УДК 532.584:537.24

А. В. Филиппов

СМЕШАННАЯ ЗАРЯДКА АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ. АСИМПТОТИКА И ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ТОКА ЭЛЕКТРИЗАЦИИ

В электрогидродинамических течениях слабоионизованных аэрозолей может происходить электризация частиц за счет присоединения зарядов ионов [1]. При малой концентрации дисперсной фазы для описания этого процесса можно ограничиться исследованием зарядки одной частицы. Настоящая работа посвящена изучению смешанной зарядки, когда диффузия существенно влияет на движение ионов в электрическом поле, создаваемом внешними источниками в окрестности частицы. При исследовании смешанной зарядки движением газа относительно частицы, как правило, можно пренебречь. В предельных случаях, когда не учитывались ни диффузия ионов, ни внешнее электрическое поле, задача об униполярной зарядке сферической частицы в неподвижном слабоионизованном газе решена в [2, 3]. Решение задачи о влиянии слабого внешнего электрического поля на диффузионную зарядку частицы получено в [4]. В настоящей работе рассматривается противоположный случай сильного внешнего электрического поля. Методом сращиваемых асимптотических разложений [5] найдены распределения ионов в окрестности частицы и выражение для тока электризации, уточняющие известное решение [2]. Полученные результаты используются далее при построении приближенной интерполяционной формулы для глобального тока электризации. Отмечается, что обычно применяемое суммирование предельных выражений [2, 3] для вычисления тока электризации при смешанной зарядке приводит к грубым ошибкам. Сравнение с результатами численного решения задачи на ЭВМ показывает, что построенная интерполяционная формула обеспечивает хорошую аппроксимацию при произвольных значениях электрического числа Пекле Pe_E.

1. В дисперсных средах, состоящих из слабоионизованного газа и диспергированных частиц, последние могут заряжаться, захватывая заряд у ионов. В случае достаточно малой концентрации частиц для изучения этого явления рассмотрим электризацию одной идеально проводящей сферической частицы в униполярно заряженном газе. Без потери общности результатов заряд ионов будем считать положительным. Пусть концентрация ионов и радиус частицы a достаточно малы и внешнее электрическое поле можно считать однородным на расстояниях $\sim a$.

Влияние диффузии на направленное движение ионов в электрическом поле характеризуется $\mathrm{Pe}_E = abE_0/D$, где $E_0 = |\mathbf{E}_0|$, $\mathbf{E}_0$ — напряженность внешнего электрического поля, b и D — коэффициенты подвижности и диффузии ионов, связанные соотношением Эйнштейна $b = eD/(kT)$, e — заряд протона, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Если $\mathrm{Pe}_E \sim 1$, имеет место смешанная зарядка частицы, при расчете которой необходимо одновременно учитывать диффузию ионов и внешнее электрическое поле. При этом во многих важных случаях оказывается малым электрическое число Рейнольдса $\mathrm{Re}_E = u/(bE_0)$ (u — относительная скорость частицы) и движением газа можно пренебречь. Далее газ считается неподвижным относительно частицы.

Пусть K — константа скорости реакции передачи заряда ионов поверхности частицы. В рамках сделанных предположений плотность объемного заряда q в окрестности частицы определим, решив краевую задачу:

$$\operatorname{div}\mathbf{j} = 0,\ \mathbf{j} = -D\nabla q + qb\mathbf{E},\ \mathbf{E} = -\nabla\varphi,$$
$$r = a\colon j_n = -Kq,\ r\to\infty\colon q\to q_0,$$
$$\varphi = -E_0 r\cos\theta\left(1 - \frac{a^3}{r^3}\right) + e_{\text{р}}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right). \tag{1.1}$$

Здесь r — расстояние до центра частицы; θ — угол между вектором $\mathbf{E}_0$ и радиусом-вектором точки; $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока; q_0 — невозмущенное значение q; φ — потенциал электрического поля. Индексом n обозначаются проекции векторов на внешнюю нормаль к поверхности частицы S. Глобальный ток электризации может быть найден только после решения задачи (1.1) интегрированием $I = -\int\limits_S j_n\, ds$ и зависит от q_0, E_0 и заряда частицы e_p.

2. Краевая задача (1.1) имеет аналитическое решение в предельных случаях $\mathrm{Pe}_E = 0$ [6] и $\mathrm{Pe}_E = \infty$ [2]. С целью получения приближенной формулы для функции $I(E_0, e_p, q_0)$ при умеренных Pe_E исследуем вначале асимптотику решения задачи (1.1) при $\mathrm{Pe}_E \to \infty$.

Заметим, что в пределе $\mathrm{Pe}_E = \infty$ из (1.1) вытекает $\mathbf{E}\nabla q = 0$, откуда следует, что плотность объемного заряда постоянна вдоль силовых линий напряженности электрического поля. При $e^0{}_p \equiv e_p/(3a^2E_0) \leqslant -1$ всюду вне частицы $q \equiv q_0$, при $e^0{}_p \sim -1$ пространство вне частицы разбивается на две области: область с нулевым значением объемного заряда, заполненную силовыми линиями, уходящими с частицы, и область, где $q \equiv q_0$. Положение границы между областями определяется величиной безразмерного заряда частицы $e^0{}_p$. Вдоль этой границы и вдоль части поверхности S, где $E_n < 0$, в случае конечных, но больших Pe_E образуется диффузионный пограничный слой, так что ионы в окрестности частицы распределены довольно сложным образом. В связи с этим введем новую зависимую переменную

$$w = (1 - q^*) \exp(\mathrm{Pe}_E\, \varphi^*/2),\ \varphi^* = \varphi/aE_0,\ q^* = q/q_0.$$

Задача (1.1) преобразуется к виду

$$\text{(2.1)} \qquad \mathrm{Pe}_E^{-2}\left[\frac{1}{r^*}\frac{\partial^2 r^* w}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^{*2}\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)\right] - \frac{1}{4}E^{*2}w = 0,$$

$$r^* = 1:\ \frac{\partial w}{\partial r^*} = -\frac{1}{2}w\,\mathrm{Pe}_E\,E_n^* + (w-1)\left(E_n^* + K^*\right)\mathrm{Pe}_E,\quad r^*\to\infty:\ w\to 0,$$

$$E^{*2} = \left[\frac{3e_p^0}{r^{*2}} + \cos\theta\left(1 + \frac{2}{r^{*3}}\right)\right]^2 + \sin^2\theta\left(1 - \frac{1}{r^{*3}}\right)^2,$$

$$r^* = r/a,\ E^* = E/E_0,\ K^* = K/bE_0.$$

В пределе $\mathrm{Pe}_E = \infty$ из (2.1) следует, что $w = 0$ всюду вне частицы; при конечных больших значениях числа Пекле и при любом значении $e^0{}_p$ существенное изменение w происходит только в слое, прилегающем к поверхности частицы, что значительно упрощает исследование.

Наличие малого параметра Pe_E^{-2} в задаче позволяет построить ее приближенное решение и, используя связь переменных q^* и w, найти распределение объемного заряда в окрестности частицы. Токи электризации выражаются непосредственно через значения функции w и ее производной на поверхности частицы:

$$r^* = 1:\ j^0 = -\frac{1}{\mathrm{Pe}_E}\frac{\partial w}{\partial r^*} + E_n^*\left(\frac{w}{2} + 1\right),$$

$$I^0 = \frac{1}{6}\int\limits_0^\pi j^0 \sin\theta\, d\theta,\quad I^0 = \frac{I}{12\pi a^2 q_0 b E_0},\quad j^0 = \frac{-j_n}{q_0 b E_0}.$$

Учитывая симметрию задачи, рассмотрим поведение решения в полуплоскости, проходящей через ось симметрии и ограниченной этой осью. Сравнительный анализ величин отдельных слагаемых в (2.1) при $\mathrm{Pe}_E \gg 1$ с учетом явного вида функции E^2 показывает, что можно выделить несколько областей с различной структурой асимптотических решений. В каждой из них из (2.1) получаются уравнения более простого вида для главных членов разложения решения по малому параметру.

Во внешней области решение задачи $w = 0$ находится из дифференциального уравнения (2.1) при пренебрежении слагаемыми с множителем Pe_E^{-2}.

В пограничном слое с исключенной областью критической точки векторного поля E: $0 \leqslant r^* - 1 \leqslant O(\mathrm{Pe}_E^{-1})$,

$$||e_\mathrm{p}^0| - 1| \leqslant O(\mathrm{Pe}_E^{-2/3}):\ \sin\theta \geqslant O(\mathrm{Pe}_E^{-1/3}),$$

$$|e_\mathrm{p}^0| \leqslant 1 - O(\mathrm{Pe}_E^{-2/3}):\ |\theta - \arccos(-e_\mathrm{p}^0)| \geqslant O(\mathrm{Pe}_E^{-1/2}),$$

$$|e_\mathrm{p}^0| \geqslant 1 + O(\mathrm{Pe}_E^{-2/3}):\ 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$$

исследование решения проводим в переменных

$$y = \varepsilon^{-1}(r^* - 1),\ x = \cos\theta,\ \varepsilon = 2/3\ \mathrm{Pe}_E.$$

Коэффициент в зависимости ε от числа Пекле введен с целью получения уравнений наиболее простого вида.

Раскладывая функции E^{*2} и r^{*-1} по степеням ε и подставляя в (2.1), для коэффициентов ряда $w = \sum\limits_{n=0}^{\infty} w_n\varepsilon^n$ имеем цепочку уравнений и граничных условий:

$$\partial^2 w_0/\partial y^2 = \zeta^2 w_0,\ \zeta \equiv e^0_\mathrm{p} + x = E_n^*/3, \tag{2.2}$$

$$\partial^2 w_1/\partial y^2 = \zeta^2 w_1 + 2A_0(|\zeta| - 2\zeta^2)\exp(-|\zeta|y)\ldots,$$

$$\zeta > 0:\ A_0 = 1,\ \zeta < 0:\ A_0 = 1 + 3\zeta/K^*,$$

$$y = 0:\ \frac{\partial w_0}{\partial y} = \zeta(w_0 - 2) + \frac{2}{3}K^*(w_0 - 1),\quad \frac{\partial w_m}{\partial y} = \left(\zeta + \frac{2}{3}K^*\right)w_m,$$

$$m \geqslant 1,\quad y \to \infty:\ w_p \to 0,\ p \geqslant 0.$$

Условия при $y \to \infty$ должны выполняться для сращивания с решением во внешней области. Решая (2.2), определим главные члены разложения функции w и локального тока электризации j^0 по малому параметру, а переходя к переменной q^*, получим выражения для распределения объемного заряда в рассматриваемой области:

$$w_0 = \exp(-|\zeta|y)A_0,\ w_1 = \zeta y^2 w_0,\ \zeta > 0: \tag{2.3}$$

$$q^* = O(\varepsilon^3),\ \ j^0 = O(\varepsilon^3),$$

$$\zeta < 0:\ q^* = (2\varepsilon y\zeta - 1)(1 + 3\zeta/K^*)\exp(2\zeta y) + 1 + O(\varepsilon^2),$$

$$j^0 = -3\zeta - \frac{9}{4K^*}\left[1 + \frac{1}{\zeta^2}\left(1 - e_\mathrm{p}^{02}\right)\right]\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3).$$

Плотность объемного заряда в пограничном слое при $E_n < 0$ и умеренных значениях y имеет порядок $q_0|E_n^*|/K^*$, во внешней области $q \leqslant q_0$. При постановке задачи (1.1) предполагалось, что собственным электрическим полем ионов при произвольном значении e_p^0 можно пренебречь. Для этого, как следует из оценки порядков слагаемых в уравнении Максвелла $\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi q$, необходимо одновременное выполнение соотношений $4\pi q_0 a/E_0 \ll 1$, $4\pi q_0 a/E_0 \ll K^*\mathrm{Pe}_E$. Далее, считается, что для константы скорости реакции выполнено условие $K^* \gtrsim 1$.

Рассмотрим окрестность особой точки векторного поля в случае

$$|e^0{}_\mathrm{p}| \leqslant 1 - O(\varepsilon^{2/3}),\ r^* - 1 \leqslant O(\varepsilon^{1/2}),\ |\theta - \arccos(-e_\mathrm{p}^0)| \leqslant O(\varepsilon^{1/2}).$$

Введем растянутые переменные $X = (e_\mathrm{p}^0 + \cos\theta)\varepsilon^{-1/2}$, $Y = (r^* - 1)\varepsilon^{-1/2}$. Подставляя в (2.1) разложения функций по малому параметру $\varepsilon^{1/2}$, для нулевого приближения функции w получаем краевую задачу в верхней полуплоскости переменных X, Y:

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial Y^2} + \left(1 - e_\mathrm{p}^{02}\right)\frac{\partial^2 w_0}{\partial X^2} = \left[X^2 + \left(1 - e_\mathrm{p}^{02}\right)Y^2\right]w_0, \tag{2.4}$$

$$Y = 0:\ w_0 = 1,\quad j^0 = -\frac{3}{2}\left[X + \frac{\partial w_0}{\partial Y}\right]\varepsilon^{1/2} + O(\varepsilon),$$

$$Y \to \infty:\ w_0 \to 0;\ Y > 0,\ X \to \infty:\ w_0 \to 0.$$

Граничные условия на бесконечности представляют собой условия сращивания с решением $w = 0$ во внешней области и решением (2.3) в пограничном слое, имеющим в переменных X, Y вид $w_0 = A_0 \exp(-|X|Y)$. Замена переменных $\eta = XY$, $\xi = [X^2 - (1 - e_p^0) Y^2]/2(1 - e_p^{02})^{1/2}$ переводит (2.4) в уравнение Клейна — Гордона $\Delta w_0 = w_0$ на плоскости (ξ, η), решение которого с учетом граничных условий представляется в виде

$$w_0(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \Psi(\tau) K_0([(\xi - \tau)^2 + \eta^2]^{1/2})\, d\tau; \tag{2.5}$$

$$\tau_0 \geqslant 0: \int_0^\infty \Psi(\tau) K_0(|\tau - \tau_0|)\, d\tau = 2\pi \tag{2.6}$$

($K_0(x)$ — функция Макдональда).

Интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода (2.6) эффективно решается методом Винера — Хопфа [7]. Опуская выкладки, приведем окончательное решение

$$\Psi(\tau) = 2[\exp(-\tau)/(\pi\tau)^{1/2} + \operatorname{erf} \tau^{1/2}], \tag{2.7}$$

$$j^0 = \frac{3}{4} |X| \left[\Psi\left(\frac{1}{2}(1 - e_p^{02})^{-1/2} X^2\right) - 2 \operatorname{sgn} X\right] \varepsilon^{1/2} + O(\varepsilon).$$

Выражения (2.5), (2.7) определяют функцию w и локальный ток ионизации в окрестности критической точки. Распределение объемного заряда находится переходом к переменной $q^* = 1 - w \exp(-\mathrm{Pe}_E \varphi^*/2)$.

При выполнении условия $||e^0_p| - 1| \leqslant O(\varepsilon^{2/3})$ в окрестности критической точки напряженности электрического поля ($0 < r^* - 1 \leqslant O(\varepsilon^{1/3})$, $\sin\theta \leqslant O(\varepsilon^{1/3})$) имеет место иная асимптотика решения. Краевую задачу, получающуюся в этом случае для нулевого приближения функции w, запишем в виде

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial Y_1^2} + \frac{1}{X_1}\frac{\partial}{\partial X_1}\left(X_1 \frac{\partial w_0}{\partial X_1}\right) = \left[\left(e_p^0 + \frac{X_1^2}{2} - Y_1^2\right)^2 + X_1^2 Y_1^2\right] w_0, \tag{2.8}$$

$$X_1 \geqslant 0, \quad Y_1 \geqslant 0,$$

$$Y_1 \to \infty: w_0 \to 0; \; Y_1 > 0, \; X_1 \to \infty: w_0 \to 0,$$

$$Y_1 = 0: w_0 = 1, \quad j^0 = -\frac{3}{2}\left[\left(\frac{X_1^2}{2} + e_p^1\right) \operatorname{sgn} e_p^1 - \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial Y_1}\right] \varepsilon^{2/3} + O(\varepsilon),$$

$$X_1 = |\theta - \theta_0| \varepsilon^{-1/3}, \; Y_1 = (r^* - 1)\varepsilon^{-1/3}, \quad e_p^1 = (|e^0_p| - 1)\varepsilon^{-2/3},$$

$$\theta_0 = \arccos(-\operatorname{sgn} e_p^0).$$

Уравнение (2.8) интегрировалось численно для определения токов электризации и объемного заряда вблизи критической точки. В качестве примера на рис. 1 представлены линии уровня *1—3*, соответствующие значениям $q^* = 0{,}1;\ 0{,}5;\ 0{,}9$ при $e^0_p = -1$, $\theta_0 = \pi$.

На основании проведенных расчетов и из (2.3), (2.7) получены приближенные аналитические выражения для тока зарядки частицы:

$$I^0 = F_\infty / 3\mathrm{Pe}_E + \delta I^0, \tag{2.9}$$

$$F_\infty = 3\mathrm{Pe}_E(I_1 + \varepsilon I_2 + \varepsilon^{4/3} I_3),$$

$$|e_p^0| < 1: I_1 = \frac{1}{4}(1 - e_p^0)^2, \quad I_2 = \frac{1}{4}(1 - e_p^{02})^{1/2},$$

$$|e_p^0| \geqslant 1: I_1 = \frac{1}{2}(\operatorname{sgn} e_p^0 - 1) e_p^0, \quad I_2 = 0,$$

$$I_3 = [e_p^1/8(\exp 4{,}16 e_p^1 - 1)]^{1/2} - f(e_p^1),$$

$$e_p^1 \geqslant 0: f = 0, \; e_p^1 < 0: f = (-e_p^1/8)^{1/2}.$$

Остаточный член δI^0 имеет порядок $O(\varepsilon^3)$ при $|e_p^0| \geqslant 1 + O(\varepsilon^{2/3})$, $O(\varepsilon^{3/2})$ при $|e_p^0| \leqslant 1 - O(\varepsilon^{2/3})$ и $O(\varepsilon^{5/3})$ при $||e_p^1| - 1| \leqslant O(\varepsilon^{2/3})$. Выражение для I_3 представляет собой аппроксимацию зависимости, найденной в результате численного решения (2.8).

3. Ограничимся далее случаем $K^* = \infty$ (абсолютно поглощающая поверхность частицы). Применяя метод сращиваемых асимптотических разложений [5], Клетт [4] нашел решение задачи (1.1) при малых Pe_E и получил выражение для глобального тока электризации:

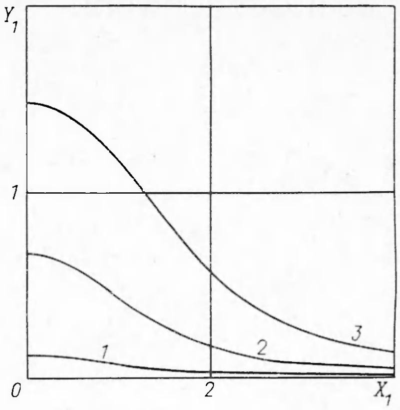

Рис. 1

(3.1)
$$I^* = F_0(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*) + O(\mathrm{Pe}_E),$$
$$F_0 = \Lambda(1 + \Lambda \exp e_p^* \mathrm{Pe}_E/2,\ \ \Lambda(e_p^*) = e_p^*/(\exp e_p^* - 1),$$
$$e_p^* = 3\ \mathrm{Pe}_E\, e_p^0,\ \ I^* = 3\ \mathrm{Pe}_E\, I^0.$$

Используя предельные соотношения (2.9), (3.1), можно построить приближенную интерполяционную формулу для расчета тока зарядки $I^* = I_a^*(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*)$ в случае $\mathrm{Pe}_E \sim 1$:

(3.2)
$$\mathrm{Pe}_E \leqslant 2:\ I_a^* = F_0(\mathrm{Pe}_E \varkappa_1,\ e_p^*),$$
$$\mathrm{Pe}_E > 2:\ I_a^* = F_\infty(\mathrm{Pe}_E \varkappa_2,\ e_p^*),$$
$$\varkappa_1 = 1 + 0{,}157\,\mathrm{Pe}_E^{0{,}745},\quad \varkappa_2 = 1 + 0{,}445\,\mathrm{Pe}_E^{-1{,}43}.$$

Структура выражения (3.2) обеспечивает выполнение асимптотик (2.9) и (3.1) в предельных случаях $\mathrm{Pe}_E \to \infty$ и $\mathrm{Pe}_E \to 0$. Функции $\varkappa_{1,2}(\mathrm{Pe}_E)$ подобраны с целью приближения зависимости $I_a(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*)$ к зависимости $I^*(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*)$, полученной в результате численного решения краевой задачи (1.1) [8]. При этом обеспечивается хорошая аппроксимация. Относительная ошибка $\delta_r(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*) = |I^* - I_a^*|/I^*$ для отрицательных и умеренных положительных значений e_p^* не превосходит 10 %. С ростом e_p^* $\delta_r(\mathrm{Pe}_E,\ e_p^*)$ увеличивается в связи с быстрым убыванием I^*, однако абсолютная ошибка $|I^* - I_a^*| = \delta$ уменьшается. На рис. 2 в качестве примера приведены графики зависимости безразмерного тока электризации от заряда частицы, построенные при $\mathrm{Pe}_E = 1$ по формуле (3.2) и по результатам численного расчета (линии *1* и *2*).

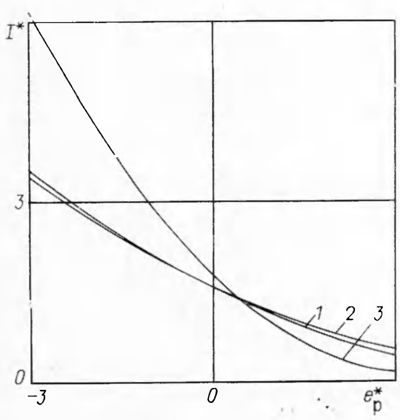

Рис. 2

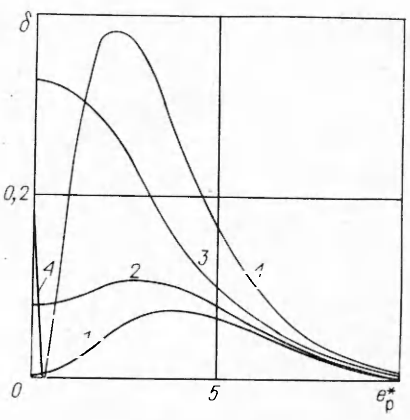

Рис. 3

В связи с отсутствием надежных интерполяционных формул для вычисления тока электризации при смешанной зарядке частиц до последнего времени применялась простая зависимость $I_s^*(\mathrm{Pe}_E, e_\mathrm{p}^*) = 3\,\mathrm{Pe}_E\, I_1(\mathrm{Pe}_E, e_\mathrm{p}^*)+\Lambda(e_\mathrm{p}^*)$ (линия *3* на рис. 2), найденная простым сложением главных членов асимптотических разложений (2.9) и (3.1) в предельных случаях $\mathrm{Pe}_E \to \infty$ и $\mathrm{Pe}_E \to 0$. Однако, как легко видеть, главные члены разложений функций I_s^* и I^* (2.9) при $e_\mathrm{p}^* < 0$, $\mathrm{Pe}_E \to \infty$ не совпадают. При умеренных же значениях Pe_E ток зарядки, вычисленный таким образом, может отличаться в 2 и более раза от истинного значения. Кроме того, анализ уравнений (1.1) и зависимости $I_s^*(\mathrm{Pe}_E, e_\mathrm{p}^*)$ показывает, что для любых Pe_E выполняется соотношение $e_\mathrm{p}^* \to -\infty$: $I^* = -e_\mathrm{p}^* + o(1)$, $I_s^* = -2e_\mathrm{p}^* + o(1)$. В связи с этим наиболее грубые ошибки в расчете электризации частиц можно ожидать при биполярной зарядке дисперсной фазы, когда зарядка каждым сортом ионов описывается при помощи функции $I_s^*(\mathrm{Pe}_E, e_\mathrm{p}^*)$ [9]. Формула (3.2) не имеет этих недостатков.

На рис. 3 представлены зависимости абсолютной ошибки, возникающей при использовании формулы (3.2), а также асимптотических выражений (3.1) и (2.9) (линии *1—3*), от заряда частицы при $e_\mathrm{p}^* > 0$ и $\mathrm{Pe}_E = 1$. Сравнение показывает, что (2.9) и (3.1) для приближенных расчетов можно применять и при умеренных числах Пекле, например при $\mathrm{Pe}_E > 2$ и $\mathrm{Pe}_E \leqslant 2$ соответственно. При этом величина ошибки в расчете тока электризации несколько больше, чем при использовании (3.2), но все же существенно меньше, чем в случае определения тока зависимостью $I_s^*(\mathrm{Pe}_E, e_\mathrm{p}^*)$ (линия *4* на рис. 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И.** Электрогазодинамические течения.— М.: Наука, 1983.
2. **Pauthenier M., Moreau-Hanot M.** La charge des particules sphériques dans un champ ionisé // J. Phys. et Radium.— 1932.— N 12.
3. **Фукс Н. А.** О величине зарядов на частицах атмосферных аэроколлоидов // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.— 1947.— Т. 11.— С. 341.
4. **Klett J. D.** Ion transport to cloud droplets by diffusion and conduction, and the resulting droplet charge distribution // J. Atmos. Sci.— 1971.— V. 28, N 1.
5. **Найфе А. Х.** Методы возмущений.— М.: Мир, 1976.
6. **Седова Г. Л., Черный Л. Т.** Уравнения электрогидродинамики слабоионизованных аэрозолей с диффузионной зарядкой частиц дисперсной фазы // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 1.
7. **Нобл Б.** Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: ИЛ, 1962.
8. **Филиппов А. В.** Исследование процесса зарядки аэрозольных частиц в электрическом поле с учетом диффузии ионов // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 1.
9. **Takahashi T.** Thunderstorm electrification — a numerical study // J. Atmos. Sci.— 1984.— V. 41, N 7.

Поступила 23/III 1987 г.
г. Москва *в окончательном варианте — 8/VII 1988 г.*

УДК 534.222:532.574

Н. Н. Антонов, И. А. Колмаков, В. В. Самарцев, В. А. Шкаликов

АКУСТИЧЕСКОЕ ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Дается интерференционная трактовка акустического черенковского излучения и рассматривается возможность его использования на основе методов голографии для изучения движущихся сред.

В [1, 2] рассматривалась возможность применения эффекта рассеяния звука для нахождения средней скорости и распределения скоростей продуктов горения по площади сечения камеры сгорания. Сравнительно недавно исследовано новое явление — акус-