

**НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ
В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ К СКВАЖИНЕ
С ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМ ЗАБОЕМ**

С. Н. Багир-заде, Г. Ш. Гусейнов

(Баку)

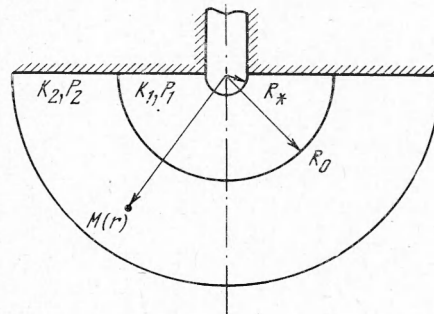
Исследуется движение жидкости к скважине с полусферическим забоем при нестационарной сферически-радиальной фильтрации в трещиновато-пористом пласте, состоящем из вложенных одна в другую полусферических областей с различными значениями проницаемостей системы трещин.

Преобразованием Лапласа найдены точные решения задач о понижении пластового давления в зависимости от времени и расстояния, а также дебита скважины, действующей при постоянном забойном давлении. Рассмотрены частные случаи, соответствующие разработке замкнутых и ограниченных открытых трещиновато-пористых пластов центральной скважиной с полусферическим забоем.

На основе численных расчетов установлено влияние параметров трещиновато-пористых пластов на изменение показателей процесса их разработки. Установлено, что при разработке трещиновато-пористых пластов процесс понижения забойного давления скважины и ее дебит стабилизируются при достаточно больших значениях времени.

1. Формулировка задачи. Процесс бурения скважин в нефтяных месторождениях с трещиновато-пористыми типами коллекторов может нарушаться поглощением раствора вплоть до потери циркуляции [1]. Это не позволяет вскрыть большую часть эффективной мощности. Отношение вскрытой части пласта к общей его мощности в ряде случаев можно считать малым, а поток жидкости к скважине — сферически-радиальным. Следует предположить, что забой скважины имеет полусферическую форму.

Для решения гидродинамических задач предполагается, что вокруг скважины радиуса R_* имеется полусферическая область $R_* \leq r \leq R_0$ с одной проницаемостью системы трещин, а за ее пределами $R_0 \leq r < \infty$ проницаемость имеет другую величину. Схематическое изображение пластовой системы приведено на фиг. 1.



Фиг. 1

Требуется определить процесс понижения давления в произвольной точке вложенных одна в другую полусферических трещиновато-пористых сред и дебит скважины с полусферическим забоем в процессе разработки.

Согласно общей теории фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористой среде [2-4] основное дифференциальное уравнение применительно к сферически-радиальному потоку можно написать в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 u_i^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{1-\omega}{k_i} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\omega}{k_i} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \tau} = 0$$

$$\begin{aligned}
 (1 - \omega) \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda (u_i^{(2)} - u_i^{(1)}) &= 0 \quad (i = 1, 2) \\
 u_i^{(j)}(\xi, \tau) &= p_0 - p_i^{(j)}(\xi, \tau), \quad \xi = r/R_*, \quad \lambda = dR_*^2 k_i^{(1)}/k_i^{(2)} \\
 (1.2) \quad \omega &= \frac{m_i^{(2)} \beta_i^{(2)}}{m_i^{(1)} \beta_i^{(1)} + m_i^{(2)} \beta_i^{(2)}}, \quad \tau = \frac{k_1^{(2)} t}{\mu R_*^2 (m_i^{(1)} \beta_i^{(1)} + m_i^{(2)} \beta_i^{(2)})} \\
 k_i &= \begin{cases} 1, & i = 1 \\ k_0 = \frac{k_2^{(2)}}{k_1^{(2)}}, & i = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

где α — коэффициент, обуславливающий обмен жидкости между системами блоков и трещин среды, P_0 и $P(\xi, \tau)$ — начальное и текущее давления, k — коэффициент проницаемости пористой среды, μ — динамический коэффициент вязкости фильтрующейся жидкости, m и β — пористость и упругость пласта, t — время.

Верхние индексы 1 и 2 в функциях давления и параметров пласта относятся соответственно к системам блоков и трещин среды, а нижние — к принятым на фиг. 1 полусферическим областям пласта.

Задача сводится к интегрированию системы (1.1) при следующих начальных и граничных условиях:

$$(1.3) \quad u_1^{(i)}(\xi, 0) = u_2^{(i)}(\xi, 0) = 0 \quad (i = 1, 2)$$

$$(1.4) \quad u_1^{(2)}(\xi_0, \tau) = u_2^{(2)}(\xi_0, \tau), \quad \frac{\partial}{\partial \xi} u_1^{(2)}(\xi_0, \tau) = k_0 \frac{\partial}{\partial \xi} u_2^{(2)}(\xi_0, \tau)$$

$$(1.5) \quad u_2^{(1)}(\infty, \tau) = u_2^{(2)}(\infty, \tau) = 0, \quad \xi_0 = R_0/R_*$$

Условия (1.3) — (1.5) следует дополнить заданием величины давления или дебита на полусферической поверхности скважины. Далее приведены решения задач для различных режимов работы скважины.

2. Определение поля давления трещиновато-пористого пласта при постоянном дебите скважины, равном q_0 . Условие постоянства дебита скважины с полусферическим забоем при сферически-радиальной фильтрации запишется в виде

$$(2.1) \quad \lim_{\xi \rightarrow 1} \left[\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} u_1^{(2)}(\xi, \tau) \right] = - \frac{\mu q_0}{2\pi k_1^{(2)}} \equiv - Q$$

Применив к системам (1.1) преобразование Лапласа [5] по времени и исключив затем функции $u_i^{(j)}(\xi, \tau)$ из преобразованных систем с учетом начального условия (1.3), получим

$$(2.2) \quad \xi^{-2} \frac{d}{d\xi} \left[\xi^2 \frac{d}{d\xi} U_i^{(2)}(\xi, s) \right] - \frac{S}{k_i} U_i^{(2)}(\xi, s) = 0 \quad (i = 1, 2)$$

$$(2.3) \quad S = s[\omega(1 - \omega)s + \lambda][1 - \omega)s + \lambda]^{-1}$$

Общие решения уравнений (2.2) имеют вид [6,7]

$$(2.4) \quad U_i^{(2)}(\xi, s) = \frac{A_i}{\xi} \exp(-\xi \sqrt{S/k_i}) + \frac{B_i}{\xi} \exp(\xi \sqrt{S/k_i}) \quad (i = 1, 2)$$

где A_i и B_i — постоянные интегрирования, подлежащие определению.

По условию (1.5) для достаточно больших значений ξ понижение давления внешней зоны пласта должно обратиться в нуль, поэтому следует принять $B_2 = 0$. Найдя оставшиеся постоянные из условий (1.4) и (2.1), подвергнутых преобразованию Лапласа, и подставляя их выражения в

(2.4), решение задачи можно представить в виде

$$(2.5) \quad \frac{U_1^{(2)}(\xi, s)}{Q} = \frac{\xi_0 \sqrt{k_0 S} + k_0 - 1}{\xi_s \Phi(S)} \operatorname{sh} \sqrt{S} (\xi_0 - \xi) + \frac{\xi_s \sqrt{S}}{\xi_s \Phi(S)} \operatorname{ch} \sqrt{S} (\xi_0 - \xi)$$

$$(2.6) \quad \frac{U_2^{(2)}(\xi, s)}{Q} = \frac{\xi_0 \sqrt{S}}{\xi_s \Phi(S)} \exp[\sqrt{S k_0} (\xi_0 - \xi)]$$

$$(2.7) \quad \Phi(x) = (\xi_0 x + \xi_0 \sqrt{k_0 x} + k_0 - 1) \operatorname{sh} \sqrt{x} (\xi_0 - 1) + \\ + [\xi_0 x \sqrt{k_0} + (\xi_0 + k_0 - 1) \sqrt{x}] \operatorname{ch} \sqrt{x} (\xi_0 - 1)$$

Поскольку аргументы функций, входящих в лапласовы изображения (2.5) и (2.6), содержат дробно-линейную функцию, S , определяемую выражением (2.3), переход от изображения к оригиналу целесообразно осуществить по теореме Эфроса [5,8] аналогично [9]. Введя обозначения

$$(2.8) \quad F_i(\xi, s) = s U_i^{(2)}(\xi, s) |_{s=s}, \quad g(x, s) = s^{-1} \exp(-xS)$$

перейдя к оригиналам и опустив подробности выкладки перехода по контуру Бромвича [10], можно получить

$$(2.9) \quad \frac{u_i^{(2)}(\xi, \tau)}{Q} = \frac{2}{\pi \xi \sqrt{k_0}} \int_0^\infty \frac{1 - \exp(-u^2 \tau / \omega)}{f_1^2(\xi_0, u) + \Omega_1^2(\xi_0, u)} f_i(\xi, u) \frac{du}{u^2} - \\ - \frac{2\lambda}{\pi \xi \sqrt{k_0}} \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] d\theta \int_0^\infty \frac{f_i(\xi, u) \exp(-u^2\theta)}{f_1^2(\xi_0, u) + \Omega_1^2(\xi_0, u)} du$$

$$(2.10) \quad f_1(x, u) = \sin u (x - 1) + u \cos u (x - 1), \quad b = \lambda (1 - \omega)^{-1}$$

$$(2.11) \quad f_2(\xi, u) = \Omega_1(\xi_0, u) \sin u \frac{\xi_0 - \xi}{\sqrt{k_0}} - f_1(\xi_0, u) \cos u \frac{\xi_0 - \xi}{\sqrt{k_0}}$$

$$(2.12) \quad \Omega_1(\xi_0, u) = \frac{k_0 - 1 - \xi_0 u^2}{\xi_0 \sqrt{k_0} u} \sin u (\xi_0 - 1) + \sqrt{k_0} \cos u (\xi_0 - 1)$$

$$(2.13) \quad \varepsilon(x) = \int_0^x \exp(-\lambda z) I_0(2\sqrt{b\lambda z}(\tau - \omega\theta)) dz \quad (i = 1, 2)$$

где $I_0(z)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента первого рода нулевого порядка.

Полученные точные решения (2.9) описывают процесс перераспределения безразмерного понижения давления в частях неоднородного по проницаемости системы трещин трещиновато-пористого пласта полусферической формы на произвольном расстоянии от полусферической поверхности скважины в любой момент времени.

Полагая в (2.9) $\xi = 1$, можно найти безразмерное понижение давления на поверхности скважины в виде

$$(2.14) \quad u_1^*(1, \tau) \equiv \frac{u_1}{Q} = \frac{2}{\pi \sqrt{k_0}} \int_0^\infty \frac{1 - \exp(-u^2 \tau / \omega) - u^2 V(\tau, u)}{f_1^2(\xi_0, u) + \Omega_1^2(\xi_0, u)} \frac{du}{u^2}$$

$$(2.15) \quad V(\tau, u) = \lambda e^{-b\tau} \int_0^{\tau/\omega} \exp[-(u^2 - b\omega)\theta] \varepsilon(\theta) d\theta$$

Формула (2.14) упрощается для однородной по проницаемости системы трещин всего трещиновато-пористого пласта ($k_0 = 1$). Знаменатель подынтегрального выражения принимает вид

$$(2.16) \quad f_1^2(\xi_0, u) + \Omega_1^2(\xi_0, u) = 1 + u^2$$

С учетом соотношения 3.466 (I) из [11] имеем

$$(2.17) \quad u_1^*(1, \tau)|_{\omega=1} = 1 - e^{\tau/\omega} \operatorname{erfc}(\sqrt{\tau/\omega}) - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} V(\tau, u) \frac{udu}{1+u^2}$$

Приняв $\omega = 1$, можно показать, что интегральное слагаемое обращается в нуль и формула (2.17) переходит в решение для гранулярной среды [12]

$$(2.18) \quad u_1^*(1, \tau)|_{\omega=1} = 1 - e^{\tau} \operatorname{erfc}(\sqrt{\tau})$$

зависящая от времени часть которой протабулирована в [13].

Можно показать, что при $k_0 = \xi = 1$ лапласово изображение (2.5) принимает вид

$$(2.19) \quad U_1/Q = s(1 + S^{1/2})^{-1}$$

Разложив правую часть (2.19) в ряд и оставив в нем первые два слагаемых, для малых значений параметра s (для больших τ) получим

$$(2.20) \quad \begin{aligned} U_1/Q &\approx 1/s - \sqrt{\omega/s}(s + b/\omega)^{1/2}(s + b)^{-1/2} = \\ &= 1 - \left(\frac{\omega}{\pi\tau}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{b\tau}{\omega}\right) \left\{1 + \int_0^1 \exp\left(\frac{b\tau - u^2}{\omega}\right) \times \right. \\ &\times \left. \left[\frac{2-\omega}{\omega} I_0\left(\frac{b\tau u^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{b\tau u^2}{2}\right)\right] \exp\left(-\frac{b\tau u^2}{2}\right) du \right\} \end{aligned}$$

При $\omega = 1$ (1.20) имеем

$$(2.21) \quad (U_1/Q)_{\omega=1} \approx s^{-1} + s^{-1/2} = 1 - (\pi\tau)^{-1/2} \approx u_1^*(1, \tau)$$

Асимптотическая формула (2.21) описывает процесс понижения забойного давления в гранулярной среде при достаточно больших значениях времени.

Общие решения (2.5) и (2.6) данной задачи позволяют рассмотреть частные случаи $k_0 = 0, \infty$, представляющие самостоятельный интерес.

Пусть $k_0 = k_2^{(2)} = 0$. Это соответствует случаю, когда замкнутый трещиновато-пористый пласт полусферической формы разрабатывается скважиной с полусферическим забоем при постоянном отборе жидкости. Общие решения (2.5) и (2.6) преобразуются к виду

$$(2.22) \quad \lim_{k \rightarrow 0} U_i(\xi, s) = \begin{cases} \frac{Q}{\xi^s} \frac{\xi_0 \sqrt{S} \operatorname{ch} \sqrt{S}(\xi_0 - \xi) - \operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - \xi)}{(\xi_0 S - 1) \operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - 1) + \sqrt{S}(\xi_0 - 1) \operatorname{ch} \sqrt{S}(\xi_0 - 1)}, & i = 1 \\ 0, & i = 2 \end{cases}$$

оригинал которого можно представить в виде

$$(2.23) \quad \begin{aligned} u_1^*(1, \tau) &= \frac{(\xi_0 - 1)^2 + 3\xi_0}{1/3(\xi_0 - 1)^4 + \xi_0(2\xi_0^2 - \xi_0 + 2)} \frac{\tau/\omega}{\xi_0 - 1} + \\ &+ 2(\xi_0 - 1) \sum_{n=1}^{\infty} d_n^{-2} \frac{d_n^2 \xi_0^2 + (\xi_0 - 1)^2}{d_n^2 \xi_0^2 + (\xi_0^2 + \xi_0 + 1)(\xi_0 - 1)^2} \times \\ &\times \left\{1 - \exp\left[\frac{-d_n^2 \tau}{\omega(\xi_0 - 1)^2}\right]\right\} - \\ &- \lambda \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) f_3(1, \xi_0, \theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] d\theta \end{aligned}$$

$$(2.24) \quad f_3(\xi, \xi_0, x) = [(\xi_0 - 1)^2 + 3\xi_0(\xi_0 - 1)^{-1} [^{1/3}(\xi_0 - 1)^4 + \xi_0(2\xi_0^2 - \\ - \xi_0 + 2)]^{-1} + \frac{2}{\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n \xi_0}{\xi_0 - 1} \cos d_n \frac{\xi_0 - \xi}{\xi_0 - 1} - \sin d_n \frac{\xi_0 - \xi}{\xi_0 - 1} \times \\ \times [d_n \xi_0 \cos d_n + (\xi_0^2 + 1) \sin d_n]^{-1} \exp \left[-\frac{d_n^2 x}{(\xi_0 - 1)^2} \right]$$

Здесь d_n — корни трансцендентного уравнения

$$(2.25) \quad d/\operatorname{tg} d - 1 = d^2 \xi_0 (\xi_0 - 1)^{-2}$$

Пусть $k_0 = k_2^{(2)} = \infty$. Это соответствует случаю, когда на внешней полусферической поверхности трещиновато-пористого пласта радиуса $\xi_0 = R_0/R_c$ удерживается постоянное давление p , в течение процесса разработки. Общие решения (2.5) и (2.6) представляются в виде

$$(2.26) \quad \lim_{k_0 \rightarrow \infty} U_i^{(2)}(\xi, s) = \begin{cases} \frac{1}{\xi^s} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - \xi)}{\operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - 1) + \sqrt{S} \operatorname{ch} \sqrt{S}(\xi_0 - 1)}, & i = 1 \\ 0, & i = 2 \end{cases}$$

Оригинал изображения (2.26) можно получить в виде

$$(2.27) \quad u_1^*(1, \tau) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_0 - 1}{\beta_n^2 + \xi_0(\xi_0 - 1)} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-\beta_n^2 \tau / \omega}{(\xi_0 - 1)^2} \right] \right\} - \\ - \lambda \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) f_4(1, \xi_0, \theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] d\theta$$

$$(2.28) \quad f_4(1, \xi_0, x) = \frac{2}{\xi_0 - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n^2}{\beta_n^2 + \xi_0(\xi_0 - 1)} \exp \left[\frac{-\beta_n^2 x}{(\xi_0 - 1)^2} \right]$$

где β_n — корни уравнения

$$(2.29) \quad \beta^{-1} \operatorname{tg} \beta + (\xi_0 - 1)^{-1} = 0$$

Формула, соответствующая гранулярной среде ($\omega = 1$), имеет вид [12,14]

$$(2.30) \quad u_1^*(1, \tau) = 1 - \xi_0^{-1} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_0 - 1}{\beta_n^2 + \xi_0(\xi_0 - 1)} \exp \left[\frac{-\beta_n^2 \tau}{(\xi_0 - 1)^2} \right]$$

3. Определение дебита скважины, разрабатывающей трещиновато-пористый пласт, при постоянном забойном давлении. Предполагается, что неоднородный по проницаемости системы трещин трещиновато-пористый пласт разрабатывается центральной скважиной, на полусферической поверхности которой удерживается постоянное давление, равное p_* .

Заменив условия (2.1)

$$(3.1) \quad p_1^{(2)}(1, \tau) = p_* = \operatorname{const}$$

решение задачи в изображении Лапласа можно получить в виде

$$(3.2) \quad U_1^{(2)}(\xi, s) = \frac{\sqrt{S} \operatorname{ch} \sqrt{S}(\xi_0 - \xi) + ((k_0 - 1)/\xi_0 + k_0 \sqrt{S}) \operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - \xi)}{\xi_s \Delta(\xi_0, S)}$$

$$(3.3) \quad U_2^{(2)}(\xi, s) = \frac{\sqrt{S}}{\xi_s \Delta(\xi_0, S)} \exp[\sqrt{S}/k_0(\xi_0 - \xi)]$$

$$(3.4) \quad U_i^{(2)}(\xi, s) = u_i^{(2)}(\xi, \tau) \equiv [p_0 - p_i^{(2)}(\xi, \tau)](p_0 - p_*)^{-1}$$

$$(3.5) \quad \Delta(\xi_0, S) = \sqrt{S} \operatorname{ch} \sqrt{S}(\xi_0 - 1) + \left(\frac{k_0 - 1}{\xi_0} + \sqrt{k_0 S} \right) \operatorname{sh} \sqrt{S}(\xi_0 - 1)$$

По аналогии с введенными обозначениями (2.8) оригиналы изображений (3.2) и (3.3) по теореме Эфроса [5,8] можно найти в виде

$$(3.6) \quad u_{1,2}^{(2)}(\xi, \tau) = \varphi_{1,2}(\xi, \xi_0) - \frac{2\sqrt{k_0}}{\pi\xi} \int_0^\infty f_{5,6}(\xi, \xi_0, \frac{u^2\tau}{\omega}) \frac{du}{u^2} - \\ - \frac{2\lambda\sqrt{k_0}}{\pi\xi} \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] \int_0^\infty f_{5,6}(\xi, \xi_0, u^2\theta) du d\theta$$

В формулах (3.6) приняты обозначения

$$(3.7) \quad f_5(\xi, \xi_0, u^2x) = \frac{u^2 \sin u (\xi - 1) \exp(-u^2x)}{k_0 u^2 \sin^2 u (\xi_0 - 1) + \Omega_2^2(\xi, u)}$$

$$(3.8) \quad f_6(\xi, \xi_0, u^2x) = \\ = \frac{\Omega_2(\xi, u) \sin u (\xi_0 - \xi) / \sqrt{k_0} - u \sqrt{k_0} \sin u (\xi_0 - 1) \cos u (\xi_0 - \xi) / \sqrt{k_0}}{u^{-2} [k_0 u^2 \sin^2 u (\xi_0 - 1) + \Omega_2^2(\xi, u)] \exp(u^2x)}$$

$$(3.9) \quad \Omega_2(\xi, u) = (k_0 - 1) \xi^{-1} \sin u (\xi_0 - 1) + u \cos u (\xi_0 - 1)$$

$$(3.10) \quad \varphi_1(\xi, \xi_0) = \frac{k_0(\xi_0 - \xi) + \xi}{k_0(\xi_0 - 1) + 1} \xi^{-1}, \quad \varphi_2(\xi, \xi_0) = \frac{\xi_0 \xi^{-1}}{k_0(\xi_0 - 1) + 1}$$

Полученные формулы (3.6), являясь точными решениями задачи, описывают процесс понижения безразмерного давления во времени в произвольных точках внутренней и внешней областей трещиновато-пористого пласта, разрабатываемого скважиной с полусферическим забоем, при постоянном давлении.

Пользуясь выражением для $u_1^{(2)}(\xi, \tau)$ из (3.6), дебит скважины согласно линейному закону фильтрации Дарси можно определить в виде

$$(3.11) \quad Q(\tau) \equiv \frac{\mu q(\tau)}{2\pi k_1^{(2)} R_c (p_0 - p_c)} = \frac{k_0 \xi_0}{k_0(\xi_0 - 1) + 1} + \frac{2\sqrt{k_0}}{\pi} \int_0^\infty \times \\ \times \frac{u^2 \exp(-u^2\tau/\omega) du}{k_0 u^2 \sin^2 u (\xi_0 - 1) + \Omega_2^2(\xi, u)} + \frac{2\lambda}{\pi} \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] \times \\ \times d\theta \int_0^\infty \frac{u^4 \exp(-u^2\theta) du}{k_0 u^2 \sin^2 u (\xi_0 - 1) + \Omega_2^2(\xi, u)}$$

В случае однородного по проницаемости системы трещин пласта формулу (3.11) можно преобразовать к виду

$$(3.12) \quad Q(\tau) = 1 + \left(\frac{\omega}{\pi\tau}\right)^{1/2} + \frac{\lambda}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau/\omega} \varepsilon(\theta) \exp[-b(\tau - \omega\theta)] \frac{d\theta}{\theta^{3/2}}$$

При получении формулы (3.12) из (3.11) были использованы соотношения 3.321 (2) и 3.461 (2) из [11].

Решения (3.6) позволяют рассмотреть частные случаи для малых и больших значений отношения проницаемостей системы трещин пласта.

4. Численные расчеты. Для сравнения значений забойного давления в зависимости от времени по точной (2.18) и асимптотической (2.21) формулам для гранулярной среды произведены расчеты, из результатов которых следует их совпадение с достаточно высокой степенью точности, начиная с $\tau = 10$. Это видно из сравнительной записи: $\tau = 10, 50, 100, 1000, 10\ 000$; $u_1^*(1, \tau) = 0.82927, 0.91943, 0.94139, 0.97888, 0.99267$; $u_1^*(1, \tau) \approx \approx 0.83159, 0.92021, 0.94358, 0.98216, 0.99436$.

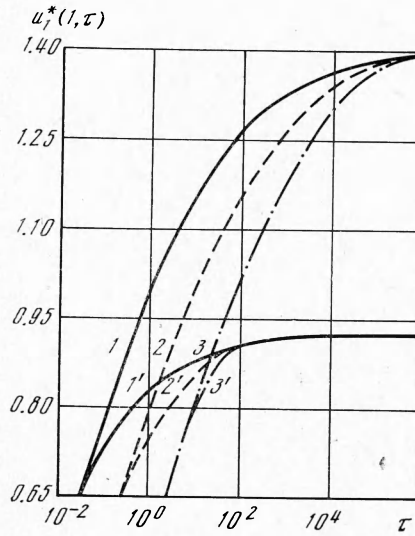
Результаты расчетов, произведенных по формуле (2.14) для отношения проницаемостей $k_0 = 0.2, 5$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$ и $\omega = 1, 0.1, 0.01$ при $\xi_0 = 10$, представлены кривыми фиг. 2. Кривые 1, 2, и 3 соответствуют значениям параметра $\omega = 0.01, 0.1$ и 1 при $k_0 = 0.2$, а кривые 1', 2' и 3' — этим же значениям параметров ω и λ , но при $k_0 = 5$.

Из сравнения кривых этой фигуры следует, что с увеличением отношения проницаемостей зон трещиновато-пористого пласта k_0 значения функции $u_1^*(1, \tau)$, соответствующие одному и тому же значению времени, уменьшаются.

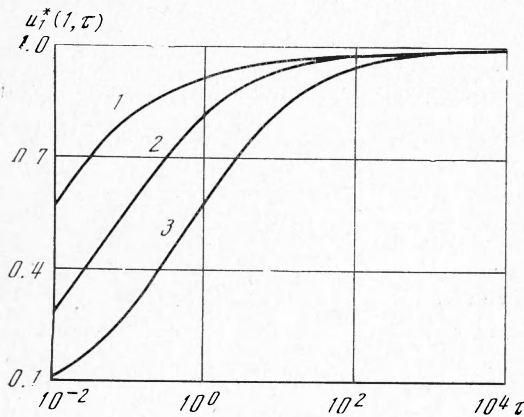
Кривые фиг. 3 построены на основании расчетов по формулам (2.17), (2.18) при $k_0 = 1$ и $\lambda = 0.005$. Кривые 1, 2, и 3 соответствуют значениям параметра трещинной емкости ω , равного соответственно 0.01, 0.1 и 1. Видно, что с уменьшением значения параметра ω функция $u_1^*(1, \tau)$ увеличивается, а затем примакает к кривой для гранулярной среды.

Кривые фиг. 2 и 3 приближаются к своим асимптотам, поскольку процесс понижения забойного давления стабилизируется при достаточно большом значении времени τ . Это характерно также для гранулярной среды [12, 14].

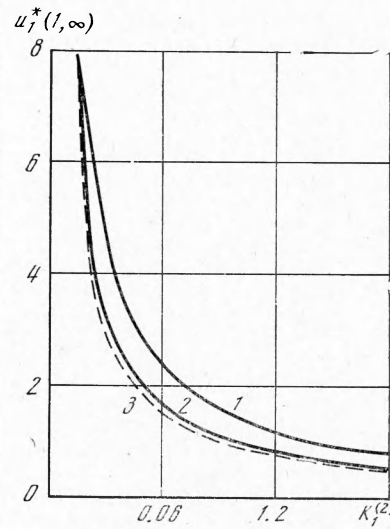
Величина функции понижения давления зависит от величины $k_1^{(2)}$. Вид этой зависимости показан на фиг. 4 для случая установившегося состояния $\tau \rightarrow \infty$. Кривые 1 и 3 построены для случая $\xi_0 = 10$, кривая 2 — для $\xi_0 = 500$. Сплошные линии соответствуют значению $k_0 = 0.2$, пунктирная — $k_0 = 5$.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Приведем результаты вычислений по формуле (3.12), определяющей величину безразмерного дебита скважины с полусферическим забоем во времени для различных значений параметров ω и λ

τ	0.001	0.005	0.01	0.1	1	10
$Q\left(\begin{matrix} \omega = 0.1 \\ \lambda = 5 \cdot 10^6 \end{matrix}\right)$	2.80	2.08	1.80	1.30	1.16	1.10
$Q\left(\begin{matrix} \omega = 0.01 \\ \lambda = 0.005 \end{matrix}\right)$	3.18	2.48	2.25	1.76	1.36	1.15
$Q\left(\begin{matrix} \omega = 0.1 \\ \lambda = 0.005 \end{matrix}\right)$	6.64	3.61	3.31	2.15	1.45	1.16
$Q\left(\begin{matrix} \omega = 1 \\ \lambda = \infty \end{matrix}\right)$	18.84	8.98	6.64	2.78	1.56	1.18

Из этих данных следует, что в гранулярных и в трещиновато-пористых пластах изменение дебита скважины с полусферическим забоем стабилизируется по истечении определенного промежутка времени в процессе разработки. В зависимости от величин параметров ω и λ дебиты скважин существенно отличаются при фиксированном τ . По мере увеличения параметра λ , а также с приближением величины ω к единице значение дебита скважины трещиновато-пористого пласта приближается к таковому для гранулярной среды.

Аналогичные выводы можно сделать для трещиновато-пористых пластов с неоднородной проницаемостью системы трещин $k_0 \neq 1$.

Процесс стабилизации понижения забойного давления скважины с полусферическим забоем и ее дебита при нестационарной сферически-радиальной фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых средах не является характерным для других видов течения (плоскопараллельных и плоскорадиальных), о чем свидетельствуют результаты исследований [9,15-17].

Значения функций, входящих в расчетные формулы, были взяты из [18-20].

Поступила 14 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Минчева Р. М. Особенности и общие закономерности разработки нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами. В сб. «Теория и практика разработки нефтяных месторождений». М., «Недра», 1967.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.
3. Warren J. E., Root P. J. The behaviors of naturally fractured reservoirs. Soc. Petrol. Engrs Journal, 1963, vol. 3, No. 3.
4. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970.
5. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Недра», 1972.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1968.
8. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М., Физматгиз, 1961.
9. Багир-Заде С. Н., Гусейнов Г. П. Исследование движения жидкости в трещиновато-пористом пласте при нестационарной фильтрации. ПМТФ, 1972, № 6.
10. Карслоу Г., Егер Г. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1972.
12. Chatas A. T. Unsteady spherical flow in petroleum reservoirs. Soc. Petrol. Engrs Journal, 1966, vol. 2, No. 2.
13. Фадеева В. Н., Терентьева Н. М. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., Гостехиздат, 1954.
14. Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И. Неустойчившееся сферическо-радиальное движение сжимаемой жидкости в упругом неоднородном пласте. Азерб. нефт. хоз-во, 1969, № 1.

15. Гусейнов Г. П., Багир-Заде С. Н. Одномерное движение жидкости в трещиновато-пористой среде. Тр. Азерб. научн.-исслед. и проектн. ин-та нефт. пром-сти, 1972, вып. 24.
16. Гусейнов Г. П., Багир-Заде С. Н. Приток жидкости к скважине, частично вскрывшей неоднородный трещиновато-пористый пласт при неустановившемся режиме фильтрации. Азерб. нефт. хоз-во, 1971, № 8.
17. Багир-Заде С. Н. Приток однородной жидкости к галерее в трещиновато-пористом пласте. Азерб. нефт. хоз-во, 1972, № 7.
18. Кармазина Л. Н., Чистова Э. Л. Таблицы функции Бесселя от мнимого аргумента и интегралов от них. М., Изд-во АН СССР, 1958.
19. Таблицы Барлоу. М., «Мир», 1965.
20. Сегал Б. И., Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1948.