

ТОЧЕЧНЫЙ ВЗРЫВ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Х. С. Кестенбойм, Ф. Д. Турецкая, Л. А. Чудов

(Москва)

В работе [1] для простейшей модели сильного взрыва был получен приближенный закон распространения фронта ударной волны в случае атмосферы, плотность которой экспоненциально зависит от высоты. Этот закон был уточнен в работе [2], где были также определены зависимости давления, плотности и скорости частиц, находящихся на фронте, от времени и угловой координаты. Приближенный учет двумерности явления имел место в работе [3]. Авторы исходили из предположения о локальной радиальности течения, в результате чего задача была сведена к одномерной с параметрической зависимостью решения от угловой координаты.

В работах [4,5] рассматривалась сравнительно поздняя стадия плоского взрыва; полученные асимптотические автомодельные решения были привязаны к точечному взрыву [6]. Аналогичные асимптотические рассмотрения были проведены в работах [7,8]. Первая попытка исследования задачи численно в точной постановке была предпринята в 1955 г. в работе К. И. Бабенко, А. М. Молчанова и В. В. Русанова [9] ¹.

В данной работе задача рассматривается в той же исходной постановке, что и в предыдущих работах; исследуется сильный точечный взрыв в экспоненциальной атмосфере без учета реальных свойств воздуха. Однако в отличие от предыдущих работ, где движение рассматривалось либо приближенными методами, либо для ранних моментов времени, когда неоднородность проявляется не очень сильно, здесь численно решаются точные уравнения газовой динамики и расчет доведен до более поздней фазы. Результаты расчета сравниваются с данными [2].

1. Постановка задачи. Рассматривается невязкий, совершенный газ, теплопроводность и излучение не учитываются. Плотность ρ_0' и давление p_0' атмосферы по экспоненциальному закону зависят от высоты z' , отсчитываемой от точки P_0 , где в начальный момент $t = 0$ выделяется энергия E_0

$$\rho_0' = \rho_{00}' \exp \frac{-z'}{\Delta}, \quad p_0' = p_{00}' \exp \frac{-z'}{\Delta} \quad (1.1)$$

Здесь Δ — масштаб неоднородности [6]. При взрыве образуется ударная волна, которая отделяет область течения возмущенного газа от невозмущенного. Явление обладает осевой симметрией, все характеристики зависят от цилиндрических координат z' , r' и от времени t' . Движение рассматривается в полуплоскости Π ($r' \geq 0$), ограниченной осью симметрии. Пусть p' — давление, ρ' — плотность, u' , v' — горизонтальная и вертикальная составляющие скорости. Безразмерные переменные вводятся по формулам

$$\begin{aligned} t &= \frac{t'}{(\rho_{00}' \Delta^3 / E)^{1/2}}, & z &= \frac{z'}{\Delta}, & r &= \frac{r'}{\Delta}, & \rho &= \frac{\rho'}{\rho_{00}'} \\ p &= \frac{p'}{E / \Delta^3}, & u &= \frac{u'}{(E / \rho_{00}' \Delta^3)^{1/2}}, & E &= \frac{E_0'}{\alpha_0} \end{aligned} \quad (1.2)$$

где безразмерный множитель α_0 зависит [10,11] от коэффициента адиабаты γ , предполагаемого постоянным.

¹ См. также: Русанов В. В. Докторская диссертация, М., 1968.

Уравнения, описывающие движение, принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + A_g = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma p \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) &= 0, \quad A_g = \frac{g \rho_{00}' \Delta^4}{E} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Граничными условиями на ударной волне будут условия Рэнкина — Гюгонио

$$\begin{aligned} \rho &= e^{-z} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{A_p}{N^2} \right]^{-1}, \quad p = e^{-z} \frac{2}{\gamma+1} N^2 \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{A_p}{N^2} \right] \\ u &= \frac{2}{\gamma+1} N \cos \sigma \left[1 - \gamma \frac{A_p}{N^2} \right], \quad v = \frac{2}{\gamma+1} N \sin \sigma \left[1 - \gamma \frac{A_p}{N^2} \right], \quad A_p = \frac{\rho_{00}' \Delta^3}{E} \end{aligned} \quad (1.4)$$

где N — скорость распространения ударной волны, σ — угол нормали к фронту с осью r . На оси $r = 0$ ставятся условия симметрии

$$u = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (1.5)$$

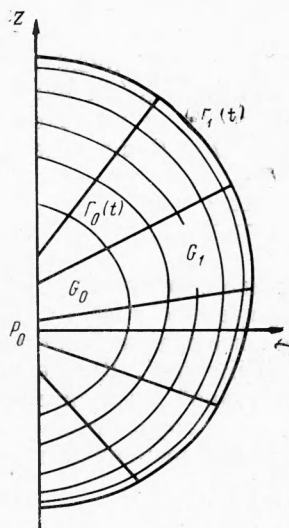
Взрыв предполагается сильным, параметры A_g и A_p в соотношениях (1.3) и (1.4), представляющие собой влияние силы тяжести и противодавления, полагаются равными нулю. Решение полученной таким образом задачи зависит от единственного безразмерного параметра — показателя адиабаты γ .

2. Метод решения. В полуплоскости Π выделяется центральная область G_0 (в дальнейшем обозначается ц.о.) с границей $\Gamma_0(t)$, содержащей точку взрыва P_0 . Граница $\Gamma_0(t)$ в процессе решения задачи выбирается таким образом, чтобы давление во всей ц.о. можно было считать постоянным. Физической основой этого допущения является высокая скорость распространения возмущений в окрестности точки P_0 .

Для каждого момента давление в ц.о. определяется с помощью энергетического баланса; плотность и скорость, необходимые для вычисления кинетической энергии, экстраполируются в ц.о. из области разностного счета G_1 , ограниченной кривой $\Gamma_0(t)$, фронтом ударной волны $\Gamma_1(t)$ и двумя отрезками оси симметрии (фиг. 1).

С помощью специальной системы координат, схематически изображенной на фиг. 1, область G_1 отображается на фиксированный прямоугольник в плоскости расчетных переменных (ξ, ϑ) . Уравнения движения (1.3), преобразованные к переменным (τ, ξ, ϑ) , аппроксимируются с помощью явной двухслойной схемы, впервые использованной Г. С. Росляковым и Л. А. Чудовым в 1962 г. для решения задачи о сверхзвуковом обтекании затупленного тела [12].

Для расчета фронта ударной волны к условиям Рэнкина — Гюгонио присоединяется уравнение для полной скорости частиц на фронте. На участках границы, соответствующих отрезкам оси симметрии, используются разностные аппроксимации условий симметрии (1.5).



Фиг. 1

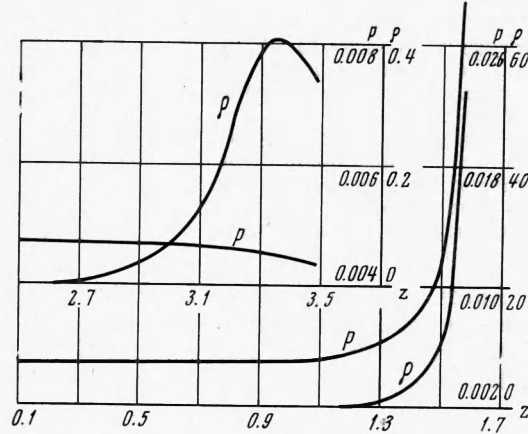
Для подавления осцилляций, возникающих при наличии больших градиентов, применяется сглаживание.

Контроль проводится с помощью баланса энергии.

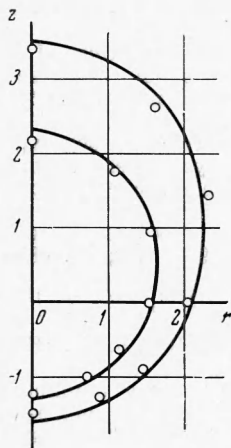
3. Результаты расчетов. Предложенный метод проверялся на различных одномерных задачах, в частности на решении задачи о точечном взрыве в однородной атмосфере с учетом противодействия. Было получено хорошее совпадение с данными [13].

Решение описанной выше задачи получено на сетке, содержащей 320 узловых точек (16 лучей и 20 узлов на каждом луче). Расчет проведен при $\gamma = 1.2$. В качестве начальных условий в данном расчете было взято автомодельное решение Л. И. Седова [10,11] (начальный радиус фронта равнялся 0.054). Расчеты доведены до $\tau = 13.4$. При этом вполне проявляется существенная нестационарность задачи: некоторые величины изменяются в огромных диапазонах, например, давление в верхней части фронта уменьшается по сравнению с начальным на шесть-семь порядков.

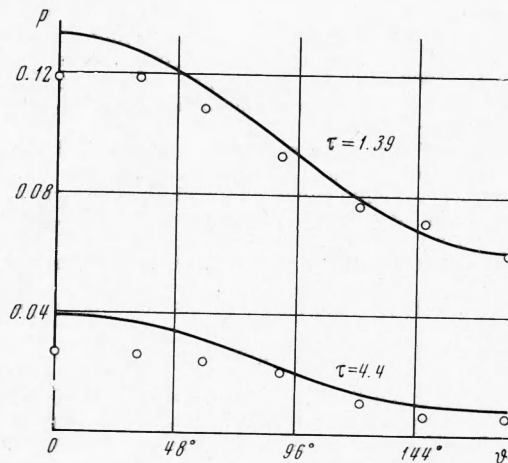
Велика и пространственная неоднородность: при $\tau = 13.4$ давление в нижней части фронта больше давления в верхней части фронта в 50 раз. С развитием неоднородности замечается сокращение ц.о. в относительной координате; влияние неоднородности как бы проникает в центральную зону. Давление в ц.о. до $\tau = 0.2$ совпадает с соответствующим давлением в автомодельном решении, затем становится меньше: при $\tau = 1.39$ разница δp_0 составляет 9%, при $\tau = 4.4$ $\delta p_0 = 26\%$ и т. д. По-видимому, на сильной стадии имеет место явление «отсоса» частиц из центральной области. Более резкому падению давления в ц. о. по сравнению с [10,11] способствует, вероятно, и всплытие ц. о., как области постоянства давления, наблюдавшееся с увеличением неоднородности. Ударная волна, двигаясь вверх, при $\tau \sim 6.2$ достигает минимального значения своей скорости; потом начинается разгон верхней части фронта.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

По мере нарастания пространственной неоднородности увеличиваются ошибки аппроксимации, обусловленные довольно грубой сеткой, что проявляется в росте относительного дисбаланса по энергии δE ; так $\delta E = 7, 20, 30\%$ соответственно для $\tau = 1.39, 4.4, 6.1$.

Результаты, относящиеся к большим значениям τ , имеют только качественное значение. На фиг. 2 приведены для $\tau = 6.1$ распределения функций p , ρ по координате z вдоль нижнего и верхнего лучей сетки. К этому моменту фронт ударной волны проходит вверх расстояние, которое более чем в два раза превышает соответствующее расстояние вниз. Отмечаются большие градиенты решения в нижней части и полная перестройка профилей плотности, и главное давления в верхней части возмущенной области. В дальнейшем наблюдается качественное соответствие этих профилей авторемодельному решению [5].

4. Сравнение с данными работы [2]. На фиг. 3 для $\tau = 3.05$ и 6.1 изображены положения фронта ударной волны по результатам данной работы (сплошные линии); точками отмечены данные работы [2]. Максимальное относительное расхождение (по радиальному направлению) имеет место в нижней точке оси симметрии и не превышает 7%.

Как и следовало ожидать, газодинамические параметры на фронте, имеющие в работе [2] до некоторой степени условный (интегральный) смысл, значительно хуже согласуются с результатами наших расчетов. На фиг. 4 приведено распределение давления на фронте в зависимости от угловой координаты θ при $\tau = 1.39$ и $\tau = 4.4$. Сплошные кривые построены по нашим результатам, точками отмечены результаты работы [2].

Авторы благодарят Ю. П. Райзера за обсуждение постановки задачи и полученных результатов, а также сотрудников ИПМ АН СССР Гитис И. Г., Коровина Ю. В., Кузину З. Н., Смольского В. М., Шарчевич Л. И., принимавших участие в расчетах.

Поступила 25 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Компанеец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере. Докл. АН СССР, 1960, т. 130, № 5.
2. Андрианкин Э. И., Коган А. М., Компанеец А. С., Крайнов В. П. Распространение сильного взрыва в неоднородной атмосфере. ПМТФ, 1962, № 6.
3. Laumbach D. D., Probststein R. F. A point explosion in a cold exponential atmosphere. J. Fluid. Mech., 1969, vol. 35, pt. 1.
4. Райзер Ю. П. Движение в неоднородной атмосфере, вызванное кратковременным плоским ударом. Докл. АН СССР, 1963, т. 153, № 3.
5. Райзер Ю. П. Распространение ударной волны в неоднородной атмосфере в сторону уменьшения плотности. ПМТФ, 1964, № 4.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2. М., «Наука», 1966.
7. Hayes W. D. Self-similar strong shocks in an exponential medium. J. Fluid. Mech., 1968, vol. 32, pt. 2. (Рус. перев.: Хейз У. Д. Автомодельные сильные ударные волны в экспоненциальной среде. Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1968, № 6.)
8. Hayes W. D. The propagation upward of the shock wave from a strong explosion in the atmosphere. J. Fluid. Mech., 1968, vol. 32, pt. 2. (Рус. перев.: Хейз У. Д. Распространение вверх ударной волны от сильного взрыва в атмосфере. Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1968, № 6.)
9. Русанов В. В., Шноль Э. Э. Разностные методы в пространственных задачах газовой динамики. Тр. IV Всес. матем. съезда, Л., 1961, т. 2; Л., «Наука», 1964.
10. Седов Л. И. Распространение сильных взрывных волн. ПММ, 1946, т. 10, вып. 2.
11. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, Изд. 6. М., «Наука», 1967.
12. Росляков Г. С., Теленин Г. Ф. Обзор работ по расчету стационарных осесимметрических течений газа, выполненных в Вычислительном центре МГУ. В сб.: «Численные методы в газовой динамике», М., Изд-во МГУ, 1963, вып. 2.
13. Ходимский Д. Е., Кондрашева И. Л., Власова З. П., Казакова Р. К. Расчет точечного взрыва с учетом противодействия. Тр. матем. ин-та АН СССР, 1957, т. 50.