

ТЕПЛОВОЙ ВЗРЫВ В СЛОЕ РЕАГИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ, ОГРАНИЧЕННОМ МАССИВАМИ РАЗНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

А. К. Колесников

(Пермь)

В работе известны результаты Д. А. Франк-Каменецкого о тепловом взрыве в слое реагента, ограниченном идеально теплопроводными плоскостями [1], обобщаются на слой, заключенный между твердыми массивами, теплопроводности которых отличаются от теплопроводности химически активного вещества. В этом случае выделяющееся в ходе реакции тепло проникает в массивы. При решении задачи нужно исходить из условий непрерывности температуры и теплового потока на границах слоя. Исследуется общий случай, когда массивы отличаются по толщине и теплопроводности.

Бесконечный слой химически активной жидкости, имеющий толщину α , ограничен твердыми массивами, теплопроводности которых κ_1 и κ_2 различны и отличаются от теплопроводности реагента κ . Толщины массивов соответственно равны d_1 и d_2 (рис. 1). Будем полагать, что протекающая во всем объеме слоя экзотермическая реакция имеет нулевой порядок и ее скорость описывается законом Аррениуса. Предполагается далее, что теплообмен в слое имеет кондуктивный характер и свободная конвекция отсутствует. Стационарные режимы в такой системе описываются нелинейным одномерным уравнением, имеющим в безразмерной форме следующий вид [1]:

$$\Theta'' + Fk \exp \Theta = 0. \quad (1)$$

К (1) следует добавить уравнения теплопереноса в массивах

$$\Theta_i'' = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (2)$$

Здесь Θ — температура, отсчитываемая от температуры внешней среды T_0 ; $Fk = QEd^2k_0 \exp(-E/RT_0)/\kappa RT_0^2$ — параметр Франк-Каменецкого; Q — тепловой эффект реакции; E — энергия активации; k_0 — предэкспоненциальный множитель; R — универсальная газовая постоянная; индексы 1 и 2 относятся соответственно к первому и второму массивам; штрихом обозначено дифференцирование по z ; в качестве единиц измерения расстояния и температуры выбраны величины d и RT_0^2/E . При записи уравнения (1) использовано обычное в теории теплового взрыва представление экспоненциального члена [1].

Сформулируем краевые условия. Непрерывность температуры и

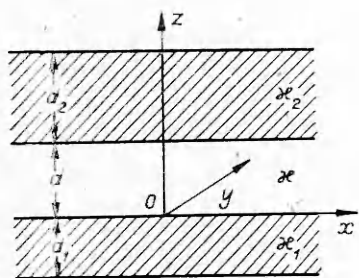


Рис. 1.

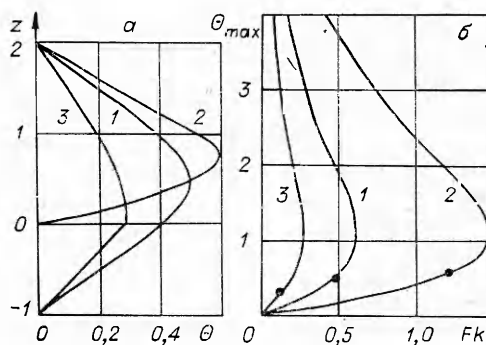


Рис. 2.

теплового потока на границах зоны реакции приводит к условиям

$$\begin{aligned} \text{при } z = 0 \quad \Theta_1 = \Theta, \quad \Theta'_1 = \lambda_1 \Theta', \\ \text{при } z = 1 \quad \Theta = \Theta_2, \quad \lambda_2 \Theta' = \Theta'_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\lambda_1 = \kappa/\kappa_1$ и $\lambda_2 = \kappa/\kappa_2$ — отношения теплопроводности реагента к теплопроводностям массивов. На внешних границах массивов поддерживается постоянная температура T_0 . Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{при } z = -d_1 \quad \Theta_1 = 0, \\ \text{при } z = 1 + d_2 \quad \Theta_2 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

(d_1 и d_2 — здесь и далее безразмерные толщины слоев).

Решение краевой задачи (1)–(4) для различных значений параметров позволяет определить вид стационарных распределений температуры и условия их существования. При $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ задача сводится к задаче Франк-Каменецкого, при $\lambda_1 d_1 = \lambda_2 d_2$ — эквивалентна рассмотренной в работе [2], в которой предполагается, что на границах слоя реагента имеет место линейный закон теплоотдачи Фурье и коэффициенты теплоотдачи на обеих стенках одинаковы. Задача (1)–(4) в общем случае исследовалась численно методом Рунге — Кутты. Результаты показывают, что для любых конечных значений λ_i и d_i , как и в классической задаче о тепловом взрыве, есть интервал значений параметра Франк-Каменецкого $0 \leq Fk < Fk_{кр}$, в котором в системе существуют два теплопроводных режима — низко- и высокотемпературный. При $Fk > Fk_{кр}$ стационарные состояния невозможны, и в системе происходит тепловой взрыв.

Выделим три наиболее интересных частных случая:

- 1) оба массива имеют одинаковую теплопроводность, т. е. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$;
- 2) один из массивов (для определенности, первый) обладает бесконечной теплопроводностью, теплопроводность другого — произвольная, $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda$;
- 3) один из массивов (первый) — непроводящий, а другой имеет произвольную теплопроводность: $\lambda_1 = \infty, \lambda_2 = \lambda$.

Результаты решения краевой задачи (1)–(4) для этих частных случаев при $\lambda = 1$ и $d_1 = d_2 = 1$ представлены на рис. 2. На рис. 2, а показаны примеры равновесных температурных распределений, соответствующих низкотемпературным теплопроводным режимам; зависимости максимальной температуры Θ_{max} от параметра Франк-Каменецкого приведены на рис. 2, б (точками отмечены состояния, для которых на рисунке построены распределения $\Theta(z)$). Из графиков видно, что теплопроводные свойства граничных массивов сильно влияют как на величину $Fk_{кр}$, так и на распределение температуры в зоне реакции.

С увеличением λ отвод тепла через стенки слоя уменьшается и взрывное значение $Fk_{кр}$ монотонно убывает. Соответствующие результаты для рассматриваемых частных случаев приведены в таблице (по-прежнему $d_1 = d_2 = 1$). При одинаковой теплопроводности массивов (случай 1) $Fk_{кр}$ изменяется от известного из [1] значения 3,514 при $\lambda = 0$ (идеально теплопроводные границы) до 0 при $\lambda \rightarrow \infty$ (теплоизолирован-

λ	$Fk_{кр}$			λ	$Fk_{кр}$		
	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$	$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda$	$\lambda_1 = \infty, \lambda_2 = \lambda$		$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$	$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda$	$\lambda_1 = \infty, \lambda_2 = \lambda$
0	3,514	3,514	0,8785	2	0,3390	1,208	0,1567
0,1	2,478	2,931	0,7290	3	0,2322	1,105	0,1101
0,2	1,889	2,513	0,6194	4	0,1765	1,052	0,08475
0,3	1,518	2,248	0,5365	5	0,1424	1,018	0,06890
0,4	1,265	2,042	0,4721	6	0,1193	0,9954	0,05804
0,5	1,083	1,888	0,4209	7	0,1027	0,9792	0,05014
0,6	0,9459	1,769	0,3793	8	0,09009	0,9669	0,04413
0,7	0,8394	1,674	0,3450	9	0,08026	0,9573	0,03941
0,8	0,7543	1,597	0,3162	10	0,07237	0,9496	0,03559
0,9	0,6847	1,533	0,2917	20	0,03648	0,9144	0,01810
1	0,6269	1,479	0,2707	∞	0,00000	0,8785	0,00000

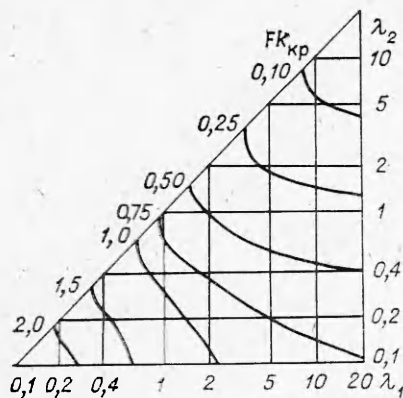


Рис. 3.

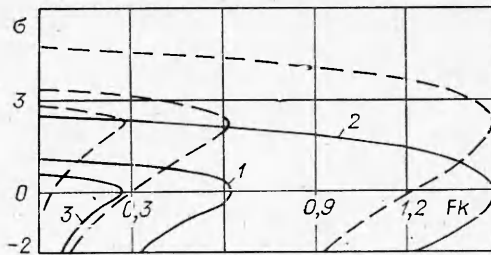


Рис. 4.

ные границы) и зависимость $Fk_{кр}(\lambda)$ хорошо согласуется с аналитическими результатами работы [2]. Во втором случае бесконечная теплопроводность одного из массивов ($\lambda_1 = 0$) приводит к тому, что для $\lambda \rightarrow \infty$ $Fk_{кр}$ остается конечным. Теплоизолированность же граничного массива ($\lambda_1 = \infty$, случай 3) при учете конечной теплопроводности другого дает значения $Fk_{кр}$, существенно более низкие, чем в первых двух случаях.

Зависимости $Fk_{кр}(\lambda)$, представленные в таблице для $d_1 = d_2 = 1$, т. е. $Fk_{кр}(1, \lambda)$, вследствие того, что мощность отвода тепла определяется произведениями $\lambda_i d_i$, легко обобщаются на слой, ограниченный одинаковыми массивами произвольной толщины $d_1 = d_2 = d$. Формула такого пересчета имеет следующий вид,

$$Fk_{кр}(d, \lambda) = Fk_{кр}(1, \lambda d). \quad (5)$$

Из (5) и данных таблицы следует, в частности, что в случае полубесконечных граничных массивов, имеющих ограниченную теплопроводность, стационарные теплопроводные режимы в слое невозможны и тепловой взрыв происходит при любых величинах параметра Fk . Критические значения этого параметра при бесконечной теплопроводности одного из массивов не зависят от толщины этого массива.

В общем случае массивов произвольной теплопроводности взрывные значения параметра Франк-Каменецкого при фиксированных толщинах массивов определяются двумя параметрами λ_i . Качественный характер влияния интенсивности теплоотвода на величину $Fk_{кр}$ остается при этом таким же, как и в рассмотренных выше примерах. Результаты расчета для $d_1 = d_2 = 1$ зависимости $Fk_{кр}(1, 1, \lambda_1, \lambda_2)$ представлены изолиниями на рис. 3 (значения λ_1 и λ_2 отложены на осях в логарифмическом масштабе). Эта диаграмма позволяет определить порог теплового взрыва реагента, ограниченного не только массивами с различными теплопроводными свойствами, но и массивами разной толщины. Формула пересчета, аналогичная (5), выглядит следующим образом:

$$Fk_{кр}(d_1, d_2, \lambda_1, \lambda_2) = Fk_{кр}(1, 1, \lambda_1 d_1, \lambda_2 d_2).$$

Остановимся в заключение на вопросе об устойчивости полученных стационарных теплопроводных режимов. Качественный анализ устойчивости можно провести с помощью диаграмм Семенова [1]; для более детального исследования необходимо рассмотреть поведение малых нормальных возмущений, пропорциональных $\exp[-\sigma t + i(k_1 x + k_2 y)]$, аналогично тому, как это делается в работе [3]. Уравнения и граничные условия для амплитуд возмущений $\theta(z)$ имеют вид

$$\begin{aligned} -\sigma\theta &= (\theta'' - k^2\theta) + Fk\theta \exp\theta, \\ -\sigma\theta_i &= (\theta_i'' - k^2\theta_i) \quad (k^2 = k_1^2 + k_2^2), \\ \theta_1(-d_1) &= 0, \quad \theta_1(0) = \theta(0), \quad \theta_1'(0) = \lambda_2\theta'(0), \\ \theta(1) &= \theta_2(1), \quad \lambda_2\theta'(1) = \theta_2'(1), \quad \theta_2(1+d_2) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь σ — декремент; t — время (в единицах d_2/χ , χ — коэффициент температуропроводности реагента); k_1 и k_2 — волновые числа, характеризующие периодизм возмущений по осям x и y .

Декременты $\sigma(Fk, d_1, d_2, \lambda_1, \lambda_2, k)$ являются собственными числами амплитудной краевой задачи (6). При всех значениях параметров декременты оказываются вещественными, что свидетельствует о монотонности возмущений. Устойчивы состояния с $\sigma > 0$, неустойчивы с $\sigma < 0$, на границе устойчивости $\sigma = 0$. При $Fk = 0$ уровни спектра декрементов σ_n определяются аналитически, в общем случае задача (6) решалась численно. Из результатов решения следует, что, несмотря на проникновение температурных возмущений в граничные массивы, картина устойчивости получается такой же, как и в задаче Франк-Каменецкого (идеально теплопроводные границы) [3]. Наиболее опасны плоскопараллельные возмущения с $k = 0$. Для таких возмущений при всех типах граничных условий высокотемпературный режим полностью неустойчив. С ростом волнового числа для этого режима появляется интервал значений Fk , в котором $\sigma = 0$ и соответствующие стационарные состояния устойчивы. Низкотемпературный теплопроводный режим устойчив всегда. В качестве иллюстрации на рис. 4 представлены нижние уровни спектра декрементов $\sigma(Fk)$ для подробно рассмотренных выше трех частных случаев (сплошные линии построены при $k = 0$, штриховые — при $k = 1,5$). На всех кривых верхние ветви относятся к низкотемпературному стационарному решению, верхние — к высокотемпературному.

Полученные результаты позволяют определить критические значения Fk в широком диапазоне изменения параметров массивов, ограничивающих зону реакции, и свидетельствуют о том, что относительные теплопроводности массивов и их размеры существенно влияют на критические условия теплового взрыва.

Поступила в редакцию 11/XI 1982,
после доработки — 28/II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
2. В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1958, 120, 6, 1271.
3. Е. А. Еремич, А. К. Колесников. ФГВ, 1978, 14, 5, 131.

ОСТАТОЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ЛОКАЛЬНОМ ДЕЙСТВИИ ИМПУЛЬСА ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

А. А. Найда
(Москва)

1. Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую оболочку радиусом R и толщиной δ , нагруженную равномерно на конечном участке длиной L идеальным удельным импульсом внутреннего давления $I_0 = mv_0$, где $m = \rho\delta$ — масса оболочки на единицу поверхности; ρ — плотность материала; v_0 — начальные скорости частиц оболочки. Кинетическая энергия, сообщаемая отсеку оболочки, находится из выражения

$$E_0 = \pi RLI_0^2/m. \quad (1)$$

Найдем зависимость между I_0 и остаточным максимальным прогибом W_0 оболочки из условия, что вся энергия E_0 рассеивается на пластических деформациях материала, считая его идеально жесткопластическим