

ОБ УСКОРЕНИИ ПЛАЗМЫ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

В. М. Сарычев

(Новосибирск)

Задача об ускорении потока плазмы во внешних постоянных скрещенных электрическом и магнитном полях в предположении применимости одномерных уравнений сплошных сред рассматривалась в работах [1, 2]. Исследовались частные случаи:

- а) течение с постоянной вдоль канала плотностью газа и
- б) течение в канале постоянного сечения при максимальном ускорении плазмы.

Здесь рассматривается изотермическое ускорение одномерного потока слабо ионизованной плазмы в каналах с ограниченными углами расширения во внешних постоянных скрещенных электрическом и магнитном полях. Определяется область значений безразмерных параметров, соответствующая эффективному ускорению.

Решаются задачи об ускорении плазмы в равномерно расширяющихся каналах при максимальном ускорении и ускорении с постоянной эффективностью. Находятся максимально достижимые при эффективном ускорении величины числа M .

Решается задача об оптимальном ускорении в равномерно расширяющемся канале анизотропной плазмы.

При осуществлении ускорения потока газа (плазмы) до очень больших скоростей основными требованиями являются:

- 1) обеспечение подвода к газу удельной мощности, достаточной для его эффективного ускорения и
- 2) обеспечение теплозащиты конструкции.

Последнее сводится к обеспечению достаточно низкой величины максимальных тепловых потоков на единицу площади стенок канала.

Задача нахождения тепловых потоков здесь не рассматривается. Из общих соображений следует, что тепловые потоки на единицу площади стенок канала будут тем меньше, чем меньше начальная плотность газа и его температура, и чем больше расширяется канал.

С другой стороны, проводимость плазмы, а следовательно, и возможность эффективного воздействия на нее электрическими и магнитными полями резко падают с уменьшением ее температуры.

Максимальная температура, которую выдерживают современные материалы, и минимальная температура, при которой можно получить плазму с проводимостью, достаточной для эффективного воздействия на нее электрическими и магнитными полями, приблизительно равны. Так как небольшие изменения температуры газа не могут существенно повлиять на его ускорение, то представляется возможным ограничиться рассмотрением изотермического ускорения плазмы в расширяющихся каналах. Целесообразно также ограничиться рассмотрением плазмы с небольшой начальной плотностью, при этом следует обращать особое внимание на границы применимости одномерных уравнений магнитной газодинамики.

Условия применимости одномерных уравнений магнитной газодинамики можно найти, например, на основании уравнений, полученных в работе [3] при рассмотрении движения одномерного потока плазмы в скрещенных полях с учетом молекулярной структуры плазмы.

1. Система уравнений. Рассмотрим задачу об ускорении одномерного потока идеальной плазмы в плоском канале высотой $l = \text{const}$ и шириной $b = b(x)$ во внешних постоянных поперечных и взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях. Пусть

$$\mathbf{u} = (u, 0, 0), \quad \mathbf{E} = (0, E, 0), \quad \mathbf{H} = (0, 0, H).$$

В качестве исходной системы уравнений возьмем обычные одномерные уравнения магнитной газодинамики (см., например, [1])

$$p = \rho RT \quad (\text{уравнение состояния}) \quad (1.1)$$

$$\rho u b = \rho_0 u_0 b_0 \quad (\text{уравнение расхода}) \quad (1.2)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = \frac{jH}{c} \quad (\text{уравнение импульса}) \quad (1.3)$$

$$\rho u^2 \frac{du}{dx} + \rho u \frac{d}{dx}(c_p T) = jE \quad (\text{уравнение энергии}) \quad (1.4)$$

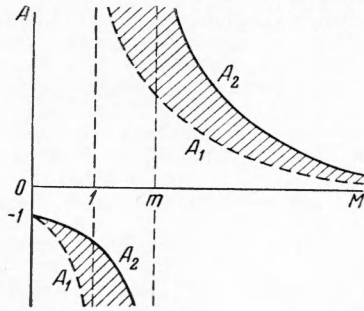
$$j = \sigma \left(E - \frac{uH}{c} \right) \quad (\text{закон Ома}) \quad (1.5)$$

Эта система содержит пять уравнений, связывающих восемь неизвестных функций: p , ρ , T , u , b , j , H и E (R , c_p и σ предполагаются известными величинами, причем σ не зависит от H). Таким образом, можно решать задачу, рассматривая любые три из восьми неизвестных функций как параметры. При рассмотрении изотермического движения плазмы число произвольных параметров сокращается до двух.

2. Область значений безразмерных параметров, соответствующая эффективному ускорению плазмы в каналах с ограниченными углами расширения. В случае $dT/dx = 0$ уравнения (1.3) и (1.4) можно преобразовать при помощи уравнений (1.1), (1.2) и (1.5) к такому безразмерному виду:

$$(M^2 - 1) \frac{b}{M} \frac{dM}{dx} - \frac{db}{dx} = Q \quad (2.1)$$

$$M^2 \frac{b}{M} \frac{dM}{dx} = Q(A + 1) \quad (2.2)$$



Фиг. 1. Область изменения безразмерной величины $A = cj / \sigma u H$, в которой возможно эффективное ускорение потока плазмы в каналах, углы расширения которых удовлетворяют условию $0 < db/dx \leq \chi_*$. Сплошные кривые соответствуют уравнению $A = (1 + \chi_* / \beta_*) / [M^2 - (1 + \chi_* / \beta_*)]$; пунктирные кривые соответствуют уравнению

$$A = (M^2 - 1)^{-1}, \quad m = (1 + \beta_* / \chi_*)^{1/2}$$

ми и тем самым замкнуть систему уравнений (1.1) — (1.5).

Входящая в уравнения (2.1), (2.2) величина $(b/M) dM/dx$ характеризует эффективность ускорения в каждой точке канала. Для краткости будем ее в дальнейшем называть эффективностью ускорения. Обычно не целесообразно рассматривать ускорения с малой величиной эффективности

Пусть

$$\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} \geq \beta_* \quad (2.3)$$

Здесь β_* — некоторая минимальная величина эффективности ускорения плазмы, определяемая в каждой конкретной задаче из дополнительных условий. Для расширяющихся каналов условие справедливости предположения об одномерности потока плазмы запишется так:

$$0 < \frac{db}{dx} \leq \chi_* \quad (2.4)$$

Определим области изменения величин параметров A и Q , в которых удовлетворяются условия (2.3) и (2.4). Исключая из (2.1) и (2.2) последовательно Q и $(b/M) dM/dx$, получим соответственно

$$\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} = \frac{A + 1}{(M^2 - 1)A - 1} \frac{db}{dx}, \quad Q = \frac{M^2}{(M^2 - 1)A - 1} \frac{db}{dx} \quad (2.5)$$

Из (2.5), (2.3) и (2.4) получим неравенство

$$\frac{1}{M^2 - 1} < A \leq \frac{1 + \chi_* / \beta_*}{M^2 - (1 + \chi_* / \beta_*)} \quad (2.6)$$

На фиг. 1 и 2 в соответствии с (2.5) и (2.6) схематически представлены области значений параметров A и Q как функций M^2 , в которых удовлетворяются условия (2.3) и (2.4).

Из фиг. 1 можно сделать следующие выводы.

Ускорение плазмы возможно при объемной силе jH / c , направленной как в сторону движения потока, так и против него.

Если $jH / c < 0$, то ускорение возможно в диапазоне изменения числа Маха $0 < M^2 < 1 + \chi_* / \beta_*$, а если $jH / c > 0$ — при $M^2 > 1$.

При $-1 \leq A \leq 0$ — ускорение плазмы при рассматриваемых условиях невозможно. Область изменения Q , представлена на фиг. 2.

3. Максимальное изотермическое ускорение плазмы в равномерно расширяющемся канале. Как следует из [3], поперечное электрическое поле в плазме можно считать однородным по сечению канала, если плотность тока в плазме j меньше или равна максимальной плотности тока термоэмиссии с электродов при отсутствии самостоятельного разряда j_*

$$j \leq j_* \quad (3.1)$$

а проводимость плазмы σ не зависит от магнитного поля H (изотропна), если

$$\xi \geq 1 \quad (3.2)$$

Здесь

$$\xi = \frac{v_{in}}{\omega_i} \frac{v_e}{\omega_e}, \quad \omega_e = \frac{e |H|}{m_e c}, \quad v_{kl} = \tau_{kl}^{-1}$$

где τ_{kl} — время в течение которого частица с индексом k теряет вследствие взаимодействия с частицами индекса l импульс $m_k(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_l)$, $v_e = v_{ei} + v_{en}$.

Найдем диапазон ускорений потока плазмы, достигаемых при выполнении условий (3.1) и (3.2), если все остальные условия применимости уравнений (1.1) — (1.5) также выполняются.

Для этого рассмотрим два предельных случая:

а) максимальное при выполнении условий (3.1) и (3.2) изотермическое ускорение плазмы в канале постоянного сечения и

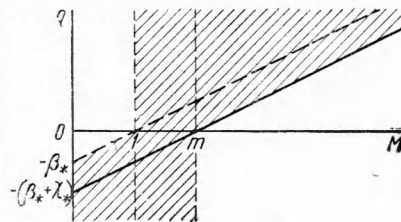
б) изотермическое ускорение плазмы в канале с максимальным по условию (2.4) углом расширения при минимальной по условию (2.3) эффективности.

Первому случаю соответствует наиболее трудный тепловой режим, а второму — наиболее легкий. Оба этих предельных случая будут частными случаями задач об изотермическом ускорении плазмы в равномерно расширяющемся канале при максимальном ускорении и ускорении с заданной постоянной эффективностью.

Условие (3.2) можно записать в таком виде:

$$\frac{H}{p} \leq \left(\frac{H}{p_*}\right) \left(\left(\frac{H}{p_*}\right) \equiv \frac{c}{e} \sqrt{\frac{3 \sqrt{m_e m_i} S_{in} (S_{en} + \alpha S_{ei}) \varepsilon}{kT}}\right) \quad (3.3)$$

Здесь ε — численный коэффициент, определяющий степень точности приближения изотропной плазмы, S_{kl} — эффективное сечение столкновений, $\alpha = n_e / (n_e + n_i)$ — степень ионизации плазмы.



Фиг. 2. Область изменения безразмерной величины $Q = jHb/pc$, в которой возможно эффективное ускорение плазмы в каналах, углы расширения которых удовлетворяют условию $0 < db/dx \leq \chi_*$. Сплошная кривая соответствует уравнению $Q = \beta[M^2 - (1 + \chi_* / \beta_*)]$ пунктирная кривая — уравнению $Q = \beta_*(M^2 - 1)$. $m = (1 + \chi_* / \beta_*)^{1/2}$

Уравнения (2.1) и (2.2) в случае $db/dx = \chi = \text{const}$ можно преобразовать к виду

$$\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} = \Phi \left(\frac{b}{b_0} \right)^2 - \chi \quad (b/b_0 = 1 + \chi x^\circ, \quad x^\circ = x/b_0) \quad (3.4)$$

$$\left[\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} (M^2 - 1) - \chi \right]^2 = \left(\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} + \chi \right) \Psi \quad (3.5)$$

Здесь Φ и Ψ — произвольные безразмерные параметры

$$\Phi = \frac{j^2 b_0}{\sigma p_0 u_0}, \quad \Psi = \frac{\sigma u_0 p_0 b_0}{c^2} \left(\frac{H}{p} \right)^2$$

Из (3.4) следует, что ускорение газа происходит только при

$$\Phi > \chi (b/b_0)^2 = \chi / (1 + \chi x^\circ)^2.$$

Будем рассматривать случай, когда проводимость плазмы $\sigma = \text{const}$ вдоль канала. Это соответствует предположению о независимости σ от плотности плазмы. Оно с достаточной точностью выполняется в плазме, образованной из газа с высоким потенциалом ионизации, с малой примесью газа с низким потенциалом ионизации (например, инертного газа с малой примесью паров щелочного металла) (см. приложение).

Из (3.4) следует, что наибольшая величина $(b/M)/dM/dx$ в пределах применимости уравнений (1.1) — (1.5) достигается при максимальной величине плотности тока $j = j_*$; если при этом выполняется условие (3.2). Величина $(b/M) dM/dx$ при этом тем больше, чем меньше χ .

Интегрируя уравнение (3.4) при $j = j_*$, получим

$$\frac{1}{p^\circ} = Mb/M_0 b_0 = \exp \{ \Phi [(b/b_0)^2 - 1] / 2\chi \} \quad (p^\circ \equiv p/p_0) \quad (3.6)$$

При этом $dM/dx > 0$, если $\Phi > \chi$. Условие (2.3) будет выполняться при $\Phi \geq \chi + \beta$. Как следует из (2.6), в рассматриваемом случае

$$A = \frac{cj}{\sigma u H} = \frac{1 + \chi_*/\beta_*}{M^2 - (1 + \chi_*/\beta_*)} \quad (3.7)$$

Отсюда при $j = j_*$

$$H = \frac{cj_*}{\sigma u_0} \frac{M_0}{M} \frac{M^2 - (1 + \chi_*/\beta_*)}{1 + \chi_*/\beta_*} \quad (3.8)$$

При $\chi = 0$

$$\frac{1}{p^\circ} = M/M_0 = \exp(\Phi x^\circ) \quad (3.9)$$

Если при выполнении условия (3.1) достигается крайняя граница условия (3.2), то наибольшая величина $(b/M)dM/dx$ в области применимости исходных уравнений будет достигаться при $H/p = (H/p)_*$.

Разрешая (3.5) относительно $(b/M)dM/dx$, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{b}{M} \frac{dM}{db} = \frac{1}{M^2 - 1} + \frac{\Psi}{2\chi(M^2 - 1)^2} (1 + \sqrt{1 + 4\chi M^2 (M^2 - 1) / \Psi}) \quad (3.10)$$

При этом

$$p^\circ = M_0 b_0 / Mb, \quad H = (H/p)_* M_0 p_0 b_0 / Mb \quad (3.11)$$

Из (3.7) и (3.11)

$$j = \frac{\sigma u_0 b_0}{cb} \left(\frac{H}{p} \right)_* p_0 \frac{1 + \chi_*/\beta_*}{M^2 - (1 + \chi_*/\beta_*)} \quad (3.12)$$

Максимально достижимая при условии (2.3) величина $M = M_{\max}$ определяется из следующей формулы (см. (3.10) и (2.3)):

$$\frac{1}{M_{\max}^2 - 1} + \frac{\Psi}{2\chi(M_{\max}^2 - 1)} (1 + \sqrt{1 + 4\chi M_{\max}^2 (M_{\max}^2 - 1) / \Psi}) = \frac{\beta}{\chi} \quad (3.13)$$

При $\chi = 0$

$$x^\circ = [(M^4 - M_0^4) / 4 - (M^2 - M_0^2) + \ln(M / M_0)] / \Psi \quad (3.14)$$

$$H = \left(\frac{H}{p}\right)_* \frac{M_0 p_0}{M}, \quad j = \frac{\sigma a_0 p_0 M_0}{c(M^2 - 1)} \left(\frac{H}{p}\right)_*$$

Максимальная при условии (2.3) величина M в этом случае равна

$$M_{\max} = [(\Psi / \beta)^{1/2} + 1]^{1/2} \quad (3.15)$$

Итак, максимальное изотермическое ускорение потока плазмы в равномерно расширяющемся канале при выполнении условий (3.1) и (3.2) достигается при предельных значениях ограничиваемых параметров.

Естественно предполагать, что в случае невыполнения этих условий можно достичь больших ускорений, т. е. разгонять плазму до больших скоростей на заданной длине канала.

Рассмотрим случай, когда условие $\epsilon \gg 1$ не удовлетворяется, т. е. случай анизотропной плазмы.

В работе [3] было установлено, что при заданной величине $E^* = E - uH/c$ величины действующих на плазму объемной силы и подводимой к плазме удельной мощности имеют максимум в зависимости от величины H . Если $A \ll 1$, то оба максимума достигаются при $\xi = 1$.

При этом

$$\frac{H}{p} = \frac{c}{e} \sqrt{\frac{3V m_e m_i S_{in} (S_{en} + \alpha S_{ei})}{kT}} \quad (3.16)$$

В случае, когда $\xi = 1$ и $H/p = \text{const}$ можно использовать обычные уравнения сплошных сред (1.1) — (1.5), если соответственно изменить выражение для проводимости плазмы σ .

Проводимость анизотропной плазмы в данном случае (см., например, [3])

$$\sigma_\xi = \frac{en_e c}{|H|} \frac{v_{in}}{\omega_i} (1 + \xi) \quad (3.17)$$

При $\xi = 1$ $\sigma_\xi = \sigma / 2$, где $\sigma = e^2 n_e / m_e v_e$ — проводимость изотропной плазмы.

Решение задачи о максимальном ускорении анизотропной плазмы дается формулой (3.10), где в Ψ вместо $(H/p)_*$ берется величина H/p , даваемая формулой (3.15). Из (3.15) следует, что в этом случае максимальная при условии (2.3) величина M будет больше, чем в случае изотропной плазмы (при $(\Psi/\beta)^{1/2} \ll 1$ в $\epsilon^{-1/2}$ раз).

4. Изотермическое ускорение плазмы с заданной постоянной эффективностью в равномерно расширяющемся канале.

Рассмотрим случай, когда

$$\frac{b}{M} \frac{dM}{dx} = \beta = \text{const} \quad (4.1)$$

$$\frac{db}{dx} = \chi = \text{const} \quad (4.2)$$

Интегрируя (4.2), получим

$$b = b_0 + \chi x \quad \text{или} \quad b/b_0 = 1 + \chi x^\circ \quad (4.3)$$

Подставляя выражение для b из (4.3) в (4.1) и интегрируя, получим

$$M/M_0 = (1 + \chi x^\circ)^{\beta/\chi} \quad \text{или} \quad x^\circ = [(M/M_0)^{\chi/\beta} - 1]/\chi \quad (4.4)$$

Из (4.3) и (4.4)

$$b/b_0 = (M/M_0)^{\chi/\beta} \quad (4.5)$$

Из (4.5) и (3.11)

$$p^\circ = (M_0/M)^{1+\chi/\beta} \quad (4.6)$$

Из (2.5), (4.1) и (4.2)

$$Q = \beta [M^2 - (1 + \chi/\beta)], \quad A = \frac{1 + \chi/\beta}{M^2 - (1 + \chi/\beta)} \quad (4.7)$$

Отсюда

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{A_0}{A} = \frac{M^2 - (1 + \chi/\beta)}{M_0^2 - (1 + \chi/\beta)} \quad (4.8)$$

По определению

$$Q/Q_0 = j^\circ H^\circ b/p^\circ b_0, \quad A/A_0 = j^\circ M_0/H^\circ M \quad (4.9)$$

Здесь

$$j^\circ = j/j_0, \quad H^\circ = H/H_0$$

Из (4.8) и (4.9)

$$j^\circ = (M_0/M)^{\chi/\beta} = b_0/b = (1 + \chi x^\circ)^{-1}$$

$$H^\circ = \left(\frac{M_0}{M}\right)^{1+\chi/\beta} \frac{M^2 - (1 + \chi/\beta)}{M_0^2 - (1 + \chi/\beta)} \quad (4.10)$$

Максимально достижимая при выполнении условий (3.1) и (3.3) величина M определяется по формуле (см. (4.9), (4.10) и (3.3))

$$\frac{M_{\max}^2 - (1 + \chi/\beta) H_0}{M_0^2 - (1 + \chi/\beta) p_0} = \left(\frac{H}{p}\right)_* \quad (4.11)$$

При $\chi = 0$

$$\frac{M}{M_0} = \frac{1}{p^\circ} = \exp(\beta x^\circ), \quad j = j_0 = \text{const}, \quad H^\circ = \frac{M_0}{M} \frac{M^2 - 1}{M_0^2 - 1} \quad (4.12)$$

Решение задачи в этом случае совпадает с решением предыдущей задачи об ускорении плазмы с постоянной эффективностью (см. (3.9)), если вместо j_* рассматривать произвольное $j_0 \leq j_*$.

Если $\Phi = \beta$, то максимальное изотермическое ускорение плазмы в канале постоянного сечения будет равно ускорению с минимальной по условию (2.3) эффективностью. Если $\Phi > \beta$, то, как следует из (3.15) и (4.11), максимальная величина M в первом случае будет больше, чем во втором.

Решенные выше задачи включают в себя оба предельных по ускорениям и тепловым режимам случая. Решение задачи о максимальном ускорении плазмы в канале постоянного сечения дается в п. 3. Решение задачи об изотермическом ускорении плазмы с минимальной по условию (2.3) эффективностью в канале с максимальным углом расширения дается в п. 4 при замене произвольных β и χ на β_* и χ_* .

При максимальном изотермическом ускорении плазмы в канале постоянного сечения при выполнении условий (3.1) и (3.2) достигаются самые большие эффективности ускорения и самые большие при эффективном ускорении числа M , но при этом тепловой режим ускорителя оказывается наиболее тяжелым.

При ускорении плазмы с минимальной эффективностью в расширяющемся канале тепловой режим ускорителя оказывается наиболее легким, но при этом эффективность ускорения и максимальные числа M меньше, чем в первом случае.

5. Приложение. При температурах, которые могут выдерживать существующие в настоящее время материалы, степень термической ионизации обычных газов очень мала. Для повышения степени термической ионизации и связанной с ней проводимости в газы с большим потенциалом ионизации (V_{iA}) вводят небольшие добавки паров веществ с низким потенциалом ионизации (V_{iB}), например, пары щелочных металлов. При этом наиболее интересен случай, когда

$$\exp V_{iA} \ll \exp V_{iB}, \quad \alpha_A / \alpha_B \ll \eta \ll 1 \quad (\eta \equiv n_B / n_A) \quad (5.1)$$

где n — число частиц в единице объема.

В случае смеси газов степень ионизации смеси в целом

$$\alpha^\circ = \sum_m n_{im} / \sum_m (n_{im} + n_{nm}) \quad (5.2)$$

и каждого газа в отдельности

$$\alpha_m = n_{im} / (n_{im} + n_{nm}) \quad (5.3)$$

определяется системой уравнений (см., например, [4])

$$\frac{\alpha_m}{1 - \alpha_m} \frac{\alpha^\circ}{1 + \alpha^\circ} = 2 \frac{g_{nm}}{g_{im}} \left(\frac{2\pi m_e}{h} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{5/2}}{p^\circ} e^{-\frac{eV_{im}}{kT}} \left(p^\circ = \sum_k \sum_m p_{km} \right) \quad (5.4)$$

Здесь g_{nm} и g_{im} — статические веса квантовых состояний нейтральной частицы и иона газа с индексом m соответственно, h — постоянная Планка. В случае (5.1)

$$\alpha^\circ = \frac{\alpha_A + \alpha_B \eta}{1 + \eta} \approx \alpha_B \eta \ll 1 \quad (5.5)$$

Подставляя (5.5) в (5.4), написанное для газа B , найдем

$$\frac{\alpha_B}{1 - \alpha_B} = 2 \frac{g_{nB}}{g_{iB}} \left(\frac{2\pi m_e}{h} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{5/2}}{p^\circ \eta} e^{-\frac{eV_{iB}}{kT}} \quad (5.6)$$

Отсюда

$$\alpha_B = j \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{j}} \right) \left(j \equiv \frac{g_{nB}}{g_{iB}} \left(\frac{2\pi m_e}{h} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{5/2}}{p^\circ \eta} e^{-\frac{eV_{iB}}{kT}} \right) \quad (5.7)$$

Поделив левую и правую части уравнения (5.4), написанного для газа A , соответственно на левую и правую части того же уравнения, написанного для газа B , и используя (5.7), получим

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{1}{1 - j(-1 + \sqrt{1 + 2/j})} \frac{g_{nA} g_{iB}}{g_{nB} g_{iA}} e^{-\frac{e}{kT}(V_{iA} - V_{iB})} \quad (5.8)$$

Если $\rho_B / \rho_A = n_B m_B / n_A m_A \ll 1$, то к этому случаю применима рассматриваемая в работе [3] теория движения трехкомпонентной плазмы.

Если $\alpha S_{ei} \ll S_{en}$, то $\sigma \sim \alpha$.

При интересующих нас температурах $\alpha_B \sim 1$. При этом α° и σ практически не будут зависеть от плотности газа.

Поступила 14 VIII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Resler E. L., Sears W. R. The prospects for magneto-aerodynamics. JAS, 1958, 25, № 4.
2. Resler E. L., Sears W. R. Magneto-gasdynamics channel flow. ZAMP, 1958, 9в, № 5/6.
3. Сарычев В. М. Движение в трубе потока плазмы во внешних скрещенных электрических и магнитных полях. ПМТФ, 1961, № 1.
4. Энгель А. и Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. ОНТИ 1935, т. 1.