УДК 536.2 : 532.584 : 538.4

ЯВЛЕНИЕ МИКРОКОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ЖИДКОСТЯХ С ВНУТРЕННИМ ВРАЩЕНИЕМ

В. Г. Баштовой, А. Н. Вислович, Б. Э. Кашевский

(Минск)

Ряд экспериментально наблюдаемых явлений (магнитовязкий эффект (увеличение вязкости ферромагнитной суспензии в магнитном поле) [1] и увлечение полярной жидкости нестационарным магнитным полем [2—4]) удалось объяснить, используя представление о внутренних вращениях и о связанном с ними внутреннем трении как механизме передачи импульса от поля к среде [5—8]. В связи с развитием исследований влияния внутренних вращений на макроскопическое движение жидкости большое внимание уделяется также разработке математических моделей асимметричных поляризующихся и намагничивающихся сред [5, 9—12].

В данной работе показано, что влияние внутренних вращений в определенных условиях не сводится только к модификации закона переноса импульса, но оказывается существенным в процессах переноса тепла, а в случае многокомпонентных жидкостей — и массы, обусловливая специфический «микроконвективный» механизм переноса.

Поскольку смысл представления о внутренних вращениях особенно прозрачен в случае суспензий и коллоидных растворов, рассмотрим некоторый объем суспензии в системе S', в которой макроскопическое движение отсутствует. Эта система вращается относительно лабораторной системы координат S с угловой скоростью $\mathbf{\Omega} = (1/2)\mathrm{rot}\mathbf{v}$. В системе S' частицы суспензии вращаются со скоростью $\mathbf{R} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{\Omega}$, где $\boldsymbol{\omega}$ — скорость их вращения в системе S. Вращающиеся частицы вместе с увлекаемой ими вследствие вязкости жидкостью в случае неоднородного распределения в жидкости температуры обусловливают в системе S' локальный микроконвективный перенос тепла. В том случае, когда расстояние между частицами соизмеримо с их размерами, а размеры частиц достаточно велики, результатом взаимодействия температурных полей отдельных микровихрей и теплопередачи между ними может стать макроскопический тепловой поток $\mathbf{q}_r$, конкурирующий с кондуктивным тепловым потоком $\mathbf{q}_0$.

Оценим величину q_r/q_0, исходя из уравнения теплопереноса $\mathbf{v}\nabla T = \varkappa\nabla^2 T$, применив его к отдельному микровихрю, для чего следует взять в качестве характерного размера радиус микровихря l_0. Тогда $v \simeq Rl_0$ и

$$q_r/q_0 \simeq Rl_0^2/\varkappa. \tag{1}$$

Если $l_0 \simeq 100$ мкм, $\varkappa = 10^{-7}$ м²/с, то $q_r/q_0 \simeq 1$ при $R \simeq 10$ с$^{-1}$.

Таким образом, значительного эффекта следует ожидать в случае сравнительно крупных вихрей ($\sim 10—100$ мкм).

Полное теоретическое решение задачи о теплопереносе в рассматриваемой ситуации может быть получено путем рассмотрения гидродинамики и теплообмена применительно к каждому отдельному микровихрю на основе уравнений, описывающих жидкость-носитель, с учетом взаимодействия их температурных и скоростных полей. Поскольку решение этой задачи не представляется возможным, в данной работе предлагается феноменологический подход, заключающийся в том, что вместо рассмотрения всех деталей микроконвективного теплопереноса вводится понятие тензора эффективной теплопроводности λ_{ik} такого, что определяемый им тепловой поток $-q_i = \lambda_{ik}\nabla_k T$ равен потоку, обусловленному реальными механизмами — микроконвекцией и кондукцией. Тензор λ_{ik} является функцией вектора $\mathbf{R}$. Общий вид тензора, составленного из компонент $\mathbf{R}$, есть $\lambda_{ik} = \lambda_1\delta_{ik} - (\lambda_r/R^2)R_iR_k + (\lambda_a/R)\varepsilon_{ikm}R_m$, где ε_{ikm} — тензор Леви—Чивита.

Поскольку движение жидкости в микровихрях, обусловливающее микроконвективный теплоперенос, осуществляется в плоскости, перпендикулярной вектору $\mathbf{R}$, естественно предположить, что перенос тепла вдоль $\mathbf{R}$ обусловлен только истинной теплопроводностью. Математически этому выводу соответствует соотношение $(\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}) = -\lambda_0(\nabla T\cdot\mathbf{R})$, которое устанавливает, что $\lambda_1 - \lambda_r = \lambda_0$. Следовательно,

$$\lambda_{ik} = (\lambda_0 + \lambda_r)\delta_{ik} - \lambda_r e_i e_k + \lambda_a\varepsilon_{ikm}e_m, \tag{2}$$

где введено обозначение $e_s = R_s/R$.

Ограничения на знаки коэффициентов λ_a, λ_r, λ_0 следует получить из условия неотрицательности производства энтропии $\sigma_т$, обусловленного эффективной теплопроводностью [13]:

$$T^2\sigma_т = -\mathbf{q}\cdot\nabla T \geqslant 0$$

или

$$(\lambda_0 + \lambda_r)(\nabla T)^2 - \lambda_r e_i e_k \nabla_i T \nabla_k T \geqslant 0. \tag{3}$$

Это справедливо при любых значениях e_m, в частности, если $e_i = 0$. Поэтому $\lambda_0 + \lambda_r \geqslant 0$. В силу независимости кондукции и микроконвекции получаем

$$\lambda_0,\ \lambda_r \geqslant 0. \tag{4}$$

Соотношение (4) автоматически обеспечивает выполнение равенства (3), так как $\lambda_r(\nabla T)^2 \geqslant \lambda r e_i e_k \nabla_i T \nabla_k T$. Знак λ_a остается неопределенным, поскольку тепловой поток, обусловленный антисимметричной частью тензора теплопроводности $\lambda_a\varepsilon_{ikm}e_m$, дает нулевой вклад в производство энтропии: $\varepsilon_{ikm}e_m\nabla_k T\nabla_i T \equiv 0$.

Коэффициенты λ_r и λ_a зависят от теплофизических характеристик жидкости-носителя, от размеров и концентрации частиц, а для данной среды являются функциями только скалярного инварианта $\mathbf{R}$, т. е. $|\mathbf{R}|$.

Следует отметить, что изменение тензорной размерности коэффициентов переноса при сдвиговых течениях жидкостей, характеризующихся внутренней структурой, рассматривалось в работе [14], а тензорный характер теплопроводности среды при наличии векторного поля внутренних вращений с формальной стороны описан в работе [10].

Выпишем в векторной форме выражение для теплового потока в среде с теплопроводностью, определяемой соотношением (2):

$$\mathbf{q} = -\lambda_0\nabla T - \lambda_r(\nabla T - \mathbf{e}(\mathbf{e}\cdot\nabla T)) - \lambda_a\mathbf{e}\times\nabla T. \tag{5}$$

Первый член в этом выражении соответствует истинной теплопроводности среды, второй — устанавливает микроконвективный тепловой поток, лежащий в плоскости, перпендикулярной вектору $\mathbf{e}$ и параллельной проекции градиента температуры на эту плоскость, а третий с точностью до знака λ_a определяет микроконвективный перенос тепла в направлении, перпендикулярном векторам $\mathbf{e}$ и ∇T. Тензор диффузии D_{ik} растворенного в среде с микровращениями компонента имеет вид, аналогичный виду тензора теплопроводности (2).

Для описания термомеханики среды с рассмотренными переносными свойствами следует использовать аппарат асимметричной гидродинамики.

В пренебрежении диффузией внутренних вращений, сжимаемостью и диссипативными тепловыделениями уравнения переноса асимметричной жидкости имеют вид

$$\rho dv_i/dt = \partial\sigma_{ik}/\partial x_k + \rho f_i; \tag{6}$$

$$I d\omega_i/dt = -\varepsilon_{imn}\,(1/2)(\sigma_{mn} - \sigma_{nm}) + \rho m_i; \tag{7}$$

$$c_p \rho dT/dt = -\mathrm{div}\,\mathbf{q};\ \mathrm{div}\,\mathbf{v} = 0,$$

где I — суммарный момент инерции частиц в единице объема; f_i, m_i — массовые плотности внешних сил и моментов сил.

Наличие внешних объемных моментов является необходимым условием для создания в жидкости внутренних вращений. Поэтому для экспериментального обнаружения явления микроконвективного теплопереноса можно использовать ферромагнитные суспензии. Внутренние вращения в таких суспензиях можно создавать либо вращающимся полем, либо наложением однородного магнитного поля на сдвиговое течение суспензий. Рассмотрим второй способ, который представляется более удобным для реализации.

Следует отметить, что теплопроводность ферромагнитной суспензии в присутствии магнитного поля является также функцией вектора напряженности поля $\mathbf{H}$: $\lambda_{ik} = \lambda_{ik}(\mathbf{R}, \mathbf{H})$. Поскольку наводимая полем анизотропия теплопроводности связана с появлением структуры суспензии из-за магнитных диполь-дипольных сил, а наводимая внутренними вращениями анизотропия связана с разрушениями структур, при исследовании микроконвективного теплопереноса влиянием поля на теплопроводность среды можно на первом этапе пренебречь.

Воспользуемся выражением для тензора напряжений несжимаемой ферромагнитной суспензии, полученным в [4] в почти равновесном но намагниченности приближении (предполагается, что характерные гидродинамические времена малы по сравнению с временем релаксации намагниченности суспензии):

$$\sigma_{ik} = p\delta_{ik} + \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + \frac{H_i B_k}{4\pi} - 2\eta_r \varepsilon_{ikl}\,(\Omega_l - h_l\,(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{h})). \tag{8}$$

Здесь η и η_r — обычная и вращательная вязкости соответственно. Величина η_r для данной суспензии является функцией напряженности поля H. Не выписывая явного вида η_r, вычисленного в [4] при сильных ограничениях на свойства суспензии, предполагаем, что соотношение (8) применимо к магнитным суспензиям в широком диапазоне их дисперсионных и иных характеристик. Далее, $h_l = H_l/H$; $B_i = H_i + 4\pi M_i$ — магнитная индукция и M_i — намагниченность суспензии. Стационарные уравнения движения ферромагнитной суспензии в однородных полях, согласно (6)—(8), имеют вид

$$\rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \eta\nabla^2\mathbf{v} - \eta_r\,\mathrm{rot}\,(\mathbf{\Omega} - \mathbf{h}(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{h})); \tag{9}$$

$$\mathbf{R} = (\eta_r/\eta_r^0)\,\mathbf{\Omega}, \tag{10}$$

где $\eta_r^0 = \max\eta_r$ — значение вращательной вязкости, когда вращения заторможены полностью ($\omega = 0$).

Уравнения (9), (10) дополняются стационарным уравнением теплопроводности

$$c_p\rho\mathbf{v}\nabla T = -\mathrm{div}\mathbf{q}, \tag{11}$$

в котором $\mathbf{q}$ определяется выражением (5).

Исходя из соотношений (5), (9)—(11), рассмотрим неизотермическое течение Куэтта в зазоре между двумя длинными цилиндрами, когда внутренний цилиндр радиуса R_1 вращается со скоростью Ω_0 и на нем задан постоянный тепловой поток q_0, а внешний радиус R_2 покоится и термостатирован с температурой T_0. Магнитное поле однородно и перпендикулярно образующей цилиндра.

В этом случае уравнение (9) определяет течение с постоянной скоростью сдвига

$$\hat{\Omega} = -\frac{R_1^2 \Omega_0}{R_2^2 - R_1^2} \mathbf{i}_z.$$

Это обстоятельство и уравнение (10) позволяют заключить, что в зазоре осуществляется проскальзывание суспензированных частиц относительно жидкости-носителя с угловой скоростью

$$\mathbf{R} = -\frac{\eta_r R_1^2 \Omega_0}{\eta_r^0 \left(R_2^2 - R_1^2\right)} \mathbf{i}_z. \tag{12}$$

В рассматриваемой задаче внутренние вращения, поскольку они однородны, не меняют ни температурного профиля, ни профиля скорости жидкости и приводят лишь к интенсификации теплообмена. Решение уравнения теплопроводности, принимающего вид $\nabla^2 T = 0$ с граничными условиями $T(R_2) = T_0$, $T'(R_1) = -q_0/\lambda^*$, где $\lambda^* = \lambda_0 + \lambda_r$, есть

$$T = T_0 + (q_0 R_1/\lambda^*) \ln (R_2/r).$$

Температура на внутреннем цилиндре T_1 равна

$$T_1 = T_0 + (q_0 R_1/\lambda^*) \ln (R_2/R_1). \tag{13}$$

Если величина η_r/η_r^0 известна, то, определяя в эксперименте T_1, q_0, Ω_0, имеем возможность по формулам (13), (12) установить зависимость $\lambda_r(R)$ для данной суспензии, что является целью эксперимента. Лучший способ определения η_r/η_r^0 состоит в измерении η_r вместе с T_1, q_0, Ω_0 в одном эксперименте по величине закручивающего момента, действующего на один из цилиндров.

В другом случае, также просто реализуемом в эксперименте, при неизотермическом течении Пуазейля в узком зазоре между двумя горизонтальными термостатированными пластинами, помещенными в однородное перпендикулярное поле, изменяется не только тепловой поток, но и температурный профиль жидкости. Это происходит вследствие того, что внутренние вращения, а значит, и теплопроводность в слое изменяются поперек слоя от точки к точке. В данной ситуации уравнение движения (9) решается независимо от уравнения теплопроводности. С граничными условиями $v_x|_{y=h} = v_x|_{y=-h} = 0$ это решение имеет вид

$$v_x = \frac{\nabla p}{2\eta^*}(h^2 - y^2), \; v_y = v_z = 0; \; \hat{\Omega}_z = -\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\nabla p}{\eta^*} y,$$

где $\eta^* = \eta_r + \eta$. Интенсивность внутренних вращений определяется выражением

$$R_z = (\eta_r \nabla p / \eta_r^0 \eta^*) y. \tag{14}$$

Исходя из этого, проанализируем тепловую ситуацию в слое, предполагая, что λ_r является линейной функцией $|R|$:

$$\lambda_r = \alpha|R|, \ \alpha > 0. \tag{15}$$

Соотношения (15), (14) дают

$$\lambda_r = \beta\,|\,y\,|, \ \beta = \alpha\eta_r\nabla p/\eta_r^0\,\eta^*.$$

Поскольку производная λ_r' в точке $y = 0$ разрывна, решение уравнения теплопроводности, имеющего в этом случае вид

$$(1 + \lambda_r/\lambda_0)\,T'' + (\lambda_r'/\lambda_0)\,T' = 0,$$

следует искать отдельно в области $0 < y \leqslant h(\lambda_r' = \beta)$ и в области $-h \leqslant y < (\lambda_r' = -\beta)$, сшивая полученные решения в точке $y = 0$.

Окончательно, введя безразмерные величины $\xi = y/h$, $\Theta = [2T - (T_1 + T_2)]/(T_1 - T_2)$ с граничными условиями $\Theta(-1) = -1$, $\Theta(1) = 1$, получаем

$$\Theta = \operatorname{sgn}(\xi)\ln(1 + B|\xi|)/\ln(1 + B), \tag{16}$$

где $B = \beta h/\lambda_0$ определяется отношением максимального значения коэффициента эффективной теплопроводности λ_r, связанной с внутренними вращениями, к теплопроводности жидкости без вращений λ_0 и характеризует нелинейность температурного профиля. Когда $B \to 0$ (влияние внутренних вращений уменьшается), выражение (16) переходит в $\Theta = \xi$, т. е. дает обычное линейное распределение температуры по высоте слоя.

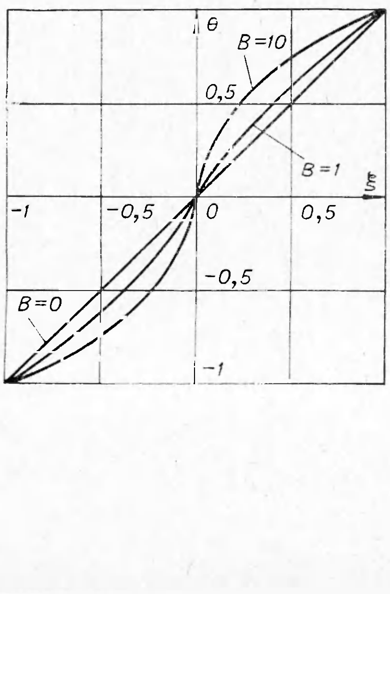
Изменение характера распределения температуры жидкости в слое с увеличением параметра B иллюстрирует фигура.

Видно, что с ростом B температурный профиль все больше искривляется таким образом, что температурные напряжения, уменьшаясь вблизи пластин, оттесняются в центральную область слоя, где $\partial\Theta/\partial\xi = B/\ln(1 + B)$.

Можно найти также, что увеличение теплового потока q через слой вследствие внутренних вращений определяется выражением

$$q/q_0 = B/\ln(1 + B),$$

которое в случае малых B переходит в $q = q_0(1 + B/2)$. Для экспериментального обнаружения обсуждаемого эффекта более удобным может показаться измерение перепада температуры на границах горизонтального слоя, когда нижняя пластина термостатирована с $T = T_0$, а на верхней — поддерживается постоянный тепловой поток q.



Обезразмерив температуру по величине температурного перепада, который имел место в отсутствие внутренних вращений ($H = 0$): $\Theta = (T - T_0)/(\hat{T}_1 - T_0)$, где $\hat{T}_1$ — температура верхней пластины в отсутствие вращений, а $\hat{T}_1 - T_0 = 2qh/\lambda_0$, и используя $y = \xi h$, находим решение данной задачи в виде

$$\Theta_1 = (T_1 - T_0)/(\hat{T}_1 - T_0) = \ln(1 + B)/B. \tag{17}$$

Приведем простейшую оценку уменьшения температурного напряжения в слое при заданном тепловом потоке, принимая, согласно (1), $B = Rl_0^2/\varkappa$ и, согласно (14), $R = \eta_r \nabla ph/\eta_r^0 \eta^*$. Полагая $\eta_r/\eta_r^0 = 1$, $\eta^* = 10^{-2}$, $\nabla p = 0{,}6$, $h = 1$, $l_0 = 10^{-2}$, $\varkappa = 10^{-5}$ (ед. СГС), получаем $B \simeq 6$. Подставляя найденное значение B в (17), находим, что температурный перепад уменьшается в три раза ($\Theta_1 = 0{,}3$).

Таким образом, рассмотренный механизм может привести к существенной интенсификации теплопередачи и модификации температурного профиля при сдвиговых течениях суспензий при наличии в них объемных моментов сил.

Поступила 31 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **McTaque J. P.** Magnetoviscosity of magnetic colloids. —«J. Chem. Phys.», 1969, N 51, p. 133.
2. **Zwetkoff V.** Bewegung anisotroper Flussigkeiten im rotierenden Magnetfeld. —«Acta Physicochimica», 1939, vol. 10, N 4, p. 554.
3. **Moskowitz R., Rosensweig R. E.** Nonmechanical torquedriven of ferromagnetic fluid by an electromagnetic field.— «Appl. Phys. Lett.», 1967, vol. 11, N 10, p. 301.
4. **Каган И. Я., Рыков В. Г., Литовский Е. И.** О течении диэлектрической ферромагнитной суспензии во вращающемся магнитном поле.— МГ, 1973, № 2, с. 135.
5. **Шлиомис М. И.** Эффективная вязкость магнитных суспензий. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, № 6 (12), с. 2411.
6. **Глазгов Ю. А.** Роль высших гармоник при движении ферросуспензий во вращающемся магнитном поле.— МГ, 1975, № 4, с. 31.
7. **Цеберс А. О.** Межфазные напряжения в гидродинамике жидкостей с внутренним вращением.— МГ, 1975, № 1, с. 79.
8. **Висловнч А. И.** О воздействии вращающегося поля на ферромагнитную суспензию в слое со свободной границей.— «Письма в ЖТФ», 1975, т. 1, № 16, с. 744.
9. **Jenkins J. T.** A theory of magnetic fluids.— «Arch. Rational Mech. and Analysis», 1972, vol. 46, N 1, p. 42.
10. **Суязов В. М.** О структурно-континуальном подходе в магнито- и электрогеологии дисперсных систем.— МГ, 1972, № 2, с. 3.
11. **Цеберс А. О.** Течение дипольных жидкостей во внешних полях.— МГ, 1974, № 4, с. 3.
12. **Баштовой В. Г., Кашевский Б. Э.** Асимметричная модель магнитной жидкости с учетом конечной анизотропии ферромагнитных частиц.— МГ, 1976, № 4, с. 24.
13. **De Groot S. R., Mazyr P.** Non-equilibrium thermodynamics. Amsterdam, 1962. Рус. пер. де Гроот С., Мазур. П. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
14. **Лыков А. В., Берковский Б. М.** Законы переноса в неньютоновских жидкостях.— В кн.: Тепло- и массоперенос в неньютоновских жидкостях. М., «Энергия», 1968.

УДК 534.222

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ВЗРЫВНЫЕ ВОЛНЫ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕДАХ

В. А. Плаксий

(Киев)

Вопросу применимости к водонасыщенным грунтам модели [1] посвящены работы [2, 3]. С использованием этой модели решены задачи в работах [4—7]. В данной работе определены зависимости на фронте ударной волны от расстояния, а также изменение этих параметров со временем в фиксированных точках среды. Проведенное сопоставление полученных данных с результатами экспериментов свидетельствует о применимости к грунтам модели многокомпонентной среды.