вые сильно отличаются от опытных. Недостаток теоретического решения, предложенного в [3], приводящий к огромной разнице между верхним и нижним пределами текучести (фиг. 6), устраняется при учете неодновременной текучести материала по длине образца. Анализ приведенного примера показывает, что в приближенных расчетах среднее значение «модуля релаксации» для мягкой стали (марки Ст. 3) можно принимать равным $E_{\text{рел}} = -10^6$ кгс/см^2.

На фиг. 7 можно проследить во времени движение абсциссы $\bar{\xi} = \bar{x}/l$ границы зон упругого и упруговязкопластического деформирования материала. Текучесть охватывает весь образец только через $\approx 0{,}008$ с после начала нагружения.

Использование уравнения механического состояния в дифференциальной форме одновременно с учетом неоднородности свойств запаздывающей текучести дает существенные уточнения расчета при деформациях материала, не превышающих $\varepsilon = 0{,}003-0{,}005$.

Поступила 9 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Соколовский В. В.** Распространение упруговязкопластических волн в стержнях.— ПММ, 1948, т. XII, вып. 3.
2. **Malvern L. E.** The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exibiting a strain — rate effect.—«J. Appl. Mech.», 1951, N 18.
3. **Kelly J. M.** Strain rate sensitivity and yield point behavior in mild steel.—«International Journal of Solids and Structures», 1967, N 3. Рус. пер.— Сб. Механика, 1968, № 2.
4. **Smith R. C., Pardue T. E., Vigness J.** The mechanical properties of certain steels as indicated by axial dynamic load tests.—«Proc. SESA», 1956, N 23. Рус. пер.—«Машиностроение», 1957, № 6.
5. **Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел. М.— Л., ИЛ, 1954.
6. **Ломакин Е. В., Мельшанов А. Ф.** Поведение малоуглеродистых сталей при растяжении.—«Изв. АН СССР. МТТ», 1971, № 4.
7. **Работнов Ю. Н.** Модель упругопластической среды с запаздыванием текучести.— ПМТФ, 1968, № 3.
8. **Davis E. A.** Influence of rate of strain and temperature on yield stress of mild steel.— «J. Appl. Mech.», 1944, Dec.

УДК 539.375

ВРЕМЕННЫЕ КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ ВЗРЫВОМ

Ю. И. Фадеенко

(Новосибирск)

Для полного разрушения твердого тела по рассматриваемому сечению должны быть выполнены: 1) временной критерий подготовки тела к разрушению (накопление повреждений, образование зародышевых трещин); 2) интегральный временной критерий полного смыкания трещин, основывающийся на уравнении нестационарного роста трещины.

При решении конкретных задач может оказаться удобным рассматривать по отдельности начальную (существенно нестационарную) стадию ускорения вначале покоившихся трещин и следующую за ней стадию квазистационарного роста; при этом второй из названных критериев распадается на два отдельных временных условия. Кроме того, в числе исходных соотношений может отдельно фигурировать критерий Гриффитса, т. е. дифференциальное условие роста трещины, требующее, чтобы приращение энергии, высвобождаемой растущей трещиной, было не меньше приращения работы образования свободной поверхности. Критерий Гриффитса, вообще говоря, должен получаться из уравнения роста трещины приравниванием скорости роста нулю.

Таким образом, полное время разрушения τ можно представить в виде суммы времени подготовки тела к разрушению τ_1, времени переходного процесса τ_2 и времени квазистационарного роста трещин до полного их смыкания τ_3

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3. \tag{1}$$

В последние годы широкое распространение получила кинетическая теория разрушения твердых тел. Основные представления кинетической теории разрушения подтверждены обширным экспериментальным материалом; для сплавов и полимеров они оказались настолько универсальными, что отклонения от них становятся предметом специальных исследований. Однако эксперименты, на которых основывается теория, относятся к области больших долговечностей (10^{-3} с и более). До последнего времени оставалась неясной возможность применения кинетической теории в диапазоне малых долговечностей (10^{-6} с и менее), характерных для разрушения взрывом. В данной работе показывается, что область применимости кинетической теории в обычной ее формулировке ограничена и в диапазоне малых долговечностей она должна быть существенно дополнена.

Основное соотношение кинетической теории — временной критерий разрушения, определяющий долговечность τ (см. (1)) твердого тела при воздействии постоянного растягивающего напряжения σ, обычно записывается в следующем виде [1]:

$$\tau = \tau_0 \exp \frac{u - \gamma\sigma}{kT}, \tag{2}$$

где k — постоянная Больцмана; T — температура; τ_0 — предэкспоненциальный множитель, по порядку величины совпадающий с периодом тепловых колебаний атомов (10^{-13}—10^{-12} с); u — энергия активации (порядка величины энергии связи атома в твердом теле).

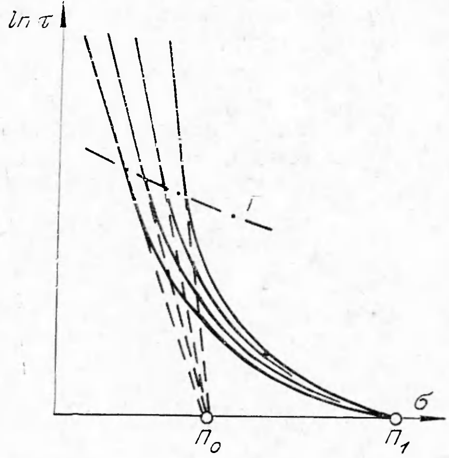
Фактор γ является характеристикой протекающих на атомном уровне конкретных процессов подготовки твердого тела к разрушению. Обычно полагают, что γ характеризует наиболее опасные дефекты структуры твердого тела — микроконцентраторы напряжений; величина γ, имеющая размерность объема, может истолковываться как произведение объема дефекта на коэффициент концентрации напряжений.

До сих пор смысл величин u и $\gamma\sigma$, а следовательно, и самой кинетической теории разрушения не получил устоявшегося физического истолкования. Например, можно трактовать (2) как результат совмещения определяющего уравнения кинетической теории течения с условием разрушения по достижении критической пластической деформации

$$\dot{\varepsilon}^p = \mathrm{const} \cdot \exp\left(-\frac{u - \gamma\sigma}{kT}\right), \qquad \varepsilon^p \geqslant \varepsilon_*^p$$

(о трактовке формулы (2) см. также [2]). Однако неоднозначность толкования (2) не очень существенна для дальнейшего изложения.

В обычных условиях величина γ равна объему 20—500 атомов и для определенного материала остается постоянной в очень широком диапазоне долговечностей τ. Поэтому семейство изотерм T = const, задаваемое (2), в плоскости (σ, $\ln\tau$) имеет вид веера лучей, сходящихся в точке с координатами (u/γ, $\ln\tau_0$) (полюс Π_0 на фигуре). При попытке использования (2) в диапазоне малых долговечностей прежде всего возникает следующая трудность: абсциссы Π_0 не совпадают с теоретической прочностью $\sigma_т$, обычно (u/γ) в несколько раз меньше $\sigma_т$. Ясно, что изотермы должны сходиться в истинном полюсе Π_1. Для этого необходимо, чтобы величина γ, характеризующая наклон изотерм ($d\ln\tau/d\sigma = -\gamma/kT$), была при малых τ убывающей функцией σ. Оценки показывают, что при $\sigma \to \sigma_т$ величина γ должна уменьшаться примерно до объема одного атома. Это означает, что при $\sigma \to \sigma_т$ зависимость долговечности межатомной связи от состояния окружающих атомов падает, так что в пределе каждая межатомная связь рвется индивидуально, как в идеальной кристаллической решетке.



Специфика разрушения взрывом состоит в том, что при очень больших напряжениях и малых длительностях нагружающего импульса уже нельзя полагать $\tau \simeq \tau_1$ (как это неявно делается при использовании (2) в обычных условиях). Напротив, может оказаться, что $\tau \simeq (\tau_2 + \tau_3) \gg \tau_1$. Кроме того, существенны соотношения между этими временами и длительностью нагружающего импульса.

Необходимость учета τ_2 можно разъяснить следующим качественным рассуждением. Пусть гриффитсова длина равна l. Для того чтобы начался рост потенциально неустойчивой по Гриффитсу трещины, в области вокруг нее должен установиться режим переноса освобождающейся энергии к кромке упругими волнами. Необходимое для этого время можно оценить как $\tau_2 \simeq l/c$ (c — скорость звука). Тогда для дискообразных трещин радиусом l будем иметь [3]

$$\sigma^2 = \pi\alpha E/2(1 - \nu^2)l = \pi\alpha E/2(1 - \nu^2)c\tau_2, \tag{3}$$

где ν — коэффициент Пуассона; α — работа образования единицы площади трещины; E — модуль Юнга. Уравнение (3) есть уравнение кривой в плоскости (σ, $\ln\tau$), схематически показанной на фигуре как кривая Г. В зависимости от того, является ли разрушение хрупким или вязким, величина α может меняться в пределах нескольких порядков; соответственно в зависимости от условий опыта пересечение веера изотерм кривой Г может произойти в широком диапазоне от субнаносекундных до микросекундных долговечностей τ.

Если продолжительность нагружения достаточно велика, так что исследуемый процесс отвечает точкам па фигуре, лежащим выше кривой Г, то разрушение может начинаться, например, с того, что несколько случайно оказавшихся рядом микротрещин смыкаются в одну трещину, удовлетворяющую критерию Гриффитса. Затем за время $\tau_2 \simeq l/c$ происходит установление притока энергии к кромке трещины и трещина получает возможность распространяться по однородному материалу независимо от наличия на ее пути других микротрещин, т. е. становится магистральной. Процесс завершается полным перекрытием сечения тела магистральными трещинами и приводит к распаду тела на небольшое число крупных осколков.

В точках, лежащих ниже кривой Г, временной критерий (3) заведомо не выполняется для однородной среды, т. е. для магистральных трещин. Если даже имеются потенциально неустойчивые по Гриффитсу трещины, они не успевают превратиться в растущие магистральные трещины. Поэтому разрушение тела может произойти только в том случае, если независимых зародышевых микротрещин очень много и они смыкаются, полностью перекрывая сечение тела. Поскольку выделенного опасного сечения в этом случае нет, процесс протекает однородно во всем объеме. Он начинается с образования облака пор, напоминающего облако кавитационных пузырей [4], и заканчивается диспергированием тела. Величина τ_1, определяемая по (2), в этом случае имеет смысл характерного времени развития кавитационного облака. Если же кавитационных пор мало и кавитация не приводит к диспергированию тела, то окончательное разрушение тела происходит после того, как становится возможным рост магистральных трещин, т. е. выполняется временной критерий (3). Критерий (3) в этом случае будет оценкой снизу для истинного временного критерия разрушения. В отличие от (2), это — атермический критерий.

В плоскости (σ, $\ln \tau$) наклон кривых Г в области пересечения с веером изотерм обычно на один—два порядка меньше, чем у изотерм. Поэтому экспериментальные кривые $\tau(\sigma)$ должны резко изменять свой характер в этой области, что, по-видимому, наблюдалось в [5] и других аналогичных работах.

Обобщением (2) на случай зависящих от времени процессов является критерий Бейлп [6]

$$\int \frac{dt}{\tau_1(\sigma)} = 1.$$

В частном случае задачи об отколе можно сформулировать некоторый динамический временной критерий и для процесса, длительность которого определяется не долговечностью по (2), а временем смыкания трещин. Пусть в рассматриваемом сечении тела трещинами перекрыта часть площади S. С акустической волной на сечение падает поток энергии $c\sigma^2/\mathrm{E}$. Часть его, пропорциональная $(1 - S)$, проходит сквозь сечение, а остающаяся часть разделяется на страженный поток, пропорциональный kS, и долю, расходуемую на продвижение трещин и пропорциональную $(1 - k)S$ (k — коэффициент отражения, который, вообще говоря, считается неременным). Уравнение роста трещин имеет вид

$$(1 - k)(\sigma^2/\mathrm{E})cSdt = \alpha dS.$$

Интегрируя это уравнение с учетом того, что за время разрушения S меняется в пределах от некоторого начального значения S_0 до 1, получаем

$$\int_0^{\tau_2} \frac{\sigma^2}{\alpha(t)} [1 - k(t)]\, dt = \frac{2\mathrm{E}}{c} \ln \frac{1}{S_0},$$

что напоминает известный эмпирический критерий откола

$$\int (\sigma - \sigma_*)^n\, dt = I, \qquad (4)$$

где σ_*, n и I — подгоночные параметры.

Рассмотренные временные критерии являются локальными критериями разрушения. В том случае, когда анализируются условия разрушения некоторой конструкции как целого, в число основных исходных соотношений входит уравнение баланса энергии при разрушении. Оно может быть записано, например, в следующей приближенной форме: полная энергия образования трещин равна сумме потенциальной и определенной доли кинетической энергии системы в момент разрушения. Если пренебречь в этом уравнении кинетической энергией, то оно может быть представлено в виде соотношения, формально аналогичного критерию Гриффитса (3) (на это обращалось внимание в [7, 8]), с той разницей, что вместо гриффитсовой длины l в это соотношение будет входить характерный размер осколков. Во избежание недоразумений, возможных из-за этого сходства, следует подчеркнуть, что уравнение баланса энергии для конструкции в целом не является критерием разрушения, а позволяет определить характерный размер (количество) осколков, образующихся, если выполняются критерии разрушения. Если потребовать, чтобы число осколков было равно минимально возможному, т. е. двум, то уравнение баланса энергии можно, конечно, рассматривать как условие, выполнение которого необходимо (но недостаточно) для разрушения конструкции. Однако оценки, полученные при использовании только этого условия, могут сильно преувеличивать опасность разрушения.

Рассмотренные особенности явления присущи не одному только процессу разрушения при больших напряжениях. Они должны проявляться во всех случаях, когда переход тела из метастабильного состояния в устойчивое под действием внешнего источника, стимулирующего переход, может осуществляться двумя способами: волной превращения, распространяющейся из отдельных очагов, или однородным превращением во всем объеме тела; причем времена, требующиеся для возникновения очагов и распространения волн превращения по всему объему тела, сопоставимы с временем воздействия внешнего источника. В этом смысле у динамического разрушения должен существовать ряд явлений — аналогов.

Один из примеров — возбуждение взрыва конденсированного ВВ ударной волной, когда долговечность τ следует рассматривать как время полного завершения реакции при заданных температуре T и давлении ударной волны p. К сожалению, проследить в деталях за аналогией между разрушением и возбуждением взрыва не удается, так как соответствующие уравнения (аналоги (2), (4)) к настоящему времени достаточно изучены лишь в плане зависимости τ от температуры, но не от давления. Одним из немногих известных результатов о зависимости $\tau(p)$ является уравнение

$$\tau = \mathrm{const}\,/p^n, \tag{5}$$

предложенное на основании экспериментальных данных о времени реакции в тротиле в детонационном и преддетонационном режимах; для насыпного и прессованного тротила $n = 1$ [9], а для литого $n \geqslant 2$ [10]. В работах [11, 12] излагается концепция «критической энергии», согласно которой очаги реакции («горячие точки») в инициируемом ВВ возникают в том случае, если для инициирующей ударной волны выполняется условие $(p^2\tau/U) = \mathrm{const}$ (U — скорость ударной волны). Это условие формально напоминает (5). Обращает на себя внимание аналогия между критерием Гриффитса в форме (3) и уравнением (5) при частном значении $n = 2$, характерном для прочного ВВ. Однако неясно, является ли уравнение

(5) уравнением скорости реакции, однородно протекающей во всем сжатом объеме ВВ, или критерием возникновения очагов взрыва, которые в прочном ВВ могли бы формироваться, например, сеткой растущих трещин сдвига.

Поступила 17 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Регель В. Р., Слуцкер А. И.** Кинетическая природа прочности.— В кн.: Физика сегодня и завтра. Л., «Наука», 1973.
2. **Черепанов Г. П.** Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.
3. **Макклинток Ф., Аргон А.** Деформация и разрушение материалов. М., «Мир», 1970.
4. **Никифоровский В. С.** О кинетическом характере хрупкого разрушения твердых тел.— ПМТФ, 1976, № 5, с. 150—157.
5. **Златин Н. А., Мочалов С. М., Пугачев Г. С., Брагов А. М.** Временные закономерности процесса разрушения металлов при интенсивных нагрузках.— ФТТ, 1974, т. 16, № 6, с. 1752—1755.
6. **Партон В. З., Черепанов Г. П.** Механика разрушения.— В кн.: Механика в СССР за 50 лет. Т. 3. М., «Наука», 1972.
7. **Иванов А. Г., Синицын В. А., Новиков С. А.** Масштабные эффекты при динамическом разрушении конструкций.—«Докл. АН СССР», 1970, т. 194, № 2, с. 316—317.
8. **Иванов А. Г., Минеев В. Н.** О масштабном критерии при хрупком разрушении конструкций.—«Докл. АН СССР», 1975, т. 220, № 3, с. 575—578.
9. **Васильев В. А., Ивлев А. А.** Расчет инициирования детонации механически неоднородных ВВ ударной волной.— ФГВ, 1972, № 2, с. 290—298.
10. **Канель Г. И., Дремин А. И.** Разложение литого тротила в ударных волнах.— ФГВ, 1977, № 1, с. 85—92.
11. **Walker F. E., Wasley R. J.** Critical energy for shock initiation of heterogeneous explosives.—«Explosivstoffe», 1969, vol. 17, N 1, S. 9—13.
12. **Howe P., Frey B., Taylor B., Boyle V.** Shock initiation and the critical energy concept. Preprints of the 6th Symp. (Intern.) on Detonation, Aug. 24—27, 1976, San Diego, California.

УДК 539.37

ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОСЫПУЧИХ СРЕД В ТРУБАХ

И. Б. Басович, М. Г. Бернадинер, Л. В. Ерошина

(Москва)

1. Рассматривается плоское установившееся движение вязкосыпучей среды в щели длиной $L(0 \leqslant x \leqslant L)$ и шириной $2a(-a \leqslant y \leqslant a)$, на торцах которой заданы равномерно распределенные давления p_1 и p_2. При отсутствии массовых сил уравнения для напряжений имеют вид

$$\partial\sigma_x/\partial x + \partial\sigma_{xy}/\partial y = 0,\ \partial\sigma_{xy}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y = 0. \tag{1.1}$$

Считается, что движение происходит только вдоль щели по оси x. Тогда из уравнения неразрывности следует, что v_x является функцией