ПМТФ, № 1, 1972

УДК 532.593 + 534. 222

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В СИСТЕМАХ С БЕГУЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Ю. М. Сорокин, Н. С. Степанов

(Горький)

С помощью лагранжева описания рассматривается распространение волн в произвольных линейных системах с параметрами, изменяющимися во времени и пространстве по закону бегущей волны. Показано, что решение этой задачи может быть сведено к решению стационарной задачи для неподвижной неоднородной среды. В результате коэффициенты отражения и прохождения для движущейся неоднородности можно выразить через аналогичные коэффициенты для вспомогательного неподвижного слоя. Получены соотношения, связывающие энергии и частоты взаимодействующих волновых пакетов, из которых следует равенство нулю полного потока квантов через поверхность, охватывающую движущуюся неоднородную область. Рассмотрены некоторые частные случаи.

1. Имеется значительное число работ, посвященных распространению волн различной природы в системах с параметрами, изменяющимися во времени и пространстве по закону бегущей волны (см., например, [1,2] и обзор [3]). Изменение параметров может просходить при этом либо за счет движения самой неоднородной среды, либо из-за наличия в системе мощных волн (звуковая или ударная волна в жидкости или газе, волна накачки в нелинейных электродинамических системах и т. д.). Однако вследствие разнообразия динамических уравнений полученные для конкретных моделей среды результаты носят, как правило, частный характер, поэтому представляет интерес рассмотреть указанные вопросы с единой точки зрения. При этом появляется возможность не только выяснить степень общности систем различной природы и определить область применимости того или иного результата, но исследовать также новые случаи и сделать некоторые общие выводы.

Возможность такого единого подхода в механике хорошо известна — наиболее общая формулировка законов движения дается здесь принципом наименьшего действия в рамках лагранжева описания механических систем. Поскольку уравнения поля для широкого класса распределенных систем также могут быть записаны в лагранжевой форме, естественно попытаться применить этот аппарат для нестационарных сред, частным случаем которых являются системы с бегущими параметрами.

В литературе вариационные принципы применялись к таким системам для двух предельных случаев: медленного («адиабатического») и скачкообразного закона изменения параметров. В частности, для систем с медленно изменяющимися параметрами указанный подход позволяет доказать сохранение числа квантов в квазимонохроматическом волновом пакете независимо от физической природы волны [1,3], а в случае резкой границы — вывести некоторые общие соотношения, связывающие полные энергии и частоты взаимодействующих волновых пакетов [3,4], установленные прежде лишь для отдельных моделей среды [1,2].

Между тем для ряда практических задач необходимо учесть реальный профиль движущейся неоднородной области. Даже для сравнительно тонких переходных слоев аппроксимация их скачком становится неприменимой при значительном увеличении частоты одной из волн, что имеет место, если фазовая скорость волны близка к скорости движения границы. Адиабатическое приближение также имеет ограниченную область применимости, например, оно не позволяет рассмотреть отражение сигнала от движущейся неоднородности.

Поэтому представляет интерес исследовать общий случай, когда параметры системы меняются произвольно по закону бегущей волны. Задача при этом значительно усложняется, поскольку для ее решения приходится рассматривать уравнения в частных производных с переменными коэффициентами. Хотя точного аналитического решения подобной задачи в общем случае найти не удается, ее оказывается возможным свести к другой, стационарной вспомогательной задаче (аналогично тому, как это было сделано в [2] для волн в движущейся неоднородной плазме) и в результате вывести некоторые энергетические соотношения для квазигармонических волновых пакетов в таких системах, обобщающие результаты, полученные для резкой границы.

2. Широкий класс линейных систем может быть описан лагранжианом в виде квадратичной формы обобщенных координат (q) и их пространственных и временных производных (q_x, q_t и т. д.). Для краткости здесь ограничимся одномерной системой с одной обобщенной координатой, описываемой плотностью функции Лагранжа

$$L = aq_x^2 + 2bq_xq_t + cq_t^2 + dq^2 \tag{2.1}$$

где a, b, c и d — произвольные функции аргумента $\zeta = x - Vt$ (добавление в лагранжиан членов типа q_xq_t и $q_t\,q$ не влияет на последующие рассуждения, а потому соответствующие слагаемые в (2.1) опущены).

Уравнение Лагранжа для системы (2.1) имеет вид

$$aq_{xx} + 2bq_{xt} + cq_{tt} + q_x \frac{\partial}{\partial\zeta}(a - Vb) + q_t \frac{\partial}{\partial\zeta}(b - Vc) - dq = 0 \tag{2.2}$$

Перейдем в (2.2) к новым независимым переменным. В качестве одной естественно взять $\zeta = x - Vt$, а вторую ($\xi = \xi(x, t)$) выберем из условия равенства нулю коэффициента при смешанной производной $q_{\zeta\xi}$ (при этом обращается в нуль также коэффициент при первой производной q_ξ). Для этого, как нетрудно видеть, переменная ξ должна быть интегралом уравнения

$$(a - Vb)\,dt = (b - Vc)\,dx$$

откуда

$$\xi = t - \int \frac{b - Vc}{\alpha}\,d\zeta \tag{2.3}$$

где $\alpha = a - 2Vb + V^2c$.

После замены (2.3) уравнение (2.2) приобретает вид

$$\alpha q_{\zeta\zeta} + \frac{ac - b^2}{\alpha} q_{\xi\xi} + q_\zeta \frac{\partial\alpha}{\partial\zeta} - dq = 0 \tag{2.4}$$

допускающий разделение переменных. Решение (2.4) можно искать в форме

$$q = g(\zeta)\exp(i\Omega\xi) \tag{2.5}$$

где $g(\zeta)$ удовлетворяет уравнению

$$g_{\zeta\zeta} + g_\zeta \frac{\partial \ln\alpha}{\partial\zeta} - g\left(\frac{d}{\alpha} + \Omega^2 \frac{ac - b^2}{\alpha^2}\right) = 0 \tag{2.6}$$

а Ω^2 — постоянная разделения.

Отметим, что (2.6) сохраняет свой вид при $V \to 0$. В этом случае оно описывает распространение волн в некоторой стационарной системе ($\zeta' = x$) с параметрами $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$ и $d(x)$. Если теперь рассмотреть другую, тоже стационарную систему с параметрами

$$a' = \alpha, \quad b' = b, \quad c' = ac/\alpha, \quad d' = d \tag{2.7}$$

то уравнение

$$g_{xx}' + g_x' \frac{\partial}{\partial x} \ln a' - g' \left[\frac{d'}{a'} + \Omega^2 \frac{a'c' - (b')^2}{(a')^2} \right] = 0$$

описывающее распространение волн в такой системе, совпадет с (2.6).

Это обстоятельство позволяет свести решение исходной нестационарной задачи к решению другой, стационарной задачи о распространении волн во вспомогательной неоднородной системе (K'). Ее параметры получаются из параметров исходной системы (K) простым пересчетом согласно (2.7). Такое сопоставление дает возможность использовать для нестационарных задач методы и результаты решения, известные для стационарных систем.

3. Решение вспомогательной (стационарной) задачи без ограничения общности можно записать в виде

$$q' = \sum_{l}^{n} Q_l' \exp \left[i \left(\omega' t - \int k_l' dx \right) \right] \tag{3.1}$$

Пусть изменение параметров в системе K происходит внутри конечной (движущейся) области, что соответствует неподвижному слою в системе K'. Вне слоя, в области постоянных параметров, Q_l', ω' и k_l' имеют смысл амплитуд, частоты и волновых чисел n нормальных волн, существующих в такой системе. Исходя из (2.5), то же самое решение q' можно записать следующим образом:

$$q' = g'(\zeta') \exp(i\Omega\xi') = g(x) \exp \left[i\Omega \left(t - \int \frac{b'}{a'} dx \right) \right] \tag{3.2}$$

Сравнивая (3.1) и (3.2), находим

$$\Omega = \omega'$$

$$g(x) = \sum_{l}^{n} Q_l' \exp \left[i \left(\omega' \int \frac{b'}{a'} dx - \int k_l' dx \right) \right]$$

откуда согласно (2.5) для $q(\zeta, \xi)$ следует:

$$q = \sum_{l}^{n} Q_l' \exp(i\theta_l) \tag{3.3}$$

где

$$\vartheta_l = \omega' \left(t + V \int \frac{c}{a'} d\zeta \right) - \int k_l' d\zeta$$

Определяя частоты и волновые числа в системе K как $\omega_l = \partial\theta_l / \partial t$, $k_l = -\partial\theta_l / \partial t$, получаем:

$$\omega_l = \omega' \left(1 - V^2 \frac{c}{a'} \right) + V k_l', \qquad k_l = k_l' - V \frac{c}{a'} \omega' \tag{3.4}$$

Заметим, что величины ω_l, k_l, найденные согласно (3.4), удовлетворяют обычным соотношениям Доплера [3]

$$\omega_0\left(1-\frac{V}{v_0}\right)=\omega_l\left(1-\frac{V}{v_l}\right) \tag{3.5}$$

где v_l — фазовая скорость в волне l, а индекс 0 относится к падающей волне.

Как следует из (3.1) и (3.3), решение исходной задачи вне области изменения параметров также записывается в виде суммы n волн, амплитуды которых Q_l равны амплитудам Q_l' соответствующих волн в системе K'. Это позволяет найти коэффициенты трансформации по мощности T_l первичной волны в каждую из вторичных волн, если известны соответствующие коэффициенты T_l' для вспомогательной системы K'.

Средняя по периоду плотность потока энергии в волне l равна [5]

$$\langle s_l\rangle=\left\langle q_t^l\frac{\partial L}{\partial q_x^l}\right\rangle=\langle 2q_t^l(a_lq_x^l+b_lq_t^l)\rangle=Q_l^2\omega_l(a_lk_l-b_l\omega_l) \tag{3.6}$$

где a_l, b_l — коэффициенты лагранжиана в той области, где распространяется волна l. Выражая отсюда коэффициенты трансформации T_l и T_l' в системах K и K', нетрудно получить

$$T_l=T_l'\frac{\omega_l}{\omega_0}\frac{a_lk_l-b_l\omega_l}{a_0k_0-b_0\omega_0}\frac{a_0'k_0'-b_0'\omega'}{a_l'k_l'-b_l'\omega'} \tag{3.7}$$

Значения T_l' зависят прежде всего от профиля вспомогательного слоя, кроме того, для диспергирующих систем они могут сложным образом зависеть от ω' и k'. Остальные же множители в (3.7) описывают эффекты, связанные с нестационарностью системы K, т. е. с движением неоднородности. Легко видеть, например, что при некотором соотношении параметров возможно $T_l=0$, даже если соответствующий коэффициент $T_l'\neq 0$. Поскольку поток $\langle s_l\rangle$ связан с плотностью энергии $\langle w_l\rangle$ соотношением $\langle s_l'\rangle = u_l\, \langle w_l\rangle$, где u_l — групповая скорость в волне l, а амплитуда Q_l конечна, это означает, что в системе $Ku_l=0$. Разумеется, волна l при этом по-прежнему уносит энергию от движущейся неоднородной области.

4. Обычно при рассмотрении энергетических соотношений на движущихся границах исследуют лишь коэффициенты трансформации по амплитуде и мощности, как это было сделано выше. Между тем для сигналов в виде волновых пакетов важно знать также изменение их полной энергии; при этом следует учесть преобразование длительности сигнала (импульса) или его пространственной длины (Λ). Как нетрудно показать [2,3], для однородного волнового пакета это преобразование имеет следующий вид:

$$\frac{\Lambda_l}{\Lambda_0}=\left|\frac{u_l-V}{u_0-V}\right| \tag{4.1}$$

Ниже рассмотрим некоторые энергетические соотношения для квазигармонических волновых пакетов в системах типа (2.1). Определим число квантов в квазигармоническом импульсе, имеющем энергию W_l и частоту ω_l, как $N_l=W_l/\omega_l$; величина ω_l при этом является, очевидно, алгебраической, поскольку частота N_l при трансформации пакета, вообще говоря, может менять знак, что легко видеть из соотношений Доплера (3.5). Докажем равенство нулю полного потока квантов через некоторую поверхность охватывающую движущуюся неоднородную область; соответствующее условие можно записать в виде

$$\sum_l^n \{N_l \operatorname{sgn}(u_l - V)\} = \sum_l^n \left\{\frac{W_l}{\omega_l} \operatorname{sgn}(u_l - V)\right\} = 0 \tag{4.2}$$

Здесь и далее фигурные скобки означают разность значений величин по разные стороны от неоднородной области. После подстановки $W_l = \langle w_l \rangle \Lambda_l$ с учетом (4.1) получим

$$\sum_l^n \left\{\langle\omega_l\rangle \frac{u_l - V}{\omega_l}\right\} = \sum_l^n \left\{\frac{\langle s_l\rangle - V\langle w_l\rangle}{\omega_l}\right\} = 0 \tag{4.3}$$

Средняя по периоду плотность энергии в волне l равна [5]

$$\langle w_l\rangle = \left\langle q_t^l \frac{\partial L}{\partial q_t^l}\right\rangle = Q_l^2 \omega_l (b_l k_l - c_l \omega_l) \tag{4.4}$$

где принято во внимание, что для гармонической волны $\langle L\rangle = 0$. Подставляя (3.6), (4.4) в (4.3), имеем

$$\sum_l^n \{Q_l^2 [(a_l - Vb_l) k_l - (b_l - Vc_l)\omega_l]\} = 0 \tag{4.5}$$

Выражая в (4.5) ω_l и k_l через ω' и k_l' согласно (3.4), получим

$$\sum_l^n \{Q_l^2 (\alpha_l k_l' - b_l \omega')\} = 0$$

или с учетом (2.7)

$$\sum_l^n \{Q_l^2 (a_l' k_l' - b_l' \omega')\} = \sum_l^n \{\langle s_l'\rangle\} = 0 \tag{4.6}$$

Нетрудно видеть, что условие (4.6) означает равенство нулю суммарного потока энергии через поверхность, охватывающую неоднородную область в стационарной системе K', что очевидно в силу консервативности последней. Тем самым доказано соотношение (4.2) для квазимонохроматических волновых пакетов в произвольной лагранжевой системе типа (2.1) с бегущими параметрами.

Используя формулы (3.5), соотношение (4.2) можно записать также в виде

$$\sum_l^n \left\{|N_l| \operatorname{sgn}\left[(u_l - V)\left(1 - \frac{V}{v_l}\right)\right]\right\} = 0 \tag{4.7}$$

В зависимости от дисперсионных свойств системы (знаков $1 - V/v_l$) равенство (4.7) может означать как сохранение общего числа квантов во вторичных волнах по отношению к первичным, так и рождение новых квантов за счет энергии источника, обеспечивающего движение неоднородной области.

Так, если разность $1 - V/v_l$ для всех волн ($l = 1 \div n$) имеет один и тот же знак, из (4.7) следует соотношение:

$$|N_0| = \sum_{l \neq 0}^n |N_l| \tag{4.8}$$

т. е. сумма квантов во вторичных волнах равна числу квантов в падающей волне. Если же для одной из вторичных волн sgn $(1 - V/v_l)$ получается иным, то соответствующее слагаемое в правой части (4.8) войдет со знаком минус, т. е. получим

$$|N_0| = \sum_{l\neq 0,\,\nu}^{n} |N_l| - |N_\nu| \tag{4.9}$$

При этом число квантов во вторичных волнах превышает их число в падающей волне, т. е. происходит рождение новых квантов. Последнее можно трактовать, в известном смысле, как индуцированное черенковское излучение движущейся неоднородной области, возникающее независимо от того, движется ли сама среда или только волна параметра.

Для частного случая движущейся неоднородной плазмы соотношения (4.8), (4.9) были получены ранее в работе [2].

Равенства (4.2), (4.7) в определенной мере аналогичны известным соотношениям Мэнли — Роу, полученным ранее [6] для непрерывных сигналов в параметрических системах; они позволяют, в частности, находить энергетические характеристики волновых пакетов в системах типа (2.1), если известны их частотные характеристики.

5. Далее остановимся на некоторых частных случаях. В качестве первого примера рассмотрим распространение плоских электромагнитных волн в неподвижном недиспергирующем диэлектрике с бегущими параметрами ($\varepsilon = \varepsilon(\zeta)$, $\mu = \mu(\zeta)$). В одномерном случае система описывается лагранжианом

$$L = \frac{1}{8\pi}(\varepsilon c_*^{-2} A_t^2 - \mu^{-1} A_x^2) \tag{5.1}$$

где c_* — скорость света в вакууме. В качестве обобщенной координаты здесь выбран потенциал A; при этом напряженность электрического поля E и индукция B выражаются как

$$E = -c_*^{-1} A_t, \qquad B = A_x$$

Сравнивая (5.1) с (2.1), находим, что здесь

$$a = -(8\pi\mu)^{-1}, \quad b = 0, \quad c = \frac{\varepsilon}{8\pi} c_*^{-2}, \quad d = 0$$

Вспомогательная задача согласно (2.7) описывается лагранжианом вида (2.1) с коэффициентами

$$a' = -\frac{1-\beta^2}{8\pi\mu}, \quad b' = 0, \quad c' = \frac{\varepsilon c_*^{-2}}{8\pi(1-\beta^2)}, \quad d' = 0$$

где $\beta = |V| c_*^{-1}\sqrt{\varepsilon\mu}$; физически это соответствует распространению электромагнитных волн в стационарном диэлектрике с проницаемостью

$$\varepsilon' = \varepsilon(1-\beta^2)^{-1}, \qquad \mu' = \mu(1-\beta^2)^{-1} \tag{5.2}$$

Пусть в исходной системе (5.1) имеется лишь одна волна, не удовлетворяющая условиям излучения и падающая навстречу слою. Тогда перед движущейся неоднородностью и позади нее, где параметры ε и μ постоянны и равны ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 соответственно, решение можно записать в виде двух волн (пометим их индексами $\pm$, причем нижний знак соответствует волне, движущейся навстречу неоднородности), частоты и волновые числа которых согласно (3.4) равны

$$\omega_\pm = \omega'(1 \mp \beta)^{-1}, \qquad k_\pm = k'(1 \pm \beta) \tag{5.3}$$

Коэффициенты отражения и пропускания слоя (R и T) при досветовом движении ($\beta_{1,2} < 1$) находятся подстановкой (5.3) в (3.7)

$$R = R' \left(\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1}\right)^2, \qquad T = T' \left(\frac{1+\beta_1}{1+\beta_2}\right)^2 \tag{5.4}$$

Отметим, что для справедливости формул (5.4) требуется лишь условие $\beta_{1,2} < 1$; при этом в самой неоднородной области может быть $\beta > 1$. Как видно из формул (5.4), если проницаемости диэлектрика одинаковы по обе стороны неоднородного слоя ($\beta_1 = \beta_2$), то $T = T'$, однако $R \neq R'$.

При «сверхсветовом» движении области переменных параметров $\beta_{1,2} > 1$) из (5.2) следует:

$$\varepsilon' < 0, \quad \mu' < 0$$

Распространение волн в средах с отрицательными ε и μ, вообще говоря, имеет некоторые особенности [7], что, однако, не препятствует применению формальной методики, изложенной в п. 2—4. В этом случае отраженной волны не возникает, а позади движущегося слоя будут две прошедших волны. Коэффициенты трансформации для них (T_+ и T_-) из (5.3) и (3.7) можно получить в виде

$$T_+ = \frac{R'}{T'} \left(\frac{1+\beta_1}{1-\beta_2}\right)^2, \quad T = \left(1 + \frac{R'}{T'}\right) \left(\frac{1+\beta_1}{1+\beta_2}\right)^2 \tag{5.5}$$

Для случая резкой границы R' и T' легко выражаются через значения волновых сопротивлений по разные стороны скачка

$$R' = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right)^2, \qquad T' = \frac{4\rho_1\rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} \qquad (\rho' = \sqrt{\mu'/\varepsilon'} = \sqrt{\mu/\varepsilon} = \rho)$$

при этом формулы (5.4), (5.5) согласуются с результатами, приведенными в [3].

Более сложным является случай, когда в пределах слоя величина $1 - \beta^2$ изменяет знак. В частности, при $\beta_1 < 1 < \beta_2$ здесь возникает не две вторичных волны, как обычно, а три. Такие случаи в настоящей работе не рассматриваются, применительно к резкой границе раздела они исследованы в [3].

Соотношения (5.3) — (5.5) несколько напоминают формулы релятивистского пересчета, однако рассматриваемый метод является более удобным, так как материальные уравнения в системе K' сохраняют свой вид, тогда как при переходе в систему отсчета, сопровождающую волну параметра, они заменяются более сложными соотношениями Минковского; кроме того, согласно (3.3) амплитуды волн в K и K' тождественно равны.

6. Аналогично может быть рассмотрено отражение и преломление слабой акустической волны на движущейся неоднородности параметров среды. Уравнения движения для такой системы в лагранжевых переменных η и t [8] имеют тот же вид, что и в предыдущем случае, а лагранжиан можно записать следующим образом:

$$L = \frac{1}{2\rho_0} \varphi_\eta^2 - \frac{\rho_0}{2\rho c_s^2} \varphi_t^2 \tag{6.1}$$

Здесь $\rho(\zeta)$ — переменная плотность среды, $\rho_0 = \mathrm{const}$ — начальная плотность, $c_s(\zeta)$ — скорость звука в среде, φ — потенциал скоростей, определенный согласно соотношениям

$$p_s = -\varphi_t, \quad v_s = \rho_0^{-1}\varphi_\eta$$

где p_s и v_s — малые возмущения давления и скорости частиц, отвечающие слабому сигналу. Нетрудно видеть, что (6.1) совпадает с (5.1) с точностью до замены

$$\rho_0 \to -4\pi\mu, \quad \sqrt{\rho}\, c_s \to 4\pi \sqrt{\mu/\varepsilon}\, c_*, \quad \varphi \to A, \quad \eta \to x$$

так что выводы п. 5 могут быть непосредственно применены и к этому случаю.

Используя результаты работы [9], нетрудно показать, что лагранжиан вида (6.1) описывает также одномерную задачу о взаимодействии плоских продольных и поперечных волн в упругой изотропной среде.

7. В качестве примера диспергирующей системы рассмотрим плоские электромагнитные волны в неоднородной плазме, движущейся со скоростью V в диэлектрике с постоянными параметрами (ε, μ = const). К выражению для лагранжиана (5.1) в этом случае нужно добавить член $^1/_2 Nmv^2 + c_*^{-1} jA$, учитывающий кинетическую энергию электронов и взаимодействие их с полем; здесь $j = eNv$ — плотность наведенных в плазме токов, v — возмущение скорости электронов электромагнитной волной ($v \ll c_*$), N — концентрация, e и m — заряд и масса электронов. Учитывая, что согласно уравнению движения электронов

$$v = A - \frac{e}{mc_*} A,$$

получаем

$$L = \frac{1}{8\pi} (\varepsilon c_*^{-2} A_t^2 - \mu^{-1} A_x^2 - \varepsilon c_*^{-2} \omega_p (\zeta) A^2) \quad \left(\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N}{\varepsilon m}}\right) \tag{7.1}$$

где ω_p — плазменная (ленгмюровская) частота. Из формул (2.7) для системы (7.1) следует, что вспомогательной задаче в этом случае соответствует неоднородная плазма ($\omega_p'(x) = \omega_p \sqrt{1-\beta^2}$), помещенная в среду с коэффициентом преломления

$$n' = \sqrt{\varepsilon' \mu'} = \sqrt{\varepsilon\mu}\, (1-\beta^2)^{-1}$$

Подобная система рассматривалась ранее в работе [2]. Основные результаты этой работы нетрудно получить из формул (3.4), (3.7), (4.7), где в соответствии с (7.1) достаточно положить

$$a = -(8\pi\mu)^{-1}, \quad b = 0, \quad c = \frac{\varepsilon}{8\pi c_*^2}, \quad d = -\frac{\varepsilon \omega_p^2}{8\pi c_*^2}$$

Наличие дисперсии обусловливает появление некоторых особенностей при распространении волн в системах типа (7.1). В частности, оказывается, что для одной падающей волны здесь уже не может возникнуть более двух вторичных волн (при $\beta < 1$ это отраженная и преломленная волны, а при $\beta > 1$ — две прошедшие волны позади движущейся неоднородности). Плазменный характер дисперсии приводит также к тому, что для частот $\omega' < \omega_{p2}\sqrt{1-\beta^2}$ (где ω_{p2} — плазменная частота за неоднородной областью) при $\beta < 1$ коэффициент прохождения $T' = 0$ (а значит и $T = 0$), в то время как $R' = 1$ («движущееся зеркало»).

Авторы признательны М. А. Миллеру за обсуждение работы и полезные замечания

Поступила 5 I 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Ostrovskii L. A., Stepanov N. S. Nonresonance parametric phenomena in distributed systems. Selected papers from the URSI Sympos. on electromag. waves. Stresa, Italy, 1968, Alta Frequenza, 1969, vol. 38, No. Speciale, p. 204.
2. Сорокин Ю. М., Степанов Н. С. Об отражении и преломлении электромагнитных волн в движущейся неоднородной плазме. Изв. вузов, Радиофизика, 1971, т. 14, № 1.
3. Островский Л. А., Степанов Н. С. Нерезонансные параметрические явления в распределенных системах. Изв. вузов, Радиофизика, 1971, т. 14, № 4.
4. Островский Л. А. Некоторые общие соотношения для волн на движущейся границе раздела двух сред. ЖЭТФ, 1971, т. 61, вып. 8.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, т. 2. Теория поля. М., «Наука», 1967.
6. Manley J. M., Rowe H. E. Some general properties of nonlinear elements, pt 1. General energy relations. Proc. IRE, 1956, vol. 44, No. 7.
7. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ. Усп. физ. н., 1967, т. 92, вып. 3.
8. Степанов Н. С. Об одном параметрическом явлении в акустике. Акуст. ж., 1962, т. 8, вып. 1.
9. Степанов Н. С. К вопросу о взаимодействии продольных и поперечных упругих волн. Акуст. ж., 1967, т. 13, вып. 2.