

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕРМОУСТОЙЧИВОСТЬ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ*

Ю. В. Немировский, В. И. Самсонов, А. В. Шульгин

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск*

Современные материалы являются сложными как по составу, так и по разнообразию структуры, фазового состояния и т. д. Общепринятые «классические» методики расчета конструктивных элементов из таких композиционных материалов (КМ) в ряде случаев могут привести к существенным погрешностям основных рассчитываемых характеристик. Поэтому разработка новых уточняющих математических моделей и методик расчета (в основном численных) представляется весьма актуальной, особенно при рассмотрении задач динамики конструкций в нелинейных постановках краевых задач.

В данной работе обобщена формулировка нелинейной модели [1] на случай термоупругости слоистых оболочек с учетом взаимодействия слоев различной физической природы. Вариант усовершенствованной расчетной модели термоупругого деформирования слоистых КМ-оболочек (в том числе пригодный для расчета как гладких, так и подкрепленных оболочек) построен с учетом взаимодействия слоев, непрерывного по касательным усилиям и вектору перемещений, межслойных сдвигов по высоте пакета в целом, а также наличия переходных зон между матрицей и армирующими волокнами, возникающих вследствие технологических процессов изготовления. Специфика композитной структуры отражена в коэффициентах упругости системы, в которые естественным образом входят физические и механические характеристики отдельных субструктур материала. Численно реализованы задачи нелинейного термоупругого деформирования слоистой цилиндрической композитной оболочки при силовых и температурных импульсных воздействиях. Проанализированы полученные результаты и даны практические рекомендации по их использованию.

В уточненной постановке разрешающие уравнения нелинейного изгиба, устойчивости и колебаний пологих слоистых композитных оболочек были получены в [1]. Но когда необходимо рассматривать и термоупругие постановки задач, следует ввести в них дополнительные составляющие, используя обобщенные на случай термоупругости соотношения Дюамеля — Неймана. Для варианта анизотропии с одной плоскостью упругой симметрии их можно представить следующим образом:

$$\sigma_k = \sum_{l=1}^3 A_{kl} \varepsilon_l - \beta_{kl}^T \vartheta, \quad \sigma_{i3} = \sum_{j=1}^2 G_{ij} \varepsilon_{j3} - \beta_{i3}^T \vartheta \quad (k = 1, 2, 3, \quad i = 1, 2). \quad (1)$$

Здесь первые слагаемые взяты из [1], причем $\sigma_3 \equiv \sigma_{12}$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_{12}$, а коэффи-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-01-16535).

циенты теплового влияния имеют вид

$$\beta_k^T = \sum_{l=1}^3 A_{kl} \alpha_l^T, \quad \beta_{i3}^T = \sum_{j=1}^2 G_{ij} \alpha_{j3}^T, \quad (2)$$

где $\vartheta = T - T_0$; T — абсолютная температура тела; T_0 — его начальная составляющая; $\alpha_l^T, \alpha_{j3}^T$ — коэффициенты теплового расширения материала конструкции [2]. Запись выражений (1) и (2) будет идентичной для каждого из слоев оболочки, поэтому индексы, относящиеся к слоям, здесь опущены.

Проводя довольно громоздкую процедуру вывода разрешающих уравнений аналогично [1] и используя (1) и (2), получим в итоге разрешающую систему термоупругого деформирования слоистых КМ-оболочек в обобщенных перемещениях:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^2 (\Delta_{im} u_m + \Delta'_{im} \alpha_m) - J_i w - U_i^* - \varepsilon^{-1} \nabla_i \vartheta^* + \varepsilon^{-2} q_{i3} &= 0, \\ \sum_{m=1}^2 (\Delta'_{mi} u_m + \Delta''_{im} \alpha_m) - J'_i w - K_i^* - \varepsilon^{-1} \nabla'_i \vartheta^* + \varepsilon^{-2} q_{i3}^0 &= 0, \\ \sum_{m=1}^2 (J_m^0 u_m + J_m^0 \alpha_m) - J_3 w - L_3^* - \nabla_3 \vartheta^* - \varepsilon^{-2} q &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q} \delta \mathbf{u} \Big|_{\Gamma} = 0 \quad (i = 1, 2).$$

Здесь u_i, w — основные перемещения в отсчетной поверхности; α_i — функции координат и времени, связанные с поперечными сдвигами; $\Delta_{im}, \Delta'_{im}, \Delta''_{im}$ и т. д. — дифференциальные операторы в частных производных; U_i^*, K_i^*, L_3^* — инерционные составляющие; q_{i3}, q_{i3}^0, q — параметры внешней поверхностной нагрузки; $\mathbf{Q}, \delta \mathbf{u}$ — соответственно векторы обобщенных усилий и вариаций обобщенных перемещений на Γ -линии, ограничивающей отсчетную поверхность оболочки; учтено влияние межслойных сдвигов, взаимодействие волокон и связующего и согласованы условия их контакта в пакете не только по перемещениям, но и по касательным усилиям [3–5]; подчеркнутые слагаемые соответствуют температурным составляющим; $\vartheta^* = \alpha^T \vartheta$ (α^T — характерный коэффициент теплового расширения); операторы $\nabla_i, \nabla'_i, \nabla_3$ линейные, содержат упругие и в общем случае тепловые составляющие от поперечной координаты. В силу громоздкости входящих в (3) операторов они здесь не приводятся и в необходимых случаях будут выписаны при решении конкретных задач. Отметим также, что порядок полученной разрешающей системы уравнений (3) не зависит от числа слоев и их расположения.

Используем систему (3) для исследования процесса выпучивания цилиндрической композитной трехслойной оболочки при аperiодических динамических воздействиях (силовых и температурных). Для этого к системе уравнений устойчивости, полученной из (3), следует добавить обобщенное уравнение теплопроводности, а также начальные условия. Отметим, что при решении задач устойчивости в граничных условиях должны быть отброшены температурные члены [6], поскольку они будут уже учтены при определении докритического состояния оболочки, а уравнения закритического деформирования сохранят вид, аналогичный приведенному в [3, 4, 7], независимо от присутствия температурной составляющей.

Полученная таким образом полная задача динамической термоустойчивости имеет довольно сложный вид и структуру. Прямое ее решение затруднительно даже при использовании численных методов. Поэтому, согласно приведенному в [8] замечанию относительно подходов к решению подобных задач, рассмотрим два этапа их реализации. На первом этапе условно примем, что изменение термоупругой деформации по длине оболочки не зависит от прогиба и определяется из решения соответствующей одномерной задачи, как для упругого стержня. На втором этапе решаем собственно задачу нелинейного закритического деформирования (выпучивания) под действием температурных и силовых факторов, причем температурные составляющие будут входить в систему уравнений как известные величины, найденные на предыдущем этапе.

Обобщенное уравнение теплопроводности для анизотропного тела (каковым является композитный материал оболочки) получим из соотношения [2]

$$T \frac{\partial S}{\partial t} = -q_{i,i}, \quad (4)$$

где \mathbf{q} — вектор теплового потока; S — энтропия в расчете на единицу объема. По закону Фурье для анизотропной среды

$$q_i = -\lambda_{ij} T_{,j}. \quad (5)$$

Поскольку нас интересует одномерный случай распространения тепловых деформаций, то от правой части (4) остается

$$q_1 = -\lambda T_{,1} \quad (6)$$

(λ — коэффициент теплопроводности в продольном направлении оболочки). Энтропия в анизотропном случае имеет выражение [2]

$$S = \beta_{ij} \varepsilon_{ij} + (C_e \rho / T_0) \vartheta. \quad (7)$$

Здесь C_e — удельная теплоемкость при постоянной деформации; ρ — плотность материала; β_{ij} — материальные константы, связанные с механическими и тепловыми свойствами материала, которые определены ниже; ε_{ij} — тензор деформации. Первый член выражения (7) для энтропии характеризует сопряжение поля деформаций и температуры, второй — энтропию, вызванную теплопроводностью. Подстановка (7) в (4) с учетом (6) приводит к уравнению

$$T_0 \beta_{ij} \varepsilon_{ij} + C_e \rho \vartheta = \lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_1^2} \quad (8)$$

(x_1 — продольная координата цилиндра). Свернем первое слагаемое в (8), учитывая одномерность случая и выражения деформаций через перемещения согласно [1], в результате чего соотношение (8) окончательно в безразмерных переменных примет вид

$$\frac{\partial \vartheta^*}{\partial \tau} - \Lambda \frac{\partial^2 \vartheta^*}{\partial \xi_1^2} + \Omega \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau \partial \xi_1} = 0, \quad (9)$$

где $\vartheta^* = \alpha^T \vartheta$; $\tau = ct/L$; $c = \sqrt{E_0/\rho}$; $\Lambda = \lambda L/R^2 C_e \rho c$; t — размерное время; $\Omega = \varepsilon A_{11}^* T_0 (\alpha^T)^2 E_0 / C_e \rho$; $\xi_1 = x_1/R$; L, R — длина и средний радиус цилиндрической поверхности оболочки; E_0 — модуль упругости изотропного связующего материала; ρ — средняя плотность материала оболочки; u_1 — отнесенное к полной толщине оболочки H перемещение точек срединной поверхности в направлении образующей; $\varepsilon = H/R$; A_{11}^* — упругий модуль КМ вдоль образующей [1]. Уравнение (9) отличается от обычного

уравнения теплопроводности дополнительным членом, связанным с работой деформации, т. е. имеем так называемое связанное или обобщенное уравнение теплопроводности, которое следует рассматривать совместно с уравнением движения (3) при $i = 1$. Приводя его к безразмерному виду с учетом принятых выше обозначений, получим

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi_1^2} - \varepsilon^{-1} \frac{\partial \vartheta^*}{\partial \xi_1} - K \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} = 0 \quad (10)$$

($K = R^2/L^2 A_{11}^*$). Уравнения (9) и (10) образуют полную систему дифференциальных уравнений связанной термоупругости композитной цилиндрической оболочки в одномерном варианте. Краевые и начальные условия в исследуемом случае принимаем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta^*}{\partial \xi_1} = u_1 = 0 \quad \text{при} \quad \xi_1 = 0, \frac{L}{R}, \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} = u_1 = 0 \quad \text{при} \quad \tau = 0, \quad \vartheta^* = \vartheta_0^* \quad \text{при} \quad \tau = 0, \quad \xi_1 = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Последнее условие из (11) отвечает приложению теплового импульса ϑ_0^* на одном из торцов оболочки в начальный момент, т. е. рассматривается резкий местный нагрев с оставшейся теплоизолированной поверхностью [8]. При решении основной задачи выпучивания композитной слоистой оболочки надо внести в разрешающую систему уравнений устойчивости [7] дополнительно составляющую от воздействия температуры по формуле

$$T_1^0(\tau, \xi_1) = A_{11}^* \left(\varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial \xi_1} - \vartheta^* \right). \quad (12)$$

Здесь $\partial u_1 / \partial \xi_1$, ϑ^* определяются из решения задачи (9)–(11).

Заметим, что в тех случаях, когда тепловые источники медленно изменяются во времени, можно в уравнении (10) пренебречь инерционной составляющей, тогда

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial \xi_1} - \vartheta^* \right] = 0. \quad (13)$$

Система уравнений (9), (11), (13) образует теперь так называемую квазистатическую задачу термоупругости. Уравнение (13) легко интегрируется при краевых условиях $u_1(0, \tau) = u_1(L/R, \tau) = 0$, и тогда $T_1^0(\tau)$ можно представить в явном виде

$$T_1^0(\tau) = -A_{11}^* \frac{R}{L} \int_0^{L/R} \vartheta(\tau, \xi_1) d\xi_1, \quad (14)$$

где функция $\vartheta(\tau, \xi_1)$ определяется из решения задачи обобщенной теплопроводности (9) и (11). Это замечание становится отчетливо наглядным и в том случае, если перейдем к новой переменной по времени $\tau_1 = \Lambda \tau$ в (9) и (10). Уравнение (10) тогда примет вид

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi_1^2} - \varepsilon^{-1} \frac{\partial \vartheta^*}{\partial \xi_1} - K \Lambda^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau_1^2} = 0. \quad (10a)$$

Для реальных материалов коэффициент $K \Lambda^2$ при второй производной по времени настолько мал, что последним слагаемым в (10a) можно пренебречь по сравнению с остальными, и мы снова приходим к (13).

Таким образом, задача первого этапа свелась к интегрированию системы уравнений (9) и (10) при начально-краевых условиях (11).

Как отмечено выше, задача термоупругого выпучивания в краевых условиях не будет содержать тепловых добавок, поскольку они уже учтены при решении задачи на первом этапе. В таком случае уравнения устойчивости, приведенные в [3, 4, 7], сохраняют свой вид, и здесь надо только внести в них изменения, связанные с присутствием температурной составляющей. Повторяя процедуру решения исходной системы уравнений устойчивости, предложенной в [3, 4], после довольно громоздких преобразований получим нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно безразмерных амплитудных значений ζ_1 и ζ_2 (отнесенных к полной толщине оболочки H):

$$\frac{1}{S} \frac{d^2 \zeta_1}{dt_*^2} + \zeta_1(1 + T_1^0 a_{01} - a_0 t_*) - a_1 \zeta_1 \zeta_2 + a_2 \zeta_1 \zeta_2^2 + a_3 \zeta_1^3 = 0, \quad (15)$$

$$\frac{6\epsilon^{-1}}{S} \frac{d^2 \zeta_2}{dt_*^2} + \zeta_2(a_4 + 2a_{01} T_1^0 - a_5 t_*) - a_6 \zeta_2^2 - a_7 \zeta_1^2 + a_8 \zeta_2 \zeta_1^2 + a_9 \zeta_2^3 = 0.$$

Здесь все величины безразмерные; a_0, a_{01}, \dots, a_9 — коэффициенты, содержащие физические и геометрические параметры оболочки:

$$\begin{aligned} a_0 &= \lambda_0 / \lambda_{кр}, \quad a_{01} = \eta^2 M_{01} / n^2 M, \quad a_1 = \epsilon(M_3 + M_1/2) / M, \\ a_2 &= (m_{53} M_{01} + \epsilon M_4) / M, \quad a_3 = (\epsilon^2 / 32) m_{52} M_{01} / M, \\ a_4 &= M_{06} M_{01} / M, \quad a_5 = 2\eta^2 t_1^0 \lambda_0 M_{01} / n^2 M, \quad a_6 = M_{66} M_{01} / M, \\ a_7 &= M_2 / M, \quad a_8 = (\epsilon^2 / 4)[M_5 + (A_{11}^* \eta^4 + 3A_{12}^* \eta^2) M_{01}] / M, \\ a_9 &= (\epsilon^2 / 4) A_{11}^* \eta^4 M_{01} / M, \quad \lambda_{кр} = n^2 M / (t_1^0 \eta^2 + t_2^0) M_{01} \end{aligned} \quad (16)$$

(составляющие этих коэффициентов имеют довольно громоздкую структуру и поэтому здесь не приводятся, M_s, M_{01}, M и т. д. — определители кинематической матрицы-оператора после применения к ней процедуры Бубнова — Галеркина [3, 4]); $t_* = \lambda / \lambda_0$; $\lambda = s_1 t / E_0$ — безразмерный параметр силового нагружения; s_1 — скорость нарастания нагрузки; t — размерное время; λ_0 — параметр минимальной верхней критической нагрузки, полученный из решения линейной статической задачи; t_1^0, t_2^0 — безразмерные параметры внешнего силового воздействия в осевом и боковом направлении соответственно; $\eta = m\pi R / nL$ (m, n — целые числа волнообразования в продольном и окружном направлении); $S = (cE_0 / s_1 R)^2 n^4 \lambda_0^2 M / M_{01}$.

При квазистатическом нагружении оболочки внешними силами в уравнениях (15) следует положить инерционные члены равными нулю, тогда

$$\begin{aligned} a_0 \lambda / \lambda_0 &= 1 + T_1^0 a_{01} - a_1 \zeta_2 + a_2 \zeta_2^2 + a_3 \zeta_1^2, \\ a_5 \lambda / \lambda_0 &= a_4 + 2a_{01} T_1^0 - a_6 \zeta_2 - a_7 \zeta_1^2 / \zeta_2 + a_8 \zeta_1^2 + a_9 \zeta_2^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Выразив из второго уравнения (17) ζ_2 через ζ_1 , учитывая только первую степень ζ_2 , получим зависимость $\lambda / \lambda_0 = f(\zeta_1)$ в виде

$$a_0 \frac{\lambda}{\lambda_0} = 1 + T_1^0 a_{01} - \frac{a_1 a_7 \zeta_1^2}{a_4 + a_8 \zeta_1^2} + \frac{a_2 a_7^2 \zeta_1^4}{(a_4 + a_8 \zeta_1^2)^2} + a_3 \zeta_1^2. \quad (18)$$

Соотношение (18) описывает послекритическое поведение оболочки для различных волновых чисел m и n , а также для заданных физических и

геометрических параметров. Проводя построение кривых $f(\zeta_1)$, находим так называемую «нижнюю» критическую нагрузку и соответствующую ветвь закритического деформирования оболочки.

При решении многих задач о динамической неустойчивости [8] используется найденное значение ζ_2 из (17) для системы (15). В таком случае получаем одно уравнение относительно ζ_1 :

$$\frac{1}{S} \frac{d^2 \zeta_1}{dt^2} + \zeta_1(1 + T_1^0 a_{01} - a_0 t_*) - \frac{a_1 a_7 \zeta_1^3}{a_4 + a_8 \zeta_1^2} + \frac{a_2 a_7^2 \zeta_1^5}{(a_4 + a_8 \zeta_1^2)^2} + a_3 \zeta_1^3 = 0 \quad (19)$$

(начальные условия ставим здесь только для ζ_1).

Таким образом, на втором этапе решения задачи о термоустойчивости имеем систему (15) (или одно уравнение (19)) с начальными условиями для ζ_1 , ζ_2 и $\dot{\zeta}_1$, $\dot{\zeta}_2$ (или ζ_1 , $\dot{\zeta}_1$) при $t_* = 0$, и тем самым задача о выпучивании оболочки при динамических температурных и силовых нагружениях поставлена.

При исследовании процесса выпучивания считаем, что неустойчивость оболочки наступает в тот период, когда амплитуда максимального прогиба резко возрастает с увеличением t_* для близких к оси ординат значений n (параметр η фиксируется). Можно также считать, что достигнута критическая нагрузка при динамическом нагружении, если принять, что стрела максимального прогиба превышает статический прогиб, отвечающий наибольшему значению внешнего воздействия [8]. Другие авторы (см., например, [9]) считают опасной такую нагрузку, при которой интенсивность напряжений достигает предела пропорциональности. Все эти критерии условные, не носят универсального характера и относятся к конкретным оболочкам для определенно выбранных механических и геометрических параметров. Поэтому здесь в качестве критерия неустойчивости примем первый как более наглядный, при котором происходит так называемый «хлопок» оболочки и дальнейшее динамическое нагружение очень быстро приводит к исчерпанию ее несущей способности.

При решении задачи о динамическом термоупругом поведении трехслойной композитной оболочки к системе (15) (или в других случаях к уравнению (19)) с начальными условиями $\zeta_1 = \zeta_2 = 0,001$ и $\dot{\zeta}_1 = \dot{\zeta}_2 = 0$ (или $\zeta_1 = 0,001$, $\dot{\zeta}_1 = 0$) при $t_* = 0$ была применена схема Гира [10], так как имеем дело с так называемым «жестким» уравнением, когда коэффициенты уравнения отличаются друг от друга на порядки. Система же уравнений (9), (10) при начально-краевых условиях (11) была проинтегрирована конечно-разностным методом. В случаях, допускающих известные упрощения, использовалось соотношение (14). При проведении вычислений структура слоистой оболочки была подчинена условию [3]

$$\sum_{s=1}^3 h_{0s} \Omega_{0s} = \Omega_0, \quad (20)$$

где $h_{0s} = h_s/H$; $\Omega_{0s} = \omega_a^{(s)} E/E_0$; $\hat{\omega}_0 = c_0 E/E_0$; $\omega_a^{(s)} = \sum_{k=1}^4 \omega_k^{(s)}$ — объемное содержание армирующих элементов в s -м слое; c_0 — общее объемное содержание арматуры в пакете оболочки. Условие (20) дает возможность варьирования структурными параметрами в слоях с целью выбора наилучшего проекта трехслойной оболочки для заданных внешних силового и температурного импульсов воздействия. Так, на рис. 1 приведены характерные зависимости $\zeta_1(t_*)$ при воздействии только температурного импульса $\theta_0^* = 0,3$ для различных жесткостных параметров в слоях (вариант 3 из таблицы, где указаны интенсивности армирования по четырем на-

правлениям), для относительных толщин $h_{01} = h_{02} = 0,25$, $h_{03} = 0,5$ и различных чисел окружного волнообразования n ($\Omega_0 = 96$, $\chi^{(3)} = 0$). Видно, что поведение оболочки характеризуется возрастанием коэффициента динамичности t_* с увеличением n и уменьшением амплитуды прощелкивания ζ_1 при переходе к новому состоянию, причем для $n = 4$ раньше других значений начинается процесс «хлопка».

| Номер слоя | Вариант | | | | | |
|------------|--|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | Жесткостные характеристики слоев по четырем направлениям | | | | | |
| 1 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | $\Omega_0, 0,$ 0,0 | $\Omega_0, 0,$ 0,0 | 0, $\Omega_0,$ 0,0 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ |
| 2 | 0, $\Omega_0,$ 0,0 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | 0, $\Omega_0,$ 0,0 | $\Omega_0, 0,$ 0,0 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ |
| 3 | $\Omega_0, 0,$ 0,0 | 0, $\Omega_0,$ 0,0 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ | $\Omega_0, 0,$ 0,0 | 0,0, $\Omega_0/2, \Omega_0/2$ |

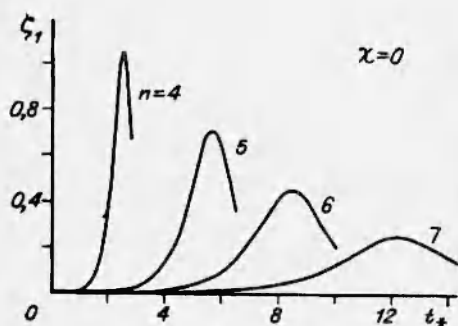


Рис. 1

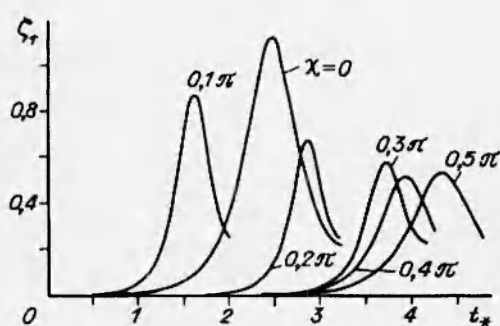


Рис. 2

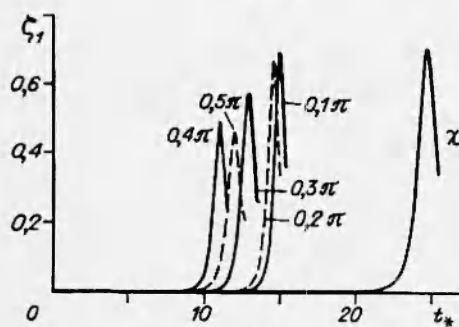


Рис. 3

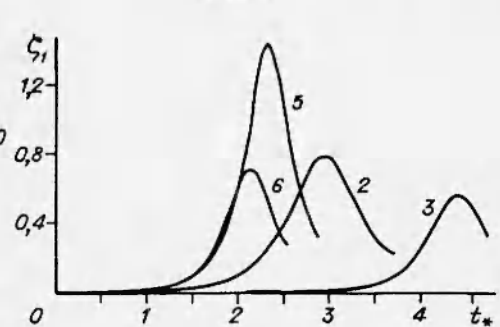


Рис. 4

Одновременно как промежуточный результат вычислялись безразмерные $u_1(\tau)$ и $T_1^0(\tau)$ в середине трехслойной композитной оболочки ($\xi_1 = L/2R$) с целью получения картины распространения волн возмущения во времени. Определение $T_1^0(\tau)$ проводилось также по формуле (14), и полученные значения закладывались в основное уравнение (19) динамической неустойчивости. Результаты расчетов показали, что зависимости $\zeta_1(t_*)$ практически совпадали при введении параметра $T^*(\tau)$, вычисленного по приближенной и точной формулам; разница проявлялась лишь в незначительном уменьшении амплитуды колебаний после «хлопка» оболочки, а начало перехода оболочки в другое состояние совпадало полностью.

Аналогичная картина в поведении зависимости $\zeta_1(t_*)$ наблюдалась и для других вариантов армирования, поэтому на рис. 2–4 принималось $n = 4$, а варьировались другие параметры. В частности, при совместном действии температурного и силового импульсов интенсивности $s_1 = 98 \cdot 10^7$ Па/с на рис. 2 (вариант армирования 4, см. таблицу) приведены зависимости $\zeta_1(t_*)$ при варьировании углом $\chi^{(3)}$ косо́й укладки армирующих элементов в среднем слое. Видно, что наибольший коэффициент динамичности (параметр t_*) будет при $\chi^{(3)} = 0,5\pi$, близкая к этой структура с $\chi^{(3)} = 0,4\pi$ обеспечивает и наибольшую статическую критическую нагрузку, полученную по линейной теории [1]. Сравнивая кривые при $\chi^{(3)} = 0,1\pi$ и $\chi^{(3)} = 0,5\pi$, видим, что изменением угла косо́й укладки армирующих элементов уже можно добиться существенного увеличения коэффициента динамичности при постоянных остальных параметрах (интенсивностях армирования и их соотношениях по слоям). Значительный интерес представляют результаты, приведенные на рис. 3. Здесь вместо положительного теплового импульса приложен отрицательный по знаку с одновременным действием силового импульса той же интенсивности, как и в случае, представленном на рис. 2. В итоге получаем обратный эффект: наибольший коэффициент динамичности будет при $\chi^{(3)} = 0$, а наименьший — при $\chi^{(3)} = 0,4\pi$. Этот вариант расчета напоминает эффект «слабой» жесткости при одном только силовом динамическом нагружении оболочки [3, 7]: чем менее жестче оболочка в окружном направлении (вариант 4, см. таблицу), тем выше у нее будет коэффициент динамичности.

На рис. 4 приведены значения $\zeta_1(t_*)$ для фиксированного угла косо́й укладки армирующих элементов в слоях $\chi = 0,4\pi$, параметра $n = 4$, при котором в большинстве случаев начинается первый бурный рост прогибов, и для различных схем армирования из таблицы (цифры у линий соответствуют вариантам таблицы) при нагружении оболочки одновременно положительными тепловым и силовым импульсами. Видно, что более рациональной схемой здесь является вариант 3, который оказывается лучшим и при статическом нагружении [1], а также при действии одного лишь силового динамического нагружения [7]. Напомним, что коэффициент динамичности определяется как отношение текущей нагрузки к соответствующей статической величине, полученной по линейной теории [8]. Хотя эта характеристика и является относительной, однако вполне адекватно отражает поведение слоистой КМ-оболочки в абсолютных величинах, т. е. в переходе к размерным величинам.

Как отмечено в [11], «слабостью» динамического описания поведения оболочек вообще является то, что находятся решения для конкретных проектов, а не для целого их класса. Однако в практических приложениях расчет проводится всегда для конкретных конструктивных элементов при заданных видах нагружения. Поэтому так называемая «слабость» оправдывается получением надежных результатов при избранных критериях устойчивости, и вовсе не обязательно стремиться к обобщениям, которые в каждом конкретном случае придется проверять на отдельных проектах.

В заключение следует отметить, что приведенные результаты являются иллюстрацией разработанного подхода к определению динамических характеристик КМ-оболочек слоистой структуры в различных термосиловых режимах нагружения при использовании геометрически нелинейной теории изгиба. Для более сложной реологии здесь необходимо только внести изменения в определители кинематических матриц-операторов M_0 , и воспользоваться предлагаемым подходом к решению динамической задачи нелинейного деформирования. В этом плане приведенные примеры показывают эффективность применения в данной работе предложенной уточ-

ненной модели, и в то же время она может быть использована для более широкого класса тонкостенных конструкций, применяемых в различных отраслях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самсонов В. И. Динамическая устойчивость слоистых оболочек из композитного материала // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы IX Всесоюз. конф. Саратов, 26–30 июня 1985 г. Новосибирск, 1986. С. 262–272.
2. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970.
3. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Устойчивость слоистых композитных оболочек при динамическом нагружении // Устойчивость в механике деформируемого твердого тела: Материалы 2-го Всесоюз. симпози. Калинин, 1986. С. 138–143.
4. Самсонов В. И. Выпучивание композитных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1992. С. 121–129.
5. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Динамическая устойчивость трехслойных композитных оболочек // Проблемы проектирования конструкций: Сб. кратких сообщ. 1-го Уральского семинара. Миасс, 1988. С. 70–79.
6. Огибалов П. М., Грибанов В. Ф. Термоустойчивость пластин и оболочек. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1968.
7. Самсонов В. И., Хакимов Э. М. Влияние формы импульса на устойчивость трехслойных композитных цилиндров // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы X Всесоюз. конф. Красноярск, 23–27 февр. 1987 г. Новосибирск, 1988. С. 251–257.
8. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972.
9. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. Рига: Зинатне, 1987.
10. Gear C. W. Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1971.
11. Методы динамических расчетов и испытаний тонкостенных конструкций / Под ред. А. В. Кармишина. М.: Машиностроение, 1990.
12. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Прочность, жесткость и оптимальное проектирование конструкций при статических и динамических воздействиях. Новосибирск, 1992. (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 17-92).

Поступила в редакцию 17/X 1994 г.
