \leqslant 500 \div 3000 \text{ гц}$) частотная характеристика может быть вычислена с достаточной для оценок самовозбуждения колебаний точностью по соотношению (5.3), полученному в квазистационарном приближении.

Авторы благодарят В. Е. Дорошенко за внимание к работе и обсуждения.

[Поступила 7 VIII 1973]

ЛИТЕРАТУРА

1. Крокко Л., Чжен Синь-и. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
2. Merk H. J. Analysis of heat — driven oscillation of gas flows, II. On the mechanism of the Rijke — tube phenomenon. Appl. Sci. Res., Ser. A, 1957, vol. 6, No 5/6.
3. Putnam A. A., Dennis W. R. A study of burner oscillations of the organ — pipe type. Trans. ASME, 1953, vol. 75, No 1.
4. Зельдович Я. Б., Франк-Каменецкий Д. А. Теория теплового распространения пламени. Ж. физ. химии, 1938, т. 12, вып. 1.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М., «Наука», 1971.
6. Spalding D. B. The theory of flame phenomena with a chain reaction, Phil. Trans., Ser. A, 1956, vol. 249, No. 957.
7. Щетинков Е. С. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
8. Раушенбах Б. В., Белый С. А., Беспалов И. В., Бородачев В. Я., Волынский М. С., Прудников А. Г. Физические основы рабочего процесса в камерах горения воздушно-реактивных двигателей. М., «Машиностроение», 1964.